



**KARAGANDA  
BUKETOV  
UNIVERSITY**



## **МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА ЖӘНЕ ИНФОРМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ**

*Профессор Т.Ғ. Мұстафиннің 80 жылдығына арналған  
Халықаралық ғылыми конференцияның материалдары  
8–9 қыркүйек  
Ғылыми электрондық басылым*

**АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ, МЕХАНИКИ И ИНФОРМАТИКИ**  
*Материалы Международной научной конференции,  
посвященной 80-летию профессора Т.Г. Мустафина  
8–9 сентября  
Научное электронное издание*

## **ACTUAL PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS**

*Proceedings of the International Scientific Conference,  
dedicated to the 80th anniversary of Professor T.G. Mustafin  
September 8–9  
Scientific electronic edition*

*Бағдарламалық комитет — Программный комитет*

Председатель Правления – Ректор Карагандинского университета имени академика Е.А. Букетова, проф., чл.-корр. НАН РК Н.О. Дулатбеков (*председатель*); проф. Бруно Пуаза (*сопредседатель*) (Франция, Лион); акад. РАН С.С. Гончаров (*сопредседатель*) (Россия, Новосибирск); акад. НАН РК, акад. РАО А.Е. Абылкасымова; проф. А.Т. Асанова; доц. А.Х. Аттаев (Россия, Нальчик); чл.-корр. НАН РК Б.С. Байжанов; проф. Н.А. Бокаев; проф. Н.Ж. Джайчибеков; проф. М.Т. Дженалиев; акад. НАН РК А.С. Джумадильдаев; проф. О.С. Зикиров (Узбекистан, Ташкент); проф. Н.С. Иманбаев; проф. А.Ж. Калтаев; акад. НАН РК Т.Ш. Кальменов; проф. Б.Е. Кангужин; проф. Б.Д. Кошанов; чл.-корр. НАН РК Б.Ш. Кулпешов; проф. Е.Д. Нурсултанов; проф. К.Н. Оспанов; акад. НАН РК М.О. Отелбаев; проф. А.В. Псху (Россия, Нальчик); чл.-корр. НАН РК М.А. Садыбеков; проф. А.М. Сарсенби; доц. С.В. Судоплатов (Россия, Новосибирск); проф. У.А. Тулеев; акад. МИА А.К. Тулешов; проф. Б.Х. Турметов; проф. Д.А. Тусупов; проф. Е.Б. Утепов; проф. Т.К. Юлдашев (Узбекистан, Ташкент).

*Ұйымдастырушы комитет — Организационный комитет*

Проф. Е.М. Тажбаев (*председатель*); проф. М.И. Рамазанов (*сопредседатель*); проф. А.Р. Ешкеев (*сопредседатель*); Д.А. Казимова, М.Т. Касымтоева, О.И. Ульбрихт, Н.Т. Орумбаева, М.Т. Космакова, Н.К. Медеубаев, С.Б. Ахажанов, Р.А. Қайыров, Р. Мұратхан, Н.М. Мусина.

М29 **Математика, механика және информатиканың өзекті мәселелері** : проф. Т.Ғ. Мұстафиннің 80 жылдығына арн. Халықарал. ғыл. конф. материалдары (8–9 қыркүйек 2022 ж.) : ғыл. электрон. бас. = **Актуальные задачи математики, механики и информатики** : материалы Междунар. науч. конф., посвящ. 80-летию проф. Т.Г. Мустафина (8–9 сентября 2022 г.) : науч. электрон. изд. = **Actual problems of Mathematics, Mechanics and Informatics** : Proc. of the Internat. Sci. Conf. dedicated to the 80th anniversary of Prof. T.G. Mustafin (September 8–9, 2022) : Sci. electron. ed. — Қарағанды: «Акад. Е.А. Бөкетов ат. Қарағанды ун-ті» КЕАҚ баспасы, 2022. — Баспа басылымы бойынша шығарылған. — PDF-файл. — Жүйеге қойылатын талаптар: Pentium 4; 1,3 ГГц және жоғары; Internet Explorer, Acrobat Reader 4.0 немесе үлкен. — Қазақша–орысша–ағылшынша.

ISBN 978-601-362-061-9

Жинақта Халықаралық ғылыми конференцияның материалдары жарияланған. Авторлардың жұмыстары функционалдық талдау, дифференциалдық теңдеулер, алгебра, математикалық логика және геометрия, ақпараттық технологиялар, механика мен робототехника және білім берудің қазіргі мәселелеріне арналған.

ӘОЖ 5  
КБЖ 2

*Материалдар жинағы авторлық басылымда жарияланады  
Сборник материалов издается в авторской редакции*

«Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті» КЕАҚ баспасы  
100024, Қарағанды қ., Университет к-сі, 28, Тел. (7212) 35-63-16. E-mail: izd\_kargu@mail.ru

ISBN 978-601-362-061-9

© Академик Е.А. Бөкетов атындағы  
Қарағанды университеті, 2022

### *Program committee of the conference*

Chairman of the Management Board - Rector of Karaganda Buketov University, Prof., corresponding member NAS RK N.O. Dulatbekov (chairman), Prof. Bruno Poizat (co-chairman) (*France, Lyon*), Acad. RAS S.S. Goncharov (co-chairman) (*Russia, Novosibirsk*), Acad. NAS RK, Acad. RAE A.E. Abylkasymova, Prof. A.T. Asanova, Assoc. Prof. A.H. Atayev (*Russia, Nalchik*), corresponding member NAS RK B.S. Baizhanov, Prof. N.A. Bokayev, Prof. N.Zh. Dzhaychibekov, Prof. M.T. Dzhenaliev, Acad. NAS RK A.S. Dzhumadildayev, Prof. N.S. Imanbayev, Prof. A.Zh. Kaltayev, Acad. NAS RK T.Sh. Kalmenov, Prof. B.E. Kanguzhin, Prof. B.D. Koshanov, corresponding member NAS RK B.Sh. Kulpeshov, Prof. E.D. Nursultanov, Prof. K.N. Ospanov, Acad. NAS RK M.O. Otelbayev, Prof. A.V. Pskhu (*Russia, Nalchik*), corresponding member NAS M.A. Sadybekov, Prof. A.M. Sarsenby, Assoc. Prof. S.V. Sudoplatov (*Russia, Novosibirsk*), Prof. U.A. Tukeyev, Acad. IEA A.K. Tuleshov, Prof. B.Kh. Turmetov, Prof. D.A. Tusupov, Prof. E.B. Utepov, Prof. T.K. Yuldashev (*Uzbekistan, Tashkent*), Prof. O.S. Zikirov (*Uzbekistan, Tashkent*)

### *Organizing committee of the conference*

Prof. E.M. Tazhbayev (chairman), Prof. M.I. Ramazanov (co-chairman), Prof. A.R. Yeshkeyev (co-chairman), D.A. Kazimova, M.T. Kassymetova, O.I. Ulbrikht, N.T. Orumbayeva, M.T. Kosmakova, N.K. Medeubayev, S.B. Akhazhanov, R.A. Kayirov, R. Muratkhan, N.M. Mussina

*Пленарлық баяндамалар*

*Пленарные доклады*

*Plenary Talks*

## FORMULAS OVER MINIMAL STRUCTURES

Baissalov Y.<sup>1</sup>, Tussupov J.<sup>2</sup>

Astana IT University<sup>1</sup> and L.N. Gumilyov Eurasian National University<sup>2</sup>, Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail: [yerzhan.baissalov@astanait.edu.kz](mailto:yerzhan.baissalov@astanait.edu.kz) and [tussupov@mail.ru](mailto:tussupov@mail.ru)

We present one purely syntactic result on the structure of formulas over a minimal non-ordered structure (in the sense of [1]) with the definable generic type. Let  $M$  be such a structure.

**Definition 1.** Let  $\varphi(x; \bar{y})$  be a formula over  $M$  with free variables  $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$  and  $x$ . We say the variable  $x$  is *tame* if the set  $\varphi(M; \bar{b})$  is finite for any  $\bar{b} \in M$ .

**Definition 2.** A formula over  $M$  is called *tame* if every free variable in it is tame.

**Theorem.** Each formula over  $M$  is equivalent to a Boolean combination of tame formulas.

## References

1. K. Krupiński, P. Tanović and F. W. Steinhilber, *arXiv:1201.1749v2*, Around

## SOME PROPERTIES OF COUNTABLE MODELS OF SMALL ORDERED THEORIES

Baizhanov B.S.

The report is devoted to the properties of countable models of small theories. A theorem is proved (together with T. Zambarneya) on the existence of models over a countable set. All built models have the same finite diagram. In addition, the report considers conditions on 1-types of small ordered theories in terms of 2-formulas acting on the set of realizations of 1-type that provide the maximum number of countable models.

## PERMUTATION GROUPS OF FINITE MORLEY RANK

Alexandre V. Borovik

University of Manchester, Manchester, United Kingdom

Binding groups are model-theoretic analogues of Galois groups; they were introduced in the 1970s by Zilber. They are very natural mathematical objects; to explain that we need a few words about permutation groups.

Given a permutation group  $G$  on a set  $X$ , a subset of  $X$  is said to be a base for  $G$  if its pointwise stabilizer in  $G$  is trivial. The minimal size of a base for  $G$  is denoted by  $b(G)$ . Finite bases, if exist, yield parameterizations, in terms of  $X$ , and structural analysis of group actions: if  $b_1, \dots, b_n$  is a base, each permutation  $g \in G$  is uniquely determined by an  $n$ -tuple  $(b_1^g, \dots, b_n^g) \in X^n$ .

Now let  $X$  be a finite dimensional vector space and  $G$  its automorphism group. A basis of  $X$  as a vector space is also a base for the action of  $G$ , and elements of  $G$  can be encoded as images of this base, that is, finite tuples of vectors, commonly known as matrices; the dependencies between vectors in the space allow us to express composition of automorphisms as product of matrices: the group  $G$  becomes *definable in  $X$* . It was Zilber's seminal dis

be carried out over a vast class of mathematical structures which have good logic properties of 'dependency' between elements (although that of linear dependency in vector spaces).

Groups of finite Morley rank emerged as categorical structures; this made them a focal point of model theoretic algebra. They are abstract groups equipped with a suitable notion of dimension called Morley rank on definable sets. When they are viewed as permutation groups (so have a definable faithful action), they have finite bases and allow deep structural analysis. What is important, groups of finite Morley rank were born as binding, hence permutation groups, and their study as permutation groups yields a very rich theory.

The talk will be an attempt to give a survey, at the background of rich history, of recent advances in the theory of permutation groups of finite Morley rank.

## **SIMPLE GROUPS OF FINITE MORLEY RANK**

**Gregory L. Cherlin**

*Rutgers University, New Jersey, USA*

One of the still unresolved questions coming from the foundations of geometrical stability theory is the algebraicity problem for simple groups of finite Morley rank. We give a broad overview of the status of that problem and touch on its connections with the theory of permutation groups of finite Morley rank, notably the problem of generic multiple transitivity.

## **THE COMPUTABILITY OVER ABSTRACT MODELS**

**Sergey S. Goncharov**

*S.L. Sobolev Institute of Mathematics SB RAS, Novosibirsk, Russia*

The problem of computability over abstract structures was studied in different works. First idea was to consider only countable models and interesting approach was created by definition of the computable (recursive) structures by O. Rabin, A. Frohlich and J. Shepherdson, A. Malcev. Later it was constructed different ideas to define directly construction of computability over different structures without numberings over abstract structures by Y. Moschovakis, G. Sacks, Yu. Ershov. Yu. Ershov suggested to consider from admissible theory to use some HF-superstructure over abstract model added new hereditary finite subsets and the theory of definability in this special classes of formulas. But this theory was with some problem for applications in programming and we started to constructed on this base the computability over HW-superstructures on the base hereditary finite lists. And on this base was built the theory of semantic programming and created some applications in Programming together with Yu. Ershov and D. Sviridenko and other our colleagues. The main idea was constructed programming language to create program on the base of formal specifications to solve problems of control system. One approach for research was connected with arbitrary uncountable classical mathematical structure and computability property on them. We study problems of computability and polynomial computability for abstract structures. Together with A. Nechesov we found the polynomial version of Gandy theorem and constution logic programming language for polynomial computability/ Another approach was with logical aspects in programming and The theory of semantic programming and semantic modeling were done together with Yu.L. Ershov, E.E. Vityev, D.I. Sviridenko, A. Nechesov, A. Mancivoda, V. Gumirov and others. Last time it is very interesting programming applications were done for AI and control systems by V. Gumirov, A. Mancivoda and E. Vityaev.

# FROBENIUS GROUPS OF FINITE MORLEY RANK

Bruno Poizat

Camille Jordan Institute, Lyon, France

E-mail: [poizat@math.univ-lyon1.fr](mailto:poizat@math.univ-lyon1.fr)

*Frobenius group*: a group  $F$  with a *malnormal* subgroup  $T$ , i.e.  $T$  is proper, self-normalizing, and disjoint from its conjugates;  $U(T)$  denotes the complement of the conjugates of  $T$ , augmented with the identity.

Facts when  $F$  is finite :  $\text{card}(F) = \text{card}(T) \cdot \text{card}(U(T))$  (easy);  $U(T)$  is a group (FROBENIUS 1901), which is nilpotent (THOMPSON 1959), i.e.  $F$  is the semi-direct product of  $U(T)$  by  $T$  ( $F$  *splits*), and  $U(T)$  is the largest normal nilpotent subgroup of  $F$ ; when  $T$  contains an involution  $i$ ,  $U(T)$  is commutative and inverted by  $i$ .

Our aim: improve the pp. 203-219 of BOROVIK-NESIN 1994, on Frobenius groups of finite Morley rank.

*What to expect when  $F$  has a finite Morley rank ?*

Basic fact:  $T$  is definable (B&N p. 206).

$\text{RM}(F) = \text{RM}(T) + \text{RM}(U(T))$  ? Conflicts with the possible existence of Frobenius *bad groups*, where  $U(T) = \{1\}$ .

$F$  splits? In this case the splitting factor  $U$  is definable.

The semi-direct product of  $U$  by  $T$  is Frobenius iff  $T$  acts *freely* on  $U$ , i.e.  $t.u = 1 \Leftrightarrow t=1 \vee u=1$ , otherwise said iff for  $t \in T$  the map  $u \mapsto t.u$  is injective. In this case  $U \cong U(T)$  iff the commutator is surjective.

Injectivity implies surjectivity when  $U$  is solvable by finite.

*When  $T$  contains an involution :*

- it contains only one (improves B&N p. 207-208)
- two involutions in  $F$  are conjugate by a unique involution (they form a *symmetron*  $I$ )
- $F = T.I = T.iI$  where  $i$  is the involution of  $T$
- if there is a non-trivial point inverted by every involution,  $U(T)$  is a commutative group inverted by every involution
- if not,  $U(T)$  contains no non trivial subgroup normalized by every involution, and the socle of  $T^\circ$  is a simple (non algebraic)

Frobenius group.

When  $F$  is pseudo-locally-finite (in particular when  $F$  is an algebraic group) :

- $U(T)$  is a nilpotent group
- $T$  is abelian by finite ; in fact  $T^\circ$  can be embedded in the multiplicative subgroup of a definable field
- when  $F$  is connected, it is solvable and  $U(T)$  is its derivate subgroup.

Example : 
$$\begin{bmatrix} t & u & w \\ 0 & 1 & v \\ 0 & 0 & t^{-1} \end{bmatrix}$$
 where  $t \in K^*$  and  $\text{char}(K) = 2$ ,  
or  $t \in M$ , for a bad field  $(K, M)$   
with no involutions in  $M$

*Back to the general finite RM case,  $F$  connected*

(for simplification)

The largest solvable normal subgroup of  $F$  is connected and nilpotent, and contained in  $U(T)$ .

When  $F$  has no abelian normal subgroup, its socle is either a finite product of simple groups included in  $U(T)$ , or a single simple Frob. group; these groups are not algebraic.

If  $T$  acts freely on an abelian group  $U$ , any infinite abelian subgroup  $M$  of  $T$  is embeddable in the multiplicative subgroup of a definable field, and any connected solvable subgroup of  $T$  is commutative ( $T^\circ$  is commutative or contradicts the Algebraicity Conjecture).

*Proof of the last sentence*

- (i) The action on  $U$  of the ring  $R = Z(M)$  is definable.

- (ii) The restriction  $R_1$  of  $R$  to the subgroup  $U_1$  generated by the minimal  $M$ -submodules of  $U$  has no nilpotent element.
- (iii) By ABC 2008 p. 44,  $R_1$  is a finite product of fields; therefore  $U_1$  is a product of vector spaces over these fields.
- (iv) If  $N$  is the normalizer of  $M$ ,  $N^\circ$  preserves this decomposition of  $U_1$ , and acts linearly on each of the components; since the action is free, it has no unipotents.
- (v) In characteristic  $p$ , by POIZAT 2001 no simple group is involved, and  $N^\circ$  is commutative.
- (vi) In characteristic 0, the intersection of all the  $Z(M)$  is infinite, and we finally obtain a vector space over a field  $K$  of characteristic 0 on which  $T^\circ$  acts linearly and without unipotents; then use Lie-Kolchin-Mal'cev.

### References

1. Tuna Altınel, Aleksandr Borovik & Ali Nesin, *Simple Groups of Finite Morley Rank*, A.M.S., 2008
2. Aleksandr Borovik & Ali Nesin, *Groups of Finite Morley Rank*, Oxford, Clarendon Press, 1994.
3. G. Frobenius, *Über auflösbare Gruppen IV*, Berl. Sitz., 1901, P. 1223-1225.
4. Bruno Poizat, *inattendue d'un résultat surprenant de Monsieur Frank Olaf Wagner*, J.S.L., 2001, 66, P. 1637-1648
5. Bruno Poizat, *Quelques modestes compléments aux travaux de Messieurs Mark DeBonis, Franz Delahan, David Epstein et Ali Nesin sur les Groupes de Frobenius de rang de Morley fini*, submitted
6. J. G. Thompson, *Finite groups with fixed-point-free automorphisms of prime order*, Proc. Nat. Acad. Sci., 1959, 45, P. 578-581.

## FAMILIES OF ELEMENTARY THEORIES AND THEIR BASIC CHARACTERISTICS

### Sudoplatov S.V.

*Sobolev Institute of Mathematics, Novosibirsk State Technical University, Novosibirsk State University, Novosibirsk, Russia*  
E-mail: [sudoplat@math.nsc.ru](mailto:sudoplat@math.nsc.ru)

We present a survey of results on families of elementary theories and their basic characteristics including the following main items:

1. Topological, spectral and syntactic characterization of total transcendence for families of theories and their closures both in general for complete and incomplete theories, and for families of theories of abelian groups [1, 2, 3, 4, 5].
2. Description of rank values and their dynamics for various families of theories and their subfamilies [1, 2, 6, 7].
3. Description of the approximability and approximations of theories by various families [8, 9].
4. Characterization and description of generating sets,  $P$ -closures  $Cl_P(T)$  and  $E$ -closures  $Cl_E(T)$  for families  $T$  of theories and their combinations [5, 10, 11].
5. Characterization and description of formulas for families of theories, as well as of their characteristics [3, 12, 13].
6. Description of arities of theories, their dynamics and characteristics under transition to closures [14, 15, 16].
7. Description of countable spectra and Hasse diagrams for various families of theories [17, 18] including linearly, circularly and spherically ordered ones [19, 20, 21].
8. Minimality conditions for ordered structures [22, 23, 24].

As for linear and circular orders we divide the class of spherically ordered structures into dense, discrete and mixed ones. For these cases we introduce minimality conditions similar to ones in [22, 23, 24]. In particular, dense spherical orders produce analogues of (weak) o-minimality, and discrete minimal ones assume possibilities to define finite or cofinite sets only. Moreover, these spherical orders are connected with correspondent linear ones, as well as their automorphism groups are naturally linked.



Modifying a result in [21] the following theorem on values of countable spectrum for spherically ordered theories is based both on combinations of minimal dense and discrete spherical orders, and it is spread for more complicated spherically ordered structures of finite convexity ranks.

Theorem. Let  $T$  be a countable expansion by disjoint convex unary predicates of a disjoint combination of dense  $n$ -spherical theories  $T_n$ , for some fixed  $n > 1$ . Then either  $T$  has  $2^\omega$  countable models or  $T$  has exactly  $\prod_{k \in n \setminus \{1\}} (2^k + 2)^{r_k}$  countable models, where  $r_k$  are natural numbers. Moreover, for any  $r_0, \dots, r_{n-1} \in \omega$  there is an aforesaid theory  $T$  with exactly  $\prod_{k \in n \setminus \{1\}} (2^k + 2)^{r_k}$  countable models.

This research was carried out in the framework of the State Contract of the Sobolev Institute of Mathematics, Project No. FWNF-2022-0012, of Russian Scientific Foundation, Project No. 22-21-00044, and of Committee of Science in Education and Science Ministry of the Republic of Kazakhstan, Grant Nos AP08855497, AP08855544.

### References

1. Sudoplatov S.V. Ranks for families of theories and their spectra // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42, N 12. P. 2959-2968.
2. Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. Ranks for families of theories of abelian groups // Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2019. Vol. 28. P. 95-112.
3. Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. Formulas and properties for families of theories of Abelian groups // Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2021. Vol. 36. P. 95-109.
4. Markhabatov N.D., Sudoplatov S.V. Topologies, ranks, and closures for families of theories. I // Algebra and Logic. 2021. Vol. 59, N 6. P. 437-455.
5. Markhabatov N.D., Sudoplatov S.V. Topologies, ranks, and closures for families of theories. II // Algebra and Logic. 2021. Vol. 60, N 1. P. 38-52.
6. Markhabatov N.D., Sudoplatov S.V. Ranks for families of all theories of given languages // Eurasian Mathematical Journal. 2021. Vol.12, N 2. P. 52-58.
7. Markhabatov N.D., Sudoplatov S.V. Definable subfamilies of theories, related calculi and ranks // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2020. Vol. 17. P. 700-714.
8. Sudoplatov S.V. Approximations of theories // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2020. Vol. 17. P. 715-725.
9. Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. Approximations for theories of abelian groups // Mathematics and Statistics. 2020. Vol. 8, No. 2. P. 220-224.
10. Sudoplatov S.V. Closures and generating sets related to combinations of structures // Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2016. Vol. 16. P. 131-144.
11. Sudoplatov S.V. Combinations of structures // Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics. 2018. Vol. 24. P. 82-101.
12. Sudoplatov S.V. Formulas and properties, their links and characteristics // Mathematics. 2021. Vol. 9, Issue12. 1391. 16 pp.
13. Sudoplatov S.V. Special relations for formulas, their equivalence relations and theories // Siberian Electronic Mathematical Reports. 2022. Vol. 19, N 1. P. 259-272.
14. Sudoplatov S.V. Arities and arizabilities of first-order theories // arXiv:2112.09593v1 [math.LO], 2021. 13 pp.
15. Sudoplatov S.V. Almost  $n$ -ary and  $n$ -arizizable theories // arXiv:2112.10330v1 [math.LO], 2021. 9 pp.
16. Pavlyuk In.I., Sudoplatov S.V. Arities and arizabilities of group, monoid and groupoid theories // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. Vol. 43, N 3. P. 682-686.
17. Sudoplatov S.V. Classification of countable models of complete theories. Parts 1, 2. Novosibirsk : NSTU, 2018.
18. Sudoplatov S.V. Distributions of countable models of disjoint unions of Ehrenfeucht theories // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2021. Vol. 42, N 1. P. 195-205.
19. Kulpeshov B. Sh., Sudoplatov S.V. Minimal theories // Annals of Pure and Applied Logic. 2017. Vol. 168, N 1. P. 129-149.
20. Kulpeshov B. Sh., Sudoplatov S.V. Distributions of countable models of quite o-minimal Ehrenfeucht theories // Eurasian Mathematical Journal. 2020. Vol. 11, N 3. P. 66-78.
21. Kulpeshov B. Sh., Sudoplatov S.V. Spherical orders, properties and countable spectra of their theories. Preprint, 2022. 9 pp.
22. Kulpeshov B.Sh., Macpherson H.D. Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly. 2005. Vol. 51, N 4. P. 377-399.

23. Baisalov Y.R., Meirembekov K.A., Nurtazin A.T. Definably minimal models // Model Theory in Kazakhstan. Almaty : Eco Study, 2006. P. 14-28.
24. Tanovic P. Minimal first-order structures // Annals of Pure and Applied Logic. 2011. Vol. 162. P. 948–957.

## ON NON-ESSENTIALITY OF AN O-STABLE EXPANSION OF $(\mathbb{Z}, <, +)$

**Verbovskiy V., Yershigeshova A.**

*Satbayev University, Almaty, Suleyman Demirel University, Kaskelen, Kazakhstan*

E-mail: [viktor.verbovskiy@gmail.com](mailto:viktor.verbovskiy@gmail.com), [aisha.yershigeshova@gmail.com](mailto:aisha.yershigeshova@gmail.com)

Model theory of ordered groups is a sufficiently important application of mathematical logic to algebra. Here we consider such a quite classical object as the ordered group of integers and its possible expansions. O. Belegradek, Y. Peterzil and F. Wagner proved in [1] that there is no quasi-o-minimal expansion of  $(\mathbb{Z}, <, +)$ . Later in this direction ordered groups were investigated in [2–4]. Quite recently E. Walsberg proved some results in this context [5], in particular showing that a dp-minimal expansion  $G$  of a discretely ordered group is interdefinable with a model of the theory of  $(\mathbb{Z}, <, +)$  if and only if  $G$  does not admit a nontrivial definable convex subgroup. Here we consider o-stable expansions of  $(\mathbb{Z}, <, +)$ .

Recall, that notion of o-stability was introduced in [6], where it was proved that quasi-o-minimal theories are o-superstable.

**Definition.** An ordered structure  $M$  is o- $\lambda$ -stable if for every  $A \subseteq M$  of size at most  $\lambda$  and every cut  $(C, D)$  in  $M$ , at most  $\lambda$  complete 1-types over  $A$  are consistent with  $(C, D)$ . A theory  $T$  is o-stable if there is some infinite  $\lambda$  such that every model of  $T$  is o- $\lambda$ -stable, and it is o-superstable if there is some  $\lambda$  such that for every  $\lambda \geq \lambda$ ,  $T$  is o- $\lambda$ -stable.

Model theory of o-stable ordered groups has been developed in [7–9], where in particular it was proved that an o-stable ordered group is abelian and an o-stable ordered field without definable non-trivial convex subgroups of the additive group is weakly o-minimal and by Marker–Macpherson–Steinhorn theorem is real closed. More general theory of relative stability has been investigated in [10–11]. In [12] V. Verbovskiy proved that a dp-minimal theory with a definable linear order is o-stable, so the class of o-stable theories includes each of the following classes: o-minimal, weakly o-minimal, quasi-o-minimal [6], dp-minimal with a definable linear order.

**Theorem.** Any o-stable expansion of  $(\mathbb{Z}, <, +)$  is not essential, that is, if  $G$  is an o-stable expansion of  $(\mathbb{Z}, <, +)$  then any definable with parameters subset of  $G$  is also definable with parameters in  $(\mathbb{Z}, <, +)$ .

### References

1. O. Belegradek, Y. Peterzil, and F. Wagner, Quasi-o-minimal structures, Journal of Symbolic Logic, vol. 65 (2000), pp. 1115–32.
2. F. Point, F. Wagner, Essentially periodic ordered groups, Ann. Pure Appl. Logic 105 (1–3) (2000) 261–291.
3. O. Belegradek, Poly-regular ordered abelian groups, in: Yi Zhang (Ed.), Logic and Algebra (Contemp. Math. 302), AMS, Providence, RI, 2003.
4. O. Belegradek, V. Verbovskiy, F. Wagner, Coset-minimal groups, Ann. Pure Appl. Logic 121 (2003) 113–143.
5. E. Walsberg, Dp-minimal expansions of discrete ordered abelian groups, arXiv:1903.06222 (2019).
6. B. Baizhanov, V. Verbovskii. O-stable theories. Algebra and Logic 50 (2011), no 3, 211–225.
7. V. Verbovskiy. O-stable ordered groups. Siberian Advances in Mathematics, 22 (2012), 50–74.
8. V. Verbovskiy. On ordered groups of Morley o-rank 1. Siberian Electronic Mathematical Reports 15 (2018) 314–320.
9. V. Verbovskiy, A. B. Dauletiyarova, Piecewise monotonicity for unary functions in o-stable groups. Algebra and Logic 60, 1 (2021), 23–38.
10. V. Verbovskiy, On a classification of theories without the independence property, Mathematical Logic Quarterly 59 (2013) 119–124.
11. V. Verbovskiy, On definability of types and relative stability, Mathematical Logic Quarterly 65 (2019) 332–346.
12. V. Verbovskiy. Dp-minimalnye i uporyadochenno stabilnye uporyadochennye structurey, Matematicheskii zhurnal, 10 (2010), no 2 (36), 35–38.

**ROUGH APPROXIMATE SUBGROUPS**  
**Frank Olaf Wagner, Arturo Rodriguez Fanlo**  
*Camille Jordan Institute, Lyon, France*

Abstract: Let  $k$  be an integer. A subset  $A$  of a group  $G$  is a  $k$ -approximate subgroup if there is a finite set  $E$  of size at most  $k$  such that  $A^2 \subseteq EA$ . They were first studied by Freiman (1973) in the abelian setting; following work of Hrushovski (2011), finite approximate subgroups were classified by Breuillard, Green and Tao (2012). The Theorem: Up to commensurability, a pseudo-finite (or definably measurable) approximate group has a quotient which is a locally compact Lie group. The original proof uses a *Stabilizer Theorem*, assuming the existence of an S1-ideal of negligible sets; an alternative version due to Sanders, Massicot and myself uses more of the measure but has better definability properties.

In his thesis under the supervision of Hrushovski, Arturo Rodriguez Fanlo (2022) generalizes the Lie Model Theorem to *rough approximate subgroups*, where  $A^2 \subseteq EAT$  for some  $A$ -invariant type-definable subgroup  $T$  (for instance an infinitesimal neighbourhood of the identity in a metric group). While Arturo again passes through a near-group theorem, we have recently been able to adapt the alternative approach using outer measures.

**ON MODEL THEORY BEYOND FIRST ORDER**

**Boris Zilber**

*Oxford University, Oxford, United Kingdom*

In the last several decades there has been a gradual shift from first order model theory to its non-elementary versions. This is driven by discoveries both of new model-theoretic notions and constructions and of new applications in number theory and algebraic geometry. I will discuss one of such directions: categoricity and stability of abstract elementary classes and their connection to analytic aspects of algebraic/arithmetical geometry.

**ОБ АЛГЕБРАХ БИНАРНЫХ ФОРМУЛ ДЛЯ СЛАБО ЦИКЛИЧЕСКИ  
МИНИМАЛЬНЫХ ТЕОРИЙ С ТРИВИАЛЬНЫМ ОПРЕДЕЛИМЫМ ЗАМЫКАНИЕМ**

**Кулпешов Б.Ш.**

E-mail: [b.kulpeshov@kbtu.kz](mailto:b.kulpeshov@kbtu.kz)

Данный доклад касается понятия первоначально изученного  $A \subseteq M, 1 \in M$  — циклически упорядоченная  $A$  называется, если для  $a, b \in A$  выполняется условие  $\exists c \in M$  с  $K(a, c, b)$  имеет место  $\exists c \in A$  для  $c \in M$  с  $K(b, c, a)$  имеет место  $c \in A$ . Это есть циклически упорядоченная  $M = \langle M, K, \dots \rangle$  — что любое определение структуры  $M$  выражается объединением конечного числа

Пусть  $M$  — счетно категоричная слабо циклическая теория  $\text{Aut}(M)$ . Следуя стандартной процедуре, если для любых  $a_1, \dots, a_k \in M$  и  $b_1, \dots, b_k \in M$  существует  $g \in \text{Aut}(M)$  для  $g(a_1) = b_1, \dots, g(a_k) = b_k$ . Тогда  $M$  называется  $k$ -транзитивной и не тривиальных собственных конгруэнций на



годы алгебры бинарных формул изучаются инт  
 работ [ 5 ]

В настоящем докладе мы обсуждаем алгебр  
 счетно категоричныи нсимаблөнцжк лтичоерсикий рма нга  
 транзитивной непримитивной группой автомо  
 замыканием.

Теорема M

1-

$$dcl(a) = \{a\} \quad a \in$$

M

$$\mathfrak{F}_M$$

$$R(x, y)$$

$r(y) := \text{rend}R(M, y)$

Данное исследование поддержано КН МОН РК ( I  
 научным фондом-200044) проект 2 2

### Список использованной литературы

1. B.Sh. Kulpeshov, H.D. Macpherson, Minimality conditions on circularly ordered structures // Mathematical Logic Quarterly, 51:4 (2005), 377–399.
2. B.Sh. Kulpeshov, On  $\aleph_0$ -categorical weakly circularly minimal structures // Mathematical Logic Quarterly, 52:6 (2006), 555–574.
3. С. В. Судоплатов, Классификация вочибнрх кмод нГ ГЙ
4. I.V. Shulepov, S.V. Sudoplatov, Algebras of distributions for isolating formulas of a complete theory // Siberian Electronic Mathematical Reports, 11 (2014), 380–407.
5. Д. Ю. Емельянов, Б. Ш. Кулпешов, С. В. Судоплатов  
 категоричныи нсимаблөнцжк структурах // Алгебра и Логика
6. Д. Ю. Емельянов, Бо Ша Кув, пе Ал в е б р Сы В ра Сурделен  
 формул дл жини о лн с ных теорий // Алгебра и Логика, 57
7. Д. Ю. Емельянов, Б. Ш. Кулпешов, С. В. Судоплатов  
 // Алгебра (2020), 432–457, а, 59 : 4
8. А. Б. Алтаева, Б. Ш. Кулпешов, С. В. Судоплатов  
 формул д ш-ж а ш о н р и ч ныи нсимаблөнцжк теорий // Алгебра и

INTERPOLATION PROPERTIES OF ANISOTROPIC LORENTZ SPACES

Kopezhanova A.N.<sup>1</sup>, Nursultanov E.D.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>L.N.Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan,

<sup>2</sup>Kazakhstan branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov,  
Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail: [Kopezhanova@mail.ru](mailto:Kopezhanova@mail.ru), [er-nurs@yandex.ru](mailto:er-nurs@yandex.ru)

In this work we construct interpolation methods with parametric functions that can be used to study the interpolation properties of spaces with mixed metrics and obtain an interpolation theorem for Lebesgue and Lorentz spaces with mixed metrics.

Let  $(A_i^0, A_i^1)$ ,  $i=1,2$  be compatible pairs of Banach spaces. Let  $A_{00} = (A_1^0, A_2^0)$ ,  $A_{01} = (A_1^0, A_2^1)$ ,  $A_{10} = (A_1^1, A_2^0)$ ,  $A_{11} = (A_1^1, A_2^1)$  be spaces with mixed metric [1], [2].

Let  $\Sigma A = A_{00} + A_{01} + A_{10} + A_{11}$ . For  $f \in \Sigma(A)$  and  $t > 0$  we define the Petre functional  $K(f, t)$  by formula

$$K(f, t) = K(f, t; A_{00}, A_{11}) \\ = \inf_{f=f_{00}+f_{01}+f_{10}+f_{11}} (\|f_{00}\|_{A_{00}} + t_1\|f_{10}\|_{A_{10}} + t_2\|f_{01}\|_{A_{01}} + t_1t_2\|f_{11}\|_{A_{11}}),$$

where

$$\|f_{11}\|_{A_{11}} = \|\|f\|_{A_1^1}\|_{A_2^1}, \\ \|f_{00}\|_{A_{00}} = \|\|f\|_{A_1^0}\|_{A_2^0}, \\ \|f_{10}\|_{A_{10}} = \|\|f\|_{A_1^1}\|_{A_2^0}, \\ \|f_{01}\|_{A_{01}} = \|\|f\|_{A_1^0}\|_{A_2^1}.$$

Let  $1 \leq \bar{q} = (q_1, q_2) \leq \infty$ ,  $\bar{\varphi}(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t)) \geq 0$ ,  $t = (t_1, t_2) > 0$ . The space  $A_{\bar{\varphi}, \bar{q}} = (A_{00}, A_{11})_{\bar{\varphi}, \bar{q}}$  are set of all elements for which the following norm is finite

$$\|f\|_{A_{\bar{\varphi}, \bar{q}}} = \left( \int_0^\infty \left( \int_0^\infty \left( \frac{K(f, t_1, t_2; A_{00}, A_{11})}{\varphi_1(t_1) \cdot \varphi_2(t_2)} \right)^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}.$$

We define anisotropic Lorentz spaces as follows:

$$\Lambda_{\bar{q}}(\bar{\varphi}) := \left\{ f: \left( \int_0^{+\infty} \left( \int_0^{+\infty} (f^{*1*2}(t_1, t_2) \varphi_1(t_1) \varphi_2(t_2))^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}} < \infty \right\},$$

where  $f^{*1*2} = f^{*1*2}(t_1, t_2)$  is the nonincreasing permutation of a function  $f$  [1], [2]. The paper [3] studies one-dimensional generalized Lorentz spaces.

If  $\bar{q} < \infty$ , then

$$\|f\|_{\Lambda_{\bar{q}}(\bar{\varphi})} = \left( \int_0^{+\infty} \left( \int_0^{+\infty} (f^{*1*2}(t_1, t_2) \varphi_1(t_1) \varphi_2(t_2))^{q_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{q_2}{q_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{q_2}}.$$

If  $\bar{q} = \infty$ , then

$$\|f\|_{L_\infty(\bar{\varphi})} = \sup_{t_2 > 0} \sup_{t_1 > 0} f^{*1*2}(t_1, t_2) \varphi_1(t_1) \varphi_2(t_2).$$

Let  $\delta > 0$  and  $\varphi(t)$  be nonnegative function on  $[0, \infty)$ . Define a function class  $C_\delta$ :

$$C_\delta = \left\{ \varphi(t): \begin{array}{l} \varphi(t)t^{-\delta} \text{ is an increasing function and} \\ \varphi(t)t^{-1+\delta} \text{ is a decreasing function} \end{array} \right\}.$$

The class  $C$  is defined as follows:

$$C = \bigcup_{\delta > 0} C_\delta.$$

Theorem 1. Let  $0 < \bar{p}_0 = (p_1^0, p_2^0) < \bar{p}_1 = (p_1^1, p_2^1) < \infty$ ,  $1 \leq \bar{q} = (q_1, q_2) \leq \infty$ ,  $\gamma_i = \frac{1}{p_i^0} - \frac{1}{p_i^1}$ ,  $i = 1, 2, \varphi_1, \varphi_2 \in C$ . Then the following inequality is true

$$(L_{\bar{p}_0}, L_{\bar{p}_1})_{\bar{\varphi}, \bar{q}} = \Lambda^{\bar{q}}(\bar{\psi}),$$

$$\text{where } \bar{\psi}(t_1, t_2) = \left( \frac{t_1^{\frac{1}{p_1^0}}}{\varphi_1(t_1^{\gamma_1})}, \frac{t_2^{\frac{1}{p_2^0}}}{\varphi_2(t_2^{\gamma_2})} \right).$$

This work was supported by the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant no. AP14870758).

### References

1. Nursultanov E.D. On the coefficients of multiple Fourier series from  $L_p$ -spaces // *Izv. Math.* – 2000. – Vol. 1. – No. 6. – P. 95–122.
2. Nursultanov E.D. Interpolation theorems for anisotropic spaces and their applications // *Doklady Akademii Nauk*, 2004. – T. 394, C.225.1.
3. Persson L.-E. Interpolation with a parameter function // *Math. Scand.* – 1986. – Vol. 59, № 2. – P. 199–222.

### ON THE CONVOLUTION OPERATOR IN LEBESGUE AND MORREY SPACES

Nursultanov E.D.

Kazakhstan branch of Moscow State University named after M.V. Lomonosov,

Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail: [er-nurs@yandex.ru](mailto:er-nurs@yandex.ru)

Annotation. This paper is devoted to the study of upper bounds for the norm of the convolution operator in Morrey spaces. Upper and lower estimates for the norm of the convolution operator in the Lebesgue space are given. The upper bound refines the classical O'Neill inequality. Young-O'Neil type inequalities in Morrey spaces are proved. New results on the boundedness of Riesz's potential in Morrey spaces are established.

### О ВЛОЖЕНИИ ПРОСТРАНСТВА ОБОБЩЕННЫХ ДРОБНО-МАКСИМАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ В ПЕРЕСТАНОВОЧНО-ИНВАРИАНТНЫЕ ПРОСТРАНСТВА

Бокаев Н. А., Әбек А.Н.

E-mail: [bokayev2011@yandex.ru](mailto:bokayev2011@yandex.ru), [azhar.abekova@gmail.com](mailto:azhar.abekova@gmail.com)

В данной работе вопрос о вложении  $h$ -максимальных функций в перестановочно-инвариантные пространства соответствующего типа решен с помощью методов теории вероятностей.

Пусть  $f^*$  — не возрастающая непрерывная функция на  $\mathbb{R}_+$  и  $f^*(t) = \int_t^{\infty} f^*(\tau) d\tau$ ;  $f \in \mathcal{R}_+$  функции

Пусть  $X(\mathbb{R}^n)$  функциональное пространство с нормой  $\rho(\cdot)$  [1]. Функциональная норма  $\rho(f)$  называется  $p$ -нормой, если

$$f^* \leq g^* \Rightarrow \rho(f) \leq \rho(g).$$

Банахово функциональное пространство  $X(\mathbb{R}^n)$  называется  $p$ -нормированным, если норма  $\rho(\cdot)$  удовлетворяет условиям банахового пространства (сокращенно  $X_p(\mathbb{R}^n)$ ). Через  $X(\mathbb{R}_+)$  обозначим пространство  $X(\mathbb{R}^n)$  с нормой  $\rho(\cdot)$  на  $\mathbb{R}_+$ .

Определение  $\Phi \in (0, \infty]$ . Функция  $\Phi: (0, R) \rightarrow \mathbb{R}_+$  принадлежит классу  $\mathcal{B}_n(\mathbb{R})$  эквивалентно следующим условиям:

- (1) Функция  $\Phi$  убывает и непрерывна на  $(0, R)$ ;
- (2) Существуют константы  $C, \alpha > 0$ , такие что

$$\int_0^r \Phi(\rho) \rho^{n-1} d\rho \leq C \Phi(r) r^n, \quad r \in (0, R).$$

Определение  $\Phi: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ . Пусть  $E(\mathbb{R}^n)$  — банахово пространство. Обобщенная максимальная функция  $M_\Phi f$  для функции  $f \in E(\mathbb{R}^n) \cap L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$  определяется равенством

$$(M_\Phi f)(x) = \sup_{r>0} \Phi(r) \int_{B(x,r)} f(y) dy,$$

где  $B(x, r)$  представляет собой шар радиуса  $r$  с центром в  $x$ . Оператор  $M_\Phi: L_1^{loc}(\mathbb{R}^n) \rightarrow L_1^{loc}(\mathbb{R}^n)$ .

Вслучае  $\Phi(r) = r^{-\alpha}$ ,  $\alpha \in (0, n)$  получаем класс максимальных функций  $M_\alpha f$  [1]:

$$(M_\alpha f)(x) = \sup_{r>0} \frac{1}{r^{n-\alpha}} \int_{B(x,r)} |f(y)| dy.$$

Обозначим  $M_E^\Phi = M_{E^\Phi}^\Phi(\mathbb{R}^n)$  пространство, состоящее из функций  $f \in E(\mathbb{R}^n)$  таких, что

$$u(x) = (M_\Phi f)(x),$$

$$\|u\|_{M_E^\Phi} = \inf \{ \|f\|_E : f \in E(\mathbb{R}^n), M_\Phi f = u \}.$$

Рассмотрим следующий конус убывающих периферических функций



$$KM \equiv KM_E^\Phi = \left\{ h \in L^+(\mathbb{R}_+): h(t) = \sup_{t < \tau < \infty} \tau \Phi(\tau^{1/n}) u^{**}(\tau), t \in \mathbb{R}_+, u \in M_E^\Phi \right\}$$

$$\rho_{KM_E^\Phi}(h) = \inf \left\{ \|u\|_{E(\mathbb{R}^n)}, u \in E(\mathbb{R}^n): h(t) = \sup_{t < \tau < \infty} \tau \Phi(\tau^{1/n}) u^{**}(\tau), t \in \mathbb{R}_+ \right\}$$

Т е о р е м а  $\Phi \in B_n(\mathbb{R})$ . С т б о г д а с у щ е с т в у е т п с л о ж и в а я л и т о л ь к о т а о к т а я , ч т о

$$(M_\Phi f)^{**}(t) \leq C \sup_{t < s < \infty} s \Phi(s^{1/n}) f^{**}(s), t \in (0, \infty)$$

д л я  $f \in L_{loc}^1(\mathbb{R}^n)$ .

Т е о р е м а  $2\Phi \in B_n(\mathbb{R})$ . С т б л о ж  $M_E^\Phi(\mathbb{R}^n) \leftrightarrow X(\mathbb{R}^n)$  э к в и в а л е н т н о  $KM_E^\Phi(\mathbb{R}_+) \leftrightarrow \tilde{X}(\mathbb{R}_+)$ .

П о д о б н ы е в о п р о с ы д л я п р о с т р а н с т в а о б о б щ е н и [3].

### Список использованной литературы

1. C.Bennett, R.Sharpley, Interpolation of operators. Pure and applied mathematics, Volume 129. Boston, MA: Acad. Press Inc., 1988.
2. Goldman M.L. On the cones of rearrangements for generalized Bessel and Riesz potentials // Complex Variables and Elliptic Equations 55:8-10, 2010, p.817-832.
3. Bokayev N. A., Goldman M. L., Karshygina G. Zh. Cones of functions with monotonicity conditions for generalized Bessel and Riesz potentials. Math.Notes. 2018. Vol. 104, No. 3, pp. 356–373.

## ОБ ИНТЕРПОЛЯЦИИ АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВ ТИПА МОРРИ

Джумабаева Д.Г. Нурсултанов Е.Д.

E-mail: [jamilya\\_ast@mail.ru](mailto:jamilya_ast@mail.ru)

В данной работе рассматриваются анизотропные пространства Морри и действующие в них операторы. Интерес в последние десятилетия. Методы исследования этих пространств.

Пусть  $k \in \mathbb{Z}$ , чер  $G_k$  обозначим множество  $\{(0, 2^k)\} \cup \{2^k m, m \in \mathbb{Z}^n\}$ . Пусть  $G = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} G_k$ ,  $Q \in G_k$ . Множество взаимно не пересекающихся  $Q_i \in G_k$  будет локальным разложением  $\mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^n = \bigcup_{Q \in \mathbb{R}^n} Q$  и  $|Q \cap G_k| < \infty$  свойства

Теперь  $\bar{n} = (n_1, \dots, n_d): n_i \in \mathbb{N}, |n| = n_1 + \dots + n_d, \bar{k} = (k_1, \dots, k_d): k_i \in \mathbb{Z}$ . Обозначим  $G_{\bar{k}} = \{Q = Q_1 \times \dots \times Q_d: Q_i \in G_{k_i}, i = \overline{1, d}\}$ , взаимно не пересекающихся  $Q_i \in G_{k_i}$  – локальное разбиение  $\mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^n = \bigcup_{Q \in G_{\bar{k}}} Q$  и  $|Q \cap G_{\bar{k}}| < \infty$  свойства

параллельных  $G_{\bar{k}} = \mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^n = \bigcup_{Q \in G_{\bar{k}}} Q$  назовем локальным разбиением  $\mathbb{R}^n$  и  $\mathbb{R}^n = \bigcup_{Q \in G_{\bar{k}}} Q$  и  $|Q \cap G_{\bar{k}}| < \infty$  свойства

Рассмотрим  $\bar{m} = (m_1, \dots, m_d), \bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_d), \bar{q} = (q_1, q_2, \dots, q_d), \lambda_i \in \mathbb{R}, 0 < p_i, q_i \leq \infty, i = \overline{1, d}$ . Определим локальное  $LM_{p, q}^{\bar{m}}(\mathbb{R}^n)$  пространство измеримых  $f$  функций  $f$  о р ы х

$$\|f\|_{LM_{\bar{p},\bar{q}}^{\bar{\lambda}}(\mathbb{T})} = \left( \sum_{k_d=1}^{\infty} \dots \left( \sum_{k_1=1}^{\infty} \left( 2^{-\sum_{i=1}^d k_i \lambda_i} \sum_{Q \in \mathbb{T}_{\bar{k}}} \|f\|_{L_{\bar{p}}(Q)} \right)^{q_1} \right)^{q_2/q_1} \dots \right)^{1/q_d} < \infty.$$

Т е о р е м а П у к т ь  $\bar{\lambda}_0 = (\lambda_1^0, \dots, \lambda_d^0)$ ,  $\bar{\lambda}_1 = (\lambda_1^1, \dots, \lambda_d^1)$ ,  $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_d)$ ,  $\bar{p} = (p_1, \dots, p_d)$ ,  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_d)$ ,  $\bar{q}_0 = (q_1^0, \dots, q_d^0)$ ,  $\bar{q}_1 = (q_1^1, \dots, q_d^1)$ ,  $\bar{n} = (n_1, \dots, n_d)$  та к и  $0 < p_i \leq \infty$ ,  $0 < q_i^0, q_i^1, q_i \leq \infty$ ,  $-\infty < \lambda_i^0 < \lambda_i^1 < +\infty$ ,  $\theta_i \in (0; 1)$ ,  $n_i \in \mathbb{N}$ ,  $\mathbb{T}$  – л о к а л ь н о е р а  $\mathbb{R}^{|\bar{n}|}$ . Т о г д а

$$\left( LM_{\bar{p},\bar{q}_0}^{\bar{\lambda}_0}(\mathbb{T}), LM_{\bar{p},\bar{q}_1}^{\bar{\lambda}_1}(\mathbb{T}) \right)_{\bar{\theta},\bar{q}} = LM_{\bar{p},\bar{q}}^{\bar{\lambda}}(\mathbb{T}),$$

г д  $\lambda_i = (1 - \theta_i)\lambda_i^0 + \theta_i\lambda_i^1$ .

П у с т ь  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_d)$ ,  $\bar{p} = (p_1, p_2, \dots, p_d)$ ,  $\bar{q} = (q_1, q_2, \dots, q_d)$ ,  $0 < \lambda_i < \infty$ ,  $0 < p_i, q_i \leq \infty$ ,  $i = \overline{1, d}$ . О б о б щ е н н ы е а н и з о т р о п н ы е п р е д е л ь н ы е м н о ж е с т в о в с е х и з м е р и м ы х  $L_{\bar{p}}^{loc}(\mathbb{R}^d)$ . Д е л ь б е г у о т ф у р ь е ц и й

$$\|f\|_{M_{\bar{p},\bar{q}}^{\bar{\lambda}}} = \left( \sum_{k_d=1}^{\infty} \dots \left( \sum_{k_1=1}^{\infty} \left( 2^{-\sum_{i=1}^d k_i \lambda_i} \sum_{Q \in G_{\bar{k}}} \|f\|_{L_{\bar{p}}(Q)} \right)^{q_1} \right)^{q_2/q_1} \dots \right)^{1/q_d} < \infty.$$

Т е о р е м а П у к т ь  $\bar{\lambda}_0 = (\lambda_1^0, \dots, \lambda_d^0)$ ,  $\bar{\lambda}_1 = (\lambda_1^1, \dots, \lambda_d^1)$ ,  $\bar{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_d)$ ,  $\bar{p} = (p_1, \dots, p_d)$ ,  $\bar{q} = (q_1, \dots, q_d)$ ,  $\bar{q}_0 = (q_1^0, \dots, q_d^0)$ ,  $\bar{q}_1 = (q_1^1, \dots, q_d^1)$  та к и  $0 < p_i \leq \infty$ ,  $0 < q_i^0, q_i^1, q_i \leq \infty$ ,  $\lambda_i^0 \neq \lambda_i^1$ ,  $\theta_i \in (0; 1)$ . Т о г д а

$$\left( M_{\bar{p},\bar{q}_0}^{\bar{\lambda}_0}, M_{\bar{p},\bar{q}_1}^{\bar{\lambda}_1} \right)_{\bar{\theta},\bar{q}} \hookrightarrow M_{\bar{p},\bar{q}}^{\bar{\lambda}},$$

г д  $\bar{\lambda} = (\lambda_1, \dots, \lambda_d)$ :  $\lambda_i = (1 - \theta_i)\lambda_i^0 + \theta_i\lambda_i^1$ .

Р а б о т а в ы п о л н е н а в р а м к а х г р а н т а

### Список использованной литературы

1. Burenkov V.I. Recent progress in studing the boundedness of classical operators of real analysis in general Morrey-type spaces II. Eurasian Mathematical Journal 4 (1) (2013) 21-45.
2. Burenkov V.I., Chigambayeva D.K., Nursultanov E.D. Marcinkiewicz-type interpolation theorem and estimates for convolutions for Morrey-type spaces. Eurasian Math. J. 9 (2) (2018) 82-88.
3. Burenkov V.I., Chigambayeva D.K., Nursultanov E.D. Marcinkiewicz-type interpolation theorem for Morrey-type spaces and its corollaries. Complex Var. Elliptic Equ., 65 (1) (2020) 87-108.
4. Burenkov V. I., Nursultanov E. D. Interpolation Theorems for Nonlinear Operators in General Morrey-Type Spaces and Their Applications. Proc. Steklov Inst. Math. 312 (2021) 124–149.

**ИНТЕГРАЛДЫҚ-ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕНДЕУЛЕРДІҢ  
 ЖАҢА ЖАЛПЫ ШЕШІМІ ТУРАЛЫ**

Асанова А.Т.

E-mail: assanova@math.kz

Дифференциалдық теңдеулер теориясынан жол алған Вольтерра интегралдық теңдеулердің жалпы шешімі әруақытта қасиеттері жаңа шеттік есептердің шарттары орнатылады. Ал дифференциалдық теңдеулердің жалпы шешімінің бар болуы мәселесі бірқатар Фредгольм интегралдық теңдеуінің шешімімен байланысты, Д. Жұмабаев Фредгольм теңдеуі үшін жаңа жалпы шешім анықтамасын енгізіп,

Осы жұмыста дифференциалдық теңдеулердің шешімі анықтамасы мен оның қасиеттері қарапайым интегралдық теңдеулер үшін шеттік шешімділік шарттары баяндалады. Сонымен дифференциалдық теңдеулердің бірқатар кластары жолдары мен қолданыс аясы талқыланады.

$[0, T]$  аралығында Фредгольм дифференциалдық теңдеулерін қарастырайық

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + \int_0^T K(t,s)x(s)ds + f(t), x \in R^n, t \in (0, T) \quad (1)$$

мұнда  $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$  -  $n$  өлшемді белгілі функциялар  $A(t)$  -  $n \times n$  өлшемді  $[0, T]$  аралығында үзіліссіз және  $K(t, s)$  -  $n \times n$  өлшемді  $[0, T] \times [0, T]$  аралығында үзіліссіз және  $f(t)$  -  $n$  өлшемді  $[0, T]$  аралығында үзіліссіз функция.

(1) интегралдық теңдеуінің шешімін  $t \in (0, T)$  аралығында үзіліссіз дифференциалданатын,  $t \in (0, T)$  үшін  $x(t) \in C^1([0, T], R^n)$  вектор функциясының айтатымыз.

$\Delta$  арқылы келесі бөлік  $t_0 \in \mathbb{R} \in t_1 < \dots < t_N \in \mathbb{R}$  және  $t_p, p = \overline{1, N-1}$  нүктелерінде үзіліс  $[0, T]$  аралығында  $x(t)$  функциясының  $x_r(t)$  функциясының  $[t_{r-1}, t_r]$  аралығында  $x_r(t) = x(t)$  болуы  $x(t) \in C^1([t_{r-1}, t_r], R^n)$ .

Оған қосымша  $[0, T]$  аралығында бөліктің үзіліс және (1) Фредгольм дифференциалдық теңдеуінің шешімін  $t \in (0, T) \setminus \{t_p, p = \overline{1, N-1}\}$  нүктелерінде қанағаттандырса,  $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$  сыйылуларының жүйесін дифференциалдық теңдеулер жүйесін қанағаттандырады

$$\frac{dx_r}{dt} = A(t)x_r + \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t,s)x_j(s)ds + f(t), t \in (t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}. \quad (2)$$

$C([0, T], \Delta_N, R^{nN})$  арқылы  $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t))$  функциялар жүйесінің бекітілген  $\{t_{r-1}, t_r\} \rightarrow R^n$  үшіндіксіз  $\{r = \overline{1, N}\}$  үшін  $\lim_{t \rightarrow t_{r-1}^+} x_r(t)$  сол жақ шегі бар,  $\|x[\cdot]\|_D = \max_{r=\overline{1, N}} \sup_{t \in [t_{r-1}, t_r]} \|x_r(t)\|$  сінде

$x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)) \in C([0, T], \Delta_N, R^{nN})$  функциялар жүйесі (2) дифференциалдық теңдеулер жүйесінің  $\{t_{r-1}, t_r\}$  аралығында үзіліссіз дифференциалданса болса,  $r = \overline{1, N}$  да

$\lambda_r$  параметрлерінің  $\{t_{r-1}, t_r\}$  шүрінде  $r = \overline{1, N}$  зейік Жаңа  $u_r(t)$  функциясын  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$  деп  $t \in [t_{r-1}, t_r], r = \overline{1, N}$ .

Егер (2) теңдеулер жүйесінің  $\{t_{r-1}, t_r\}$  аралығындағы дифференциалдық теңдеулер жүйесімен алмастырсақ, параметрлердің дифференциал теңдеулер жүйесін аламыз

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t, s)[u_j(s) + \lambda_j] ds + f(t), t \in (t_{r-1}, t_r), r = \overline{1, N}. \quad (3)$$

Енгізілген параметрлер осы теңдеулерді тәмамдау мүмкіндік береді

$$u_r(t_{r-1}) = 0, \quad r = \overline{1, N}. \quad (4)$$

(3), (4) есебі парадокс емес және бірақ арнайы Коши есебі деп дайтқандықтан (2) дифференциалдық теңдеулер жүйесінің параметрлері  $\lambda_r$  бұл дифференциалдық теңдеулер жүйесінің  $\{t_{r-1}, t_r\}$  аралығындағы  $X_r(t)$  матрицасы  $\frac{dx}{dt} = A(t)$  дифференциалдық теңдеулер жүйесінің  $\{t_{r-1}, t_r\}$  аралығындағы  $X_r(t)$  матрицасы болса (3), (4) есебі келесі интеграл теңдеу

$$u_r(t) = X_r(t) \int_{t_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau_1) \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau_1, \tau)[u_j(\tau) + \lambda_j] d\tau d\tau_1 + X_r(t) \int_{t_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau_1) A(\tau_1) d\tau_1 \lambda_r + X_r(t) \int_{t_{r-1}}^t X_r^{-1}(\tau_1) f(\tau_1) d\tau_1, t \in [t_{r-1}, t_r], r = \overline{1, N}. \quad (5)$$

Егер  $y(t) = \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(\tau_1, \tau) u_j(\tau) d\tau$  десек, бірақатар есептеулер интегралдық теңдеулер жүйесін аламыз:

$$y(t) = \int_0^T M(\Delta_N, t, \tau) y(\tau) d\tau + \sum_{r=1}^N D_r(\Delta_N, t) \lambda_r + F(\Delta_N, t), \quad t \in [0, T], \quad (6)$$

мұнда  $M(\Delta_N, t, \tau)$  өзге  $D_r(\Delta_N, t)$  және  $F(\Delta_N, t)$  төмендегі теңдіктермен

$$\begin{aligned} M(\Delta_N, t, \tau) &= \int_{\tau}^{t_1} K(t, \tau_1) X_1(\tau_1) d\tau_1 X_1^{-1}(\tau), \quad t \in [0, T], \quad \tau \in [0, t_1], \\ M(\Delta_N, t, \tau) &= \int_{\tau}^{t_j} K(t, \tau_1) X_j(\tau_1) d\tau_1 X_j^{-1}(\tau), \quad t \in [0, T], \quad \tau \in (t_{j-1}, t_j], j = 2, \dots, N, \\ D_r(\Delta_N, t) &= \int_{t_{r-1}}^{t_r} K(t, \tau) X_r(\tau) \int_{t_{r-1}}^{\tau} X_r^{-1}(\tau_1) A(\tau_1) d\tau_1 d\tau + \\ &+ \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t, \tau) X_j(\tau) \int_{t_{r-1}}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1) \int_{t_{r-1}}^{t_r} K(\tau_1, \tau_2) d\tau_2 d\tau_1 d\tau, \quad r = \overline{1, N}, \\ F(\Delta_N, t) &= \sum_{j=1}^N \int_{t_{j-1}}^{t_j} K(t, \tau) X_j(\tau) \int_{t_{r-1}}^{\tau} X_j^{-1}(\tau_1) f(\tau_1) d\tau_1 d\tau. \end{aligned}$$

Кез келген  $\Delta_N$  бюлікте уін алайық және сәйкес қарастырайық

$$y(t) = \int_0^T M(\Delta_N, t, \tau) y(\tau) d\tau, \quad t \in [0, T]. \quad (7)$$

1 Анық  $\Delta_N$  бюлікте уі (1) теңдеуі үшін интегралдық теңдеуінің тек қана тривиалды шешімі  $\sigma([0, T])$  арқылы  $[0, T]$  аралығының регулярлы бөлікте уле

2 Анықтама. (3), (4) арнайы Коши есебі бі  $(f(t), \lambda)$  жұбы үшін  $f(t) \in C([0, T], \mathbb{R}^n)$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^{nN}$ , осы есептің жа болатын болса.

1 Лемма  $\Delta_N$  бюлікте уіне сәйкес болатын (3) шешілімді болады сон  $\Delta_N$  бюлікте уінде  $\lambda \in \mathbb{R}^{nN}$  болсын және  $u_r(t, \lambda) =$

3 Анықтама  $\Delta_N \in \sigma([0, T])$ ,  $\lambda \in \mathbb{R}^{nN}$  болсын және  $u_r(t, \lambda) = (u_1(t, \lambda), u_2(t, \lambda), \dots, u_N(t, \lambda))$  функциялар жүйесі (3) арнайы Коши есебінің дифференциалдық теңдеулер жүйесі үшін арнайы келесі

$$x(\Delta_N, t, \lambda) = \lambda_r + u_r(t, \lambda), \quad t \in [t_{r-1}, t_r), \quad r = \overline{1, N},$$

$$x(\Delta_N, T, \lambda) = \lambda_r + \lim_{t \rightarrow T-0} u_r(t, \lambda)$$

теңдіктері мен  $x(\Delta_N, t, \lambda)$  ның үзінділіктері (1) -дифференциалдық теңдеулер жүйесінің шешімі деп аталады.

This research has been funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant AP08855726).

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Boichuk A.A., Samoilenko A.M. Generalized Inverse Operators and Fredholm Boundary-Value Problems, VSP, Utrecht, Boston, 2004.
2. Dzhumabaev D.S. New general solutions to linear Fredholm integro-differential equations and their applications on solving the boundary value problems. Journal of Computational and Applied Mathematics. 327 (2018), 79–108.

## ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОБЛЫСТАГИНЗБУРГ-ЛАНДАУ КОМПЛЕКСТІ ТЕНДЕУІНІҢ ТРАЕКТОРИЯЛЫҚ АТТРАКТОРЛАРЫН ОРТАШАЛАУ

Бекмаганбетов К.А.<sup>1</sup>, Төлеміс А.Ә.<sup>2</sup>, Чечкин Г.А.<sup>3</sup>

1

2

3

E-mail: [bekmaganbetov-ka@yandex.kz](mailto:bekmaganbetov-ka@yandex.kz); [abylaikhan9407@gmail.com](mailto:abylaikhan9407@gmail.com); [checkin@mech.math.msu.su](mailto:checkin@mech.math.msu.su)

Дербес тұындылы диссипативті теңдеулер үшін эзирленген Бұл тәсілге сәйкес Коши есептер дәлелденбеген (матрица, жұп) және (матрица) баяндама  $\Delta_N$  бюлікте уінің шешімі дерінің ұзақ мерзімді соңғы еуінің аттракторлардың орташалануына байла [2] с, т [3] бі [4]).

Аттрактор диссипативті сызқты емес эволюция шексіздікке ұмтылғандағы эрекетін сипаттайды

шектік объектілерін, яғни эволюциялық теңдік динамикасының ништар тәжіриялардың жиындарын кеңірек қарастырамыз.  $\Omega \subset \mathbb{R}^n$ ,  $n \geq 3$ , шектелген  $\Omega$  — оңтүстік арасының бөлігі  $G_0 \subset \Omega$ .  $Y = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^n$  — облыс болсын, реттелген едсілігі оморфты компакт  $\delta > 0$  және  $\mathbb{Z}$ -кез келген жиын болсын,  $\delta \mathbb{Z} = \{x: \delta^{-1}x \in \mathbb{Z}\}$ .  $\varepsilon > 0$  үшін  $\varepsilon^{n/n-2}G_0 \subset \varepsilon Y$  жеткілікті аз  $j \in \mathbb{Z}^n$  үшін  $G_\varepsilon^j$  жиындардың анықтаймыз

$$P_\varepsilon^j = \varepsilon j, \quad Y_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon Y, \quad G_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon^{n/n-2}G_0.$$

Әрқарар  $\tilde{\Omega}_\varepsilon = \{x \in \Omega: \rho(x, \partial\Omega) > \sqrt{n\varepsilon}\}$  облысының  $\tilde{\Omega}_\varepsilon = \bigcup_{j \in \mathbb{Z}^n: G_\varepsilon^j \cap \tilde{\Omega}_\varepsilon \neq \emptyset} G_\varepsilon^j$  рұқсат етілген индекстер жинағына анықтаймыз

Назар аударыңыз  $\tilde{\Omega}_\varepsilon \supset \Omega$  тұрақты. Келесі облыс  $\Omega_\varepsilon = \Omega \setminus \tilde{\Omega}_\varepsilon$ ,  $G_\varepsilon = \bigcup_{j \in \mathbb{Z}^n} G_\varepsilon^j$ .

Гинзбург аумағында у комплексі теңдік уік рие сүшінің асимптотикалық әрекетін зерттейміз

$$\begin{cases} \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} = (1 + \alpha i)\Delta u_\varepsilon + R\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)u_\varepsilon + \left(1 + \beta\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)i\right)|u_\varepsilon|^2 u_\varepsilon + g\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right), & x \in \Omega_\varepsilon, \\ (1 + \alpha i)\frac{\partial u_\varepsilon}{\partial \nu} + \varepsilon^{\frac{n}{2-n}}b\left(x, \frac{x - P_\varepsilon^j}{\varepsilon^{2-n}}\right)u_\varepsilon = 0, & x \in \partial G_\varepsilon^j, j \in \mathbb{Z}^n, \\ u_\varepsilon = 0, & x \in \partial\Omega \\ u_\varepsilon(0) = U(x), & x \in \Omega_\varepsilon. \end{cases} \quad (1)$$

мұнда  $u_1 + iu_2 \in C$ ,  $v$  — шекараның сыртқы нормаль векторы  $R(x, y), \beta(x, y) \in C_b(\Omega \times \mathbb{R}^n)$ ,  $b(x, y) \in C(\Omega \times \mathbb{R}^n)$ ,  $b(x, y)$  — уайымалы үлгісіне  $g(x, y) \in L_2^{loc}(\Omega \times \mathbb{R}^n; \mathbb{C})$ . Барлық  $x \in \Omega$  және  $y \in \mathbb{R}^n$  үшін төмендегідей орындалады

$$0 < R_1 \leq R(x, y) \leq R_2, \quad 0 < \beta_1 \leq \beta(x, y) \leq \beta_2, \quad 0 < b_0 \leq b(x, y) \leq B_0.$$

Әрқарар  $L_2^{loc}(\Omega \times \mathbb{R}^n)$ -де  $R\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$  және  $\beta\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$  функцияларының орташа мәні  $\bar{R}(x)$  және  $\bar{\beta}(x)$ , ал  $g\left(x, \frac{x}{\varepsilon}\right)$  функция  $L_2^{loc}(\Omega; \mathbb{C})$ -де орташа мәні  $\bar{g}(x)$  болады

Біз қарама-қарсы есептің траекторияларын  $\varepsilon \rightarrow 0$  үшін парабола тәрізді  $L_2^{loc}(\Omega; \mathbb{C})$ -де есептің (2) — шекаралық есептің траекториялық шешімдерінің дәлелдедік:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = (1 + \alpha i)\Delta u + \bar{R}(x)u + (1 + \bar{\beta}(x)i)|u|^2 u - V(x)u + \bar{g}(x), & x \in \Omega, \\ u = 0, & x \in \partial\Omega, \\ u(0) = U(x), & x \in \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

мұнда  $V(x)$  — функция  $\bar{g}(x)$  — «деп аталатын (қорықарма)» формула бойынша анықталады

$$V(x) = \int_{G_0} \frac{\partial}{\partial \nu_y} v(x, y) d\sigma_y.$$

мұнда  $v(x)$  — келесі шектік есептің шешімі болады:

$$\begin{cases} -\Delta_y v = 0, & y \in \mathbb{R}^n \setminus G_0, \\ \frac{\partial v}{\partial \nu_y} + b(x, y)v = b(x, y), & y \in \partial G_0, \\ v \rightarrow 0, & |y| \rightarrow \infty. \end{cases}$$

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Attractors for equations of mathematical physics. Providence(RI):Am. Math. Soc.– 2002.– P.363.
2. Bekmaganbetov K. A. , Chechkin G. A. , Chepyzhov V. V. A Me'c a n-2020. – V. 348, №5. – P.351–359.
3. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V.Strong Convergence of Trajectory Attractors for Reaction– Diffusion Systems with Random Rapidly Oscillating Terms. Communications on Pure and Applied Analysis. –2020. – V. 19, №5. – P.2419–2443.
4. Bekmaganbetov K. A. , Chechkin G. A. , Chepyzhov V. V. “ S-t r a Diffusion Equation in Perforated Domain. Chaos, Solutions & Fractals. –2020. –V. 140, Art. № 1102

### ШЕТТІК ШАРТТАРЫНДА ТЕЗ ӨЗГЕРЕТІН МҮШЕЛЕРІ БАР ПЕРФОРАЦИЯЛАНҒАН ОБЛЫСТАНАВЬЕ-СТОКС ЖҮЙЕСІНІҢ АТТРАКТОРЛАРЫН ОРТАШАЛАУЫ

Бекмаганбетов К.А.<sup>1</sup>, Төлеубай А.М.<sup>2</sup>, Чечкин Г.А.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>

<sup>2</sup>

<sup>3</sup>

E-mail: [bekmaganbetov-ka@yandex.kz](mailto:bekmaganbetov-ka@yandex.kz); [altyn.15.94@mail.ru](mailto:altyn.15.94@mail.ru); [checkin@mech.math.msu.su](mailto:checkin@mech.math.msu.su)

Бұл жұмыста перфорацияланған облыстың диффузия-стокс жүйесінің аттракторларының орташа мән-дің табылуы (облыстың геометриясы туралы) қарастырылады. Аттракторлардың орташалануына байланысты [1], [2], [3], [4].

Осы бағытта перфорацияланған облыстың диффузия-стокс жүйесінің аттракторларының орташа мән-дің табылуы функциялы кеңістіктерінде орташа мән-дің табылуы аттракторына жинақталуының табылуы. Мұнда кіші перфорацияланған ортадағы қуыстардың диаметрі табылады.

$\Omega - \mathbb{R}^2$ -гі шектелген облыс және  $G_0 - \Omega$ -ішілік аймақ болсын,  $\bar{G}_0$  шегінің біріктірілуі болып табылатындай  $\delta > 0$  және  $M$  кез келген жиын болсын, біз  $\delta M$  кезінде  $\{x: \delta^{-1}x \in M\}, j \in \mathbb{Z}^2$  үшін келесі теңдіктерді қарастырамыз

$$P_\varepsilon^j = \varepsilon j, \quad Y_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon Y, \quad G_\varepsilon^j = P_\varepsilon^j + \varepsilon G_0.$$

Әрқар  $\tilde{\Omega}_\varepsilon = \{x \in \Omega: \rho(x, \partial\Omega) > \sqrt{2}\varepsilon\}$  облысын  $\gamma_\varepsilon = \{j \in \mathbb{Z}^2: G_\varepsilon^j \cap \tilde{\Omega}_\varepsilon \neq \emptyset\}$  рұқсат етілген индекстер жинағын анықтаймыз.

Назар аударыңыз,  $\varepsilon > 0$  тұрақты. Келесі облыс  $\Omega_\varepsilon = \Omega \setminus \bar{G}_\varepsilon, G_\varepsilon = \bigcup_{j \in \gamma_\varepsilon} G_\varepsilon^j$ .

Кеңістіктер үшін келесі  $\mathbf{H} := [L_2(\Omega)]^2$ ,  $\mathbf{H}_\varepsilon := [L_2(\Omega_\varepsilon)]^2$ ,  $\mathbf{V} := [H_0^1(\Omega)]^2$ ,  $\mathbf{V}_\varepsilon := [H^1(\Omega_\varepsilon; \partial\Omega)]^2 - [H^1(\Omega)]^2$  —  $\partial\Omega$  шекарасында іздерінің функциялар жиыны. Бұл кеңістіктердің нормалары

$$\|v\|^2 := \int_\Omega \sum_{i=1}^2 |v^i(x)|^2 dx, \quad \|v\|_\varepsilon^2 := \int_{\Omega_\varepsilon} \sum_{i=1}^2 |v^i(x)|^2 dx,$$

$$\|v\|_1^2 := \int_\Omega \sum_{i=1}^2 |\nabla v^i(x)|^2 dx, \quad \|v\|_{1\varepsilon}^2 := \int_{\Omega_\varepsilon} \sum_{i=1}^2 |\nabla v^i(x)|^2 dx.$$

Нав-Стокс теңдеулерінің автономды екі-шіекшілігі есептің траекториялық аттракторларының асимптотикалық

$$\begin{cases} \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial t} - \nu \Delta u_\varepsilon + (u_\varepsilon, \nabla) u_\varepsilon = g(x, \frac{x}{\varepsilon}), & x \in \Omega_\varepsilon, \\ (\nabla, u_\varepsilon) = 0, & x \in \Omega_\varepsilon, \\ \nu \frac{\partial u_\varepsilon}{\partial n} + B(\frac{x}{\varepsilon}) u_\varepsilon = 0, & x \in \partial G_\varepsilon, t \in (0, +\infty), \\ u_\varepsilon = 0, & x \in \partial\Omega \\ u_\varepsilon = U(x), & x \in \Omega_\varepsilon, t = 0. \end{cases} \quad (1)$$

мұнда  $u_\varepsilon = u_\varepsilon(x, t) = (u_\varepsilon^1, u_\varepsilon^2)$ ,  $g = g(x, y) = (g^1, g^2) \in [L_2(\Omega \times \mathbb{R}^2)]^2$ ,  $n$ -шекараның нормаль векторы  $B(s) = \begin{pmatrix} b^1(s) & 0 \\ 0 & b^2(s) \end{pmatrix}$ ,  $b^k(s) \in C(\mathbb{R}^2)$ ,  $b^k(s)$  — әрбір айнымалы үшін  $\int_{\partial G_0} b^k(s) d\sigma = 0$  шартын қанағаттандырады (1, 2), мұнда  $d\sigma$  —  $\partial G_0$  элементі.

Орташаланған (шектік) есеп келесі түрде беріледі:

$$\begin{cases} \frac{\partial u_0}{\partial t} - \nu \sum_{i,l=1}^2 \hat{a}_{il} \frac{\partial^2 u_0}{\partial x_i \partial x_l} + (u_0, \nabla) u_0 + V u_0 = \bar{g}(x), & x \in \Omega, \\ (\nabla, u_0) = 0, & x \in \Omega, \\ u_0 = 0, & x \in \partial\Omega \\ u_0 = U(x), & x \in \Omega, t = 0, \end{cases} \quad (2)$$

мұнда

$$\hat{a}_{il} = \int_{Y \setminus G_0} \left( \frac{\partial N_l(\xi)}{\partial \xi_i} + \delta_{il} \right) d\xi, \quad \bar{g}(x) = \int_{Y \setminus G_0} g(x, \xi) d\xi,$$

$$m_k = - \int_{\partial G_0} b^k(\xi) M^k(\xi) d\sigma, \quad V = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix},$$

$N_l(\xi)$  және  $M^k(\xi)$  — 1-периодтық, периодтылық ұяшығының теңестірілген тменді артарды қанықтандырады:

$$\Delta M^k = 0, \quad \xi \in Y \setminus G_0, \quad \frac{\partial M^k}{\partial n} = -b^k(\zeta), \quad \xi \in \partial G_0,$$

$$\Delta N_l = 0, \quad \xi \in Y \setminus G_0, \quad \frac{\partial N_l}{\partial n} = -n_l, \quad \xi \in \partial G_0.$$

В кеңістік  $\sum_{i,l=1}^2 \hat{a}_{il} \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_l}$  операторының бір  $\lambda_0$  жерінде біріктірілген келесідей теорема арқылы анықталамыз:

**Теорема 1.** Айтамыз  $\lambda_0 \in \max\{m_1, m_2\}$ ,  $\mathbf{L}_2^b(\mathbb{R}_+; V) \cap \mathbf{L}_\infty(\mathbb{R}_+; H) \cap \left\{ v: \frac{\partial v}{\partial t} \in \mathbf{L}_2^b(\mathbb{R}_+; H) \right\}$  кеңістігіне  $\theta > 0$  үшін келесі шектік қатынас орындалады:

$$\mathcal{A}_\varepsilon \rightarrow \mathcal{A},$$

мұнда  $\mathcal{A}_\varepsilon, \mathcal{A}$  — сәйкесінше (1) және (2) есептерінің т



### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Беляев А. Г., Пятницкий А. Л., Чечкин Г. А. Усредненные краевые условия. Математический журнал. – 2001. – Т. 52, № 2. – С. 201–210.
2. Bekmaganbetov K. A., Chechkin G. A., Chepyzhov V. V. A Me'rsa. – 2020. – Т. 348, № 5. – P. 351–359.
3. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V.V. Strong Convergence of Trajectory Attractors for Reaction–Diffusion Systems with Random Rapidly Oscillating Terms. Communications on Pure and Applied Analysis. – 2020. – V. 19, № 5. – P. 2419–2443.
4. Bekmaganbetov K.A., Chechkin G.A., Chepyzhov V. V. “Strange Term” in Homogeneous Diffusion Equation in Perforated Domain. Chaos, Solutions & Fractals. – 2020. – V. 140, Art. № 110202.
5. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Non-autonomous 2D Navier–Stokes system with a simple global attractor and some averaging problems. ESAIM Control Optim. Calc. Var. – 2002. – V. 8. – P. 467–487.
6. Chepyzhov V.V., Vishik M.I. Non-autonomous 2D Navier–Stokes system with singularly oscillating external force and its global attractor. J. Dynam. Diff. Eq. – 2007. – V. 19, № 3. P. 655–684.
7. Бекмаганбетов К. А., Толеубай А. М., Чечкин Г. А. Обдву-пористой среде. Проблемы математического анализа. – 2021. – Т. 48, № 1. – С. 115–128.

### УСЛОВИЯ КОЭРЦИТИВНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОГО КЛАССА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО ПОРЯДКА В $L_1(\mathbb{R})$

Есбаев А.Н., Оспанов К.Н.

E-mail: [adilet.e@gmail.com](mailto:adilet.e@gmail.com)

В пространстве суммируемых функций задано уравнение второго порядка:

$$-s(x)(\rho(x)y')' + r(x)y' = f(x), \quad (1)$$

где  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\rho(x)$  — дважды непрерывно дифференцируемая функция,  $r(x)$  — непрерывно дифференцируемая функция,  $f(x) \in L_1(\mathbb{R})$  — суммируемая функция.

Определим  $\tilde{L}_1(\mathbb{R}) = C^1(\mathbb{R})$  следующим образом:

$$\tilde{L}_1 := \{y \in C^1(\mathbb{R}) : -s(x)(\rho(x)y')' + r(x)y' \in L_1(\mathbb{R})\}.$$

Через  $\tilde{L}_1$  обозначим  $\tilde{L}_1(\mathbb{R})$  и решение уравнения (1)  $y \in \tilde{L}_1$  тако  $\tilde{L}_1$   $y = f$  то

Будем говорить, что уравнение (1)  $\tilde{L}_1$   $y = f$   $\tilde{L}_1$   $y = f$  выполняется следующая оценка

$$\| -s(\rho y')' \|_{L_1(\mathbb{R})} + \| r y' \|_{L_1(\mathbb{R})} + \| y \|_{L_1(\mathbb{R})} \leq C \| f \|_{L_1(\mathbb{R})},$$

причем постоянная  $C$  зависит от

**Теорема.**  $\rho \geq 1$ ,  $r(x) \geq \max(\rho(x), \sqrt{1+x^2})$ ,  $s(x) \geq \delta > 0$

$y \in \tilde{L}_1$

$\tilde{L}_1$

$$\| -s(\rho y')' \|_1 + \| r y' \|_1 + \| y \|_1 \leq C_0 \| f \|_1.$$

Отметим,  $s(x) \in \text{Dir}(x) \equiv 0$  аналогичные утверждения в работах [1, 2] для  $s$ -Лиувилля в Шредингер Штурма потенциал  $s(x) = \rho(x) \in \mathbb{R}$ , где  $\rho(x)$  — результат установления

### Список использованной литературы

1. Гриншпун Э. З., Об отражении Миягуа в Шредингер Штурма Известия КазССР. Серия естественные науки. — 1984. — № 5. — С. 29-6.
2. Ойнаров Р. О. О разделимости оператора Шредингера СССР 1985. — Т. № 8. — С. 110-6.
3. Osipov K.N.  $L_1$ -maximal regularity for quasilinear second order differential equation with damped term // Electronic Journal of Qualitative Theory of Differential Equations. — 2015. — № 3-9P. 1-9.

## КРИТЕРИИ ЕДИНСТВЕННОСТИ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ ПО ВРЕМЕНИ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ОПЕРАТОРНОГО УРАВНЕНИЯ $l(\cdot) - A$ С ОПЕРАТОРОМ ТРИКОМИ А

Кангужин Б.Е., Кошанов Б.Д., Султангазиева Ж.Б., Кунтуарова А.Д.

E-mail: [koshanov@list.ru](mailto:koshanov@list.ru)

1. В функциональ  $L_2(0, T)$  рассмотрим оператор  $B$  с помощью которого дифференциальным выражением

$$l(w) \equiv \frac{d^n w}{dt^n} + p_1(t) \frac{d^{n-1} w}{dt^{n-1}} + \dots + p_n(t) w(t), \quad 0 < t < T \quad (1)$$

с регулярными краевыми условиями

$$\sum_{k=0}^{n-1} [\alpha_{kj} w^{(k)}(0) + \beta_{kj} w^{(k)}(T)] = 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (2)$$

где  $p_j(t) \in C^{(n-j)}[0, T]$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ .

**Требование I.** Предположим, что область  $B$  в  $n$ -мерном пространстве  $E_n$  с регулярными в смысле Биркгофа краевыми условиями  $n = 2p - 1$  следующие два  $\theta_0, \theta_1$  и  $\theta_2$  являются для  $n$  и  $2p$  следующие два  $\theta_0, \theta_1$  являются нулями.

Сопряженный  $B^*$  задается дифференциальным выражением

$$B^*R(t) = l^+(R), \quad 0 < t < T$$

и областью определения

$$D(B^*) = \{R \in W_2^n[0, T] : V_1(R) = 0, \dots, V_n(R) = 0\}.$$

В работе [1] доказано следующее утверждение

**Теорема 1 [1].**

$B$

$B^*$

Нам потребуются также следующие

**Теорема 2 [3].**

$B$

$B$

$$L_2(0, T).$$

Применяя теорему 1 и теорему 2, мы можем сформулировать утверждение.

**Теорема 3.**

$I$

$B^*$

$$L_2(0, T).$$

2. Пусть  $\Omega \in \mathbb{R}^2$  — конечная область,  $y > 0$  границей  $\Omega$  является  $\alpha(0, 0)$  и  $\beta(1, 0)$  нормированными  $\sigma_0$ , а их характеристический вид  $\sigma_0$   $\frac{2}{3}(x - y)^{\frac{3}{2}} = 0$ ,  $\beta C: x + \frac{2}{3}(-y)^{\frac{3}{2}} = 1$  уравнения

$$Av = uv_{xx}(x, y) + v_{yy}(x, y) = f(x, y). \quad (3)$$

**Задача Т.** На  $\Omega$  решите уравнение (3), удовлетворяющее

$$u(x, y; t)|_{\sigma_0} = 0, \quad \sigma_0: (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{4}{9}y^3 = \frac{1}{4}, \quad (4)$$

$$x^{5/6}D_{0+}^{1/6}(u(\chi_0(x))x^{-2/3}) + (1-x)^{5/6}D_{1-}^{1/6}(u(\chi_1(x))(1-x)^{-2/3}) = 0, \quad (5)$$

где

$$u(\chi_0(x)) = u\left(x, -\left[\frac{3x}{2}\right]^{2/3}\right), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2},$$

$$u(\chi_1(x)) = u\left(x, -\left[\frac{3(1-x)}{2}\right]^{2/3}\right), \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1.$$

Здесь граничные условия в помощь дробью Нильхв илрлюи з

$$D_{0+}^{1/6}g(x) = \frac{d}{dx} \int_0^x \frac{g(t)}{(x-t)^{1/6}} dt,$$

$$D_{1-}^{1/6}g(x) = -\frac{d}{dx} \int_x^1 \frac{g(t)}{(t-x)^{1/6}} dt.$$

Оператор, соответствующий в  $\mathcal{L}_2(\Omega)$  операторам  $A$  и  $B$  с соответствующими операторами  $A_0$  и  $B_0$  нумеровать парой  $\eta_m$ . л. Сочислите  $\eta_m$  функции  $u(x, y; t)$  с соответствующими  $\eta_m$ .

В работе [4] доказано следующее утверждение

**Теорема 4 [4].** Оператор является самосопряженным в  $\mathcal{L}_2(\Omega)$

Как следствие данной теоремы 4  $\{u_n(x, y; t)\}_{n=1, 2, \dots, \infty}$  операторы образуют полную ортонормированную систему функций в  $\mathcal{L}_2(\Omega)$ .

3. Пусть  $\Omega$  — область из предыдущего пункта. Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial^n u(x, y; t)}{\partial t^n} + \sum_{j=1}^n p_j(t) \frac{\partial^{n-j} u(x, y; t)}{\partial t^{n-j}} = y \frac{\partial^2 u(x, y; t)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u(x, y; t)}{\partial y^2} + f(x, y; t), \quad (x, y) \in \Omega, \quad 0 < t < T \quad (6)$$

с краевыми условиями по

$$U_v(u(x, y; \cdot)) = 0, \quad v = 1, 2, \dots, n, \quad (x, y) \in \Omega \quad (7)$$

и условиями по

$$u(x, y; t)|_{\sigma_0} = 0, \quad \sigma_0: (x - \frac{1}{2})^2 + \frac{4}{9}y^3 = \frac{1}{4}, \quad (8)$$

$$x^{5/6}D_{0+}^{5/6}(u(\chi_0(x); t)x^{-2/3}) + (1-x)^{5/6}D_{1-}^{1/6}(u(\chi_1(x); t)(1-x)^{-2/3}) = 0, \quad (9)$$

где

$$u(\chi_0(x); t) = u\left(x, -\left[\frac{3x}{2}\right]^{2/3}; t\right), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2},$$

$$u(\chi_1(x); t) = u\left(x, -\left[\frac{3(1-x)}{2}\right]^{2/3}; t\right), \quad \frac{1}{2} \leq x \leq 1, \quad 0 < t < T.$$

Операторная запись в  $\mathcal{L}_2(\Omega)$  имеет вид задачи

$$Bu = Au(x, y; t) + f(x, y; t), \quad (x, y; t) \in \Omega. \quad (10)$$

Здесь оператор  $B$  имеет следующие свойства

**Теорема 5.**

$I$

$$Bu = Au \quad (11)$$

$$u \in D(B) \cap D(A)$$

$$\sigma(B) \cap \sigma(A) \neq \emptyset, \quad (12)$$

### Список использованной литературы

1. Наймарк М. А. Линейные дифференциальные операторы. 1958.
2. Kilbas A.A., Srivastava H.M., Trujillo J.J. Theory and Applications of fractional differential equations. 2006. Elsevier. 541 p.
3. Кесельман Г. М. Об безусловной сходимости разложения дифференциальных операторов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 1983. Т. 115. № 2. С. 82.
4. Кальменов Т. Ш. О самосопряженных краевых задачах уравнения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. 1983. Т. 115. № 2. С. 66.

## КОЭРЦИТИВНАЯ РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОГО ПСЕВДОПАРАБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА

Оспанов М.Н.

E-mail: [myrzan66@mail.ru](mailto:myrzan66@mail.ru)

Пусть  $\bar{\Omega} \in [0, \omega] \times (-\infty, +\infty)$ . Рассмотрим псевдопараболическое уравнение

$$u_{xtt} = a_0(x, t)u_x + a_1(x, t)u_{tt} + a_2(x, t)u + f(x, t) \quad (1)$$

где функции  $a_i(x, t)$  ( $i = 0, 2$ ),  $f(x, t)$  предполагаются непрерывными и неограниченными на  $\bar{\Omega}$ .

Через  $C_*(\bar{\Omega}, R)$  обозначим пространство ограниченных  $R$ -функций  $V(x, t) \in C_*(\bar{\Omega}, R)$  и равномерно  $t \in R$ -непрерывных на  $[0, \omega]$ .

Пусть  $\|V(x, \cdot)\|_1 = \sup_{t \in R} \|V(x, t)\|$ ,  $\|V(x, t)\| = \max_{i=1, n} |V_i(x, t)|$ .

Исследуются свойства решений уравнения (1), удовлетворяющих условиям  $u(0, t) = \psi(t)$ ,  $u(x, t), u_x(x, t), u_{tt}(x, t), u_{xtt}(x, t) \in C_*(\bar{\Omega}, R)$ , (2)

Положим  $\alpha(x, t) = \frac{a_0(x, t)}{\sqrt{\beta(x, t)}}$ ,  $\theta(x, t) = \frac{1}{d} \int_t^{t+d} a_1(x, \tau) d\tau$ .

Справедлива

**Теорема 1.** Пусть функции  $a_i(x, t)$  ( $i = 0, 2$ ) уравнения (1) непрерывны и выполнены условия:

a)  $a_0(x, t) \geq \gamma > 0$ ,  $\gamma - \text{const}$ ;

b)  $\frac{a_0(x, t)}{a_0(x, \bar{t})} \leq c$  при  $t, \bar{t} \in R$ :  $|t - \bar{t}| < d$ ,  $c, d - \text{const}$ ;

для каждого  $\delta > 0$  найдется  $\varepsilon > 0$  и такое  $\varepsilon$ , что если  $\alpha(x, t)$  и  $\theta(x, t)$  удовлетворяют условиям  $|\alpha(x, t) - \alpha(x, \bar{t})| < \varepsilon$  и  $|\theta(x, t) - \theta(x, \bar{t})| < \varepsilon$ , то

d)  $P_{a_1, a_0}(x, t), P_{a_2, a_0}(x, t), P_{f, a_0}(x, t) \in C_*(\bar{\Omega}, R)$ .

e)  $f(x, t), \sqrt{\theta(x, t)}\psi(t), \sqrt{\theta(x, t)}\dot{\psi}(t) \in C_*(\bar{\Omega}, R^2)$

Тогда существует единственное решение уравнения (1) в пространстве  $C_*(\bar{\Omega}, R)$  и справедлива оценка

$$\|u_{xtt}\|_1 + \|a_0 u_x\|_1 + \|a_1 u_{tt}\|_1 + \|a_2 u\|_1 \leq C.$$

Здесь  $C$  зависит от  $\gamma, \psi, \theta, \alpha, \beta, f, a_1, a_2$  и  $\varepsilon$ .

### Список использованной литературы

1. Джумабаев Д. С., Оспанов М. Н. Об ограниченности и гиперболических уравнений с неограниченными коэффициентами // Вестник Казанского университета. Физико-математические науки. 2006. - Т. 48, № 1(19). - С. 66-71.
2. Оспанов М. Н. Разделимость семейства систем обыкновенных дифференциальных уравнений // Вестник Казанского университета. Физико-математические науки. 2008. - Т. 50, № 1(19). - С. 66-71.

### БАЗИСНОСТЬ СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЙ НЕСАМОСOPЯЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ВТОРОГО ПОРЯДКА С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Сарсенби А.А.

E-mail: [abdisalam@mail.ru](mailto:abdisalam@mail.ru)

В работе [1] был исследован вопрос несамосопряженной спектральной задачи с инволюцией

$$-u_{xx}(x) = \lambda u(x), \quad -1 < x < 1, \quad (1)$$

с самосопряженными краевыми условиями

$$u(-1) = 0, \quad u_x(-1) = u_x(1), \quad (2)$$

система собственных функций в  $L_2(-1, 1)$  образует базис

С помощью подходов, разработанных в работе [2] для задачи

$$-u_{xx}(x) + q(x)u(x) = \lambda u(x), \quad -1 < x < 1, \quad (3)$$

с краевыми условиями  $u(-1) = 0, u_x(-1) = u_x(1)$  с помощью функции

$L_1(-1, 1)$ . Построена функция Грина краевой задачи

равносходимости разложений в базисе собственных функций

задачи (3), (2). Доказана теорема о сходимости разложения в базисе собственных функций задачи (3), (2). При этом открытым остается

AP13068539.

### Список использованной литературы

- [1] Сарсенби А. А. Полнота и базисность собственных функций инволюцией // Математический журнал. 2017, № 2 (64), 183-201.
- [2] А.А.Сарсенби, Турметов, "Базисность собственных функций дифференциального оператора второго порядка с инволюцией", Математический журнал, 2019, № 2, 183-196
- [3] Kritskov L.V., Sarsenbi A.M. Equiconvergence Property for Spectral Expansions Related to Perturbations of the Operator  $-u''(-x)$  with Initial Data, Filomat, 32:3, 2018, 1069-1078. doi.org/10.2298/FIL1803069K.

**О СОБСТВЕННЫХ ФУНКЦИЯХ И СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ  
НЕЛОКАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ЛАПЛАСА  
Турметов Б.Х.**

E-mail: [batirkhan.turmetov@ayu.edu.kz](mailto:batirkhan.turmetov@ayu.edu.kz)

Пусть  $P = \{x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n : 0 < x_j < p_j, j = 1, \dots, n\}$  параллелепипед в  $R^n$ ,  $\partial P$  его граница. Рассмотрим оператор  $(\Delta u)_i = \Delta u_i$ ,  $1 \leq i \leq n$ . Очевидно  $S_i^2 = E$ , где единичное отображение  $S_i$  примем всевозможные композиции  $S_{i_1} S_{i_2} S_{i_3} \dots$ . Общее количество таких отображений  $2^n$  с учетом тождества  $S_i^2 = E$ .

Если взять систему  $\{S_{i_1} S_{i_2} \dots S_{i_n} u\}$ , где  $i_k = 0, 1$  при  $k = 1, \dots, n$ , то удается выписать эти коэффициенты  $a_{(0\dots00)_2}, a_{(0\dots01)_2}, a_{(0\dots10)_2}, a_{(0\dots11)_2}, \dots, a_{(1\dots11)_2}$ . Тогда можно рассматривать  $x \rightarrow S_n^{i_n} \dots S_1^{i_1} x$ .

Используя представление  $L_n u = \sum_{i=0}^{2^n-1} a_i \Delta u(S_n^{i_n} \dots S_1^{i_1} x)$  в виде оператора

$$L_n u \equiv \sum_{i=0}^{2^n-1} a_i \Delta u(S_n^{i_n} \dots S_1^{i_1} x).$$

Рассмотрим следующую граничную задачу.

**Задача D.** Найти функции  $u(x) \in C(\bar{P}) \cap C^2(P)$ , удовлетворяющие условиям

$$L_n u(x) + \lambda u(x) = 0, x \in P, u(x) = 0, x \in \partial P.$$

Отметим, что задача  $\Delta u = -\lambda u$  в единичном шаре  $B_1$  решена в работе [1]. Вопросы разрешимости основных краевых задач для нелокального уравнения Пуассона исследованы в [2].

Приведем известное утверждение относительно значений классической задачи Дирихле

$$\Delta w(x) + \mu w(x) = 0, x \in P, w(x) = 0, x \in \partial P \tag{1}$$

В работе доказано следующее утверждение.

**Лемма.** Собственные функции и собственные значения имеют вид

$$w_{m_1 m_2 \dots m_n}(x) = C \prod_{k=1}^n \sin \frac{m_k \pi x_k}{p_k}, C = 2^{n/2} \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{p_k}},$$

$$\mu_{m_1 m_2 \dots m_n} = \pi^2 \sum_{k=1}^n \frac{m_k^2}{p_k}.$$

Система  $u_{m_1, m_2, \dots, m_n}(x)$  является полной и ортонормированной в  $L_2(\mathbb{P})$ .

$$\text{Обозначим } \theta_{m_1, m_2, \dots, m_n} = \sum_{i=0}^{2^n-1} a_i (-1)^{|i|+i_1 m_1 + i_2 m_2 + \dots + i_n m_n}.$$

Основное утверждение относительно задачи

**Теорема.** Пусть  $\theta_{m_1, m_2, \dots, m_n} \neq 0$ ,  $a_i \neq 0$ ,  $2^n - 1$  так как оно выполнено условие  $a_i \neq 0$ . Тогда собственные функции задачи

$$u_{m_1, m_2, \dots, m_n}(x) = C \prod_{k=1}^n \sin \frac{m_k \pi x_k}{p_k}, \quad C = 2^{n/2} \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{p_k}}, \quad (2)$$

а соответствующие им собственные значения

$$\lambda_{m_1, m_2, \dots, m_n} = \theta_{m_1, m_2, \dots, m_n} \pi^2 \left( \sum_{k=0}^n \frac{m_k^2}{p_k^2} \right).$$

Система функций  $\{u_{m_1, m_2, \dots, m_n}(x)\}_{m_j=1}^{\infty}$ ,  $j=1, 2, \dots, n$  является полной и ортонормированной в  $L_2(\mathbb{P})$ .

**Пример.** Рассмотрим задачу

$$a_0 \Delta u(x) + \sum_{i=1}^n a_i \Delta u(x_1, \dots, x_{i-1}, p_i - x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) + \lambda u(x) = 0, \quad x \in \mathbb{P}, \quad u(x) = 0, \quad x \in \partial \mathbb{P}. \quad (3)$$

Так как  $S_i x = (x_1, \dots, x_{i-1}, p_i - x_i, x_{i+1}, \dots, x_n) = S_i^1 x$  и

$$w_{m_1, m_2, \dots, m_n}(S_i^1 x) = C \sin \frac{m_i \pi (p_i - x_i)}{p_i} \cdot \prod_{k=1, k \neq i}^n \sin \frac{m_k \pi x_k}{p_k} = C (-1)^{m_i+1} \prod_{k=1}^n \sin \frac{m_k \pi x_k}{p_k} = (-1)^{m_i+1} w_{m_1, m_2, \dots, m_n}(x),$$

то в этом случае имеет место  $\theta_{m_1, m_2, \dots, m_n} = a_0 - (-1)^{m_1} a_1 - \dots - (-1)^{m_n} a_n$ .

Следовательно, собственные функции задачи соответствующие им имеют вид значения

$$\lambda_{m_1, m_2, \dots, m_n} = \pi^2 \left( \sum_{k=1}^n \frac{m_k^2}{p_k^2} \right) (a_0 - (-1)^{m_1} a_1 - \dots - (-1)^{m_n} a_n).$$

### Список использованной литературы

1. Turmetov B. Kh., Karachik V.V. On eigenfunctions and eigenvalues of a nonlocal Laplace operator with multiple involution// Symmetry. – 2021. – Vol.13, No. 1781. – P.1 – 20.
2. Турметов Б. Х., Карачик В. В. О разрешимости задачи с множественной инволюцией // Вестник Удмуртского университета. – 2021. – Т. 31. – С. № 667.1
3. Михлин С. Г. Линейные уравнения в частных производных

# ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ФИНАЛЬНЫМИ УСЛОВИЯМИ В КОНЦЕ ОТРЕЗКА И ДВУМЯ ФУНКЦИЯМИ ПЕРЕОПРЕДЕЛЕНИЯ

Юлдашев Т. К.

E-mail: tursun.k.yuldashev@gmail.com

Представляют собой с точки зрения градиентно-дифференциальные уравнения типа Фредгольма

В настоящей работе изучается разрешимость дифференциального уравнения Буссинеска с шестью параметрами с финальными условиями в конце отрезка. Данная работа отличается от существующих дополнительно двумя функциями переопределения. отношения Юнкэ и Рунге.

Итак, в прямоугольнике  $\Omega = \{(t, x) | 0 < t < T, 0 < x < l\}$  рассмотрим классическую разрешимость дифференциального уравнения типа вида

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^4}{\partial x^4} \right) - (\omega - \alpha(t)) \frac{\partial^2}{\partial x^2} \right] U(t, x) = \nu \int_0^T K(t, s) U(s, x) ds, \quad (1)$$

где  $\omega$  и  $l$  заданные положительные действительные числа,  $\alpha(t) \in C(\Omega_T)$  – заданная непрерывная функция на  $\Omega_T = [0; T] \times [0; l]$ , каждая из которых

ненулевой  $0 \leq K(t, s) = \sum_{i=1}^p a_i(t) b_i(s)$ ,  $a_i(t), b_i(s) \in C[0; T]$ . Здесь предполагается, что система  $a_i(t)$  функций и система  $b_i(s)$  функций являются линейно независимыми.

**Постановка обратной задачи.** Требуется найти тройку функций

$$\left\{ U(t, x) \in C(\bar{\Omega}) \cap C_{t,x}^{2,4}(\Omega) \cap C_{t,x}^{2+2}(\Omega); \varphi_i(x) \in C^4(\Omega_l), i=1,2 \right\},$$

первая из которой удовлетворяет граничным условиям

$$U(T, x) = \varphi_1(x), \quad U_t(T, x) = \varphi_2(x), \quad x \in \Omega_l, \quad (2)$$

$$U(t, 0) = U(t, l) = U_{xx}(t, 0) = U_{xx}(t, l) = 0, \quad (3)$$

$$\int_0^{t_1} U(t, x) dt = \psi_1(x), \quad \int_0^{t_1} e^t U_t(t, x) dt = \psi_2(x), \quad x \in \Omega_l, \quad (4)$$

где  $\psi_i(x) \in C^4(\Omega_l)$ ,  $i=1,2$ ,  $0 < t_1 < T$ .

Выбор условий (2) с финальными функциями возможно определить начальное условие. На практике процесс производства алюминий до начала прожига и состояние сырья к началу производства.

Отметим, что прямая задача (1) имеет единственное решение параметров обратная задача (4) имеет единственное определенных значений  $K(t, s)$  и  $\nu$  при заданных  $\varphi_i(x)$  и  $\psi_i(x)$  важную роль в вопросе разрешимости.

Нетривиальные решения (5) обобщаются в виде ряда

$$U(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \mathcal{G}_n(x), \quad \varphi_i(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \varphi_{in} \mathcal{G}_n(x), \quad i=1,2,$$



где  $g_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x$ .

Получается система нелинейных уравнений, существование решения которой доказывается методом последовательных приближений абсолютная сходимость полученных рядов Фурье

### Список использованной литературы

1. Е. И. Шниперская устойчивость эл. цепи // Вестн. СВГУ, 1988, 23 к. х. цепи
2. M. M. Cavalcanti, V. N. Domingos Cavalcanti, J. Ferreira, Existence and uniform decay for a nonlinear viscoelastic equation with strong damping // Math. Methods in the Appl. Sciences. 2001. Vol. 24. P. 1043–1053.
3. Я. В. Быков Некоторые свойства нелинейных уравнений // Вестн. СВГУ, 1957, 327 с.
4. М. М. Вайсманн и др. Ищиповые уравнения // Математический журнал. 1964. С 5–37.

*Секциялық баяндамалар*

*Секционные доклады*

*Contributed Talks*

ON SOME PROPERTIES OF TOPOLOGICAL QUASIVARIETIES  
GENERATED BY CERTAIN FINITE MODULAR LATTICES

Lutsak S., Voronina O.

*M. Kozybayev North Kazakhstan University, Petropavlovsk, Kazakhstan*

E-mail: [sveta\\_lutsak@mail.ru](mailto:sveta_lutsak@mail.ru), [oavy@mail.ru](mailto:oavy@mail.ru)

The present work considers certain finite modular lattices and topological quasivarieties generated by these lattices, investigates their properties.

Quasivariety is a class of algebras of the same type that is closed with respect to subalgebras, direct products (including the direct product of an empty family), and ultraproducts. The smallest quasivariety containing a class  $K$  is denoted by  $Q(K)$ . If  $K$  is a finite family of finite algebras then  $Q(K)$  is called finitely generated. In the case  $K=\{A\}$  we write  $Q(A)$  instead of  $Q(\{A\})$ .

A finite algebra  $A$  with discrete topology  $\tau$  generates a topological quasivariety  $Q\tau(A)$  consisting of all topologically closed subalgebras of non-zero direct powers of  $A$  endowed with the product topology. Profinite algebras are exactly those that are isomorphic to inverse limits of finite algebras. Such algebras are naturally equipped with Boolean topologies. A topology  $\tau$  is Boolean if it is compact, Hausdorff, and totally disconnected. A topological quasivariety  $Q\tau(A)$  is standard if every Boolean topological algebra with the algebraic reduct in  $Q(A)$  is profinite. In this case we say that algebra  $A$  generates a standard topological quasivariety [1].

We construct the finite modular lattice  $T$  (see Figure 1) that does not satisfy one of Tumanov's conditions [2] but quasivariety  $Q(T)$  generated by this lattice is not finitely based. It has no finite basis of quasi-identities. We investigate the topological quasivariety generated by the lattice  $T$  and prove that it is not standard. And we would like to note that there is an infinite number of lattices similar to the lattice  $T$ .

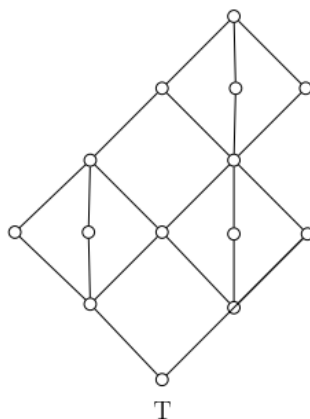


Figure 1. Lattice  $T$ .

The main result of this work is as follows.

Theorem. The topological quasivariety generated by the lattice  $T$  is not standard.

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09058390).

References

1. Clark D.M., Davey B.A., Freese R.S., Jackson M. Standard topological algebras: syntactic and principal congruences and profiniteness // Algebra Univ. –Vol. 52. – 2004. – P. 343-376.

## ON SMOOTHLY APPROXIMABLE ACYCLIC GRAPHS

Nurlan D. Markhabatov

L.N. Gumilev Eurasian National University

E-mail: [nur\\_24.08.93@mail.ru](mailto:nur_24.08.93@mail.ru)

We deal with pseudofinite countably categorical structures [1]-[4], in particular, countable acyclic graphs [6,7].

Theorem 1. [7] Let  $\Gamma$  be an arbitrary countable graph in which each component contains a finite number of cycles. Then  $\Gamma$  is countably categorical if and only if  $\Gamma$  is bounded and finitely many 1-types are realized in it.

A. Lachlan introduced the concept of *smoothly approximable* structures to change the direction of analysis from finite to infinite, that is, to classify large finite structures that appear to be *smooth approximations* to an infinite limit. A more general approach is developed in [8].

Definition. [2] Let  $L$  be a countable language and let  $M$  be a countable and  $\omega$ -categorical  $L$ -structure.  $L$ -structure  $M$  (or  $Th(M)$ ) is said to be *smoothly approximable* if there is an ascending chain of finite substructures  $A_0 \subseteq A_1 \subseteq \dots \subseteq M$  such that  $i \in \omega A_i = M$  and for every  $i$ , and for every  $\hat{a}, \hat{b} \in A_i$  if  $tp_M(\hat{a}) = tp_M(\hat{b})$ , then there is an automorphism  $\sigma$  of  $M$  such that  $\sigma(\hat{a}) = \hat{b}$  and  $\sigma(A_i) = A_i$ , or equivalently, if it is the union of an  $\omega$ -chain of finite homogeneous substructures; or equivalently, if any sentence in  $Th(M)$  is true of some finite homogeneous substructure of  $M$ .

Smoothly approximated structures were first examined in generality in [2], subsequently in [4]. The model theory of smoothly approximable structures has been developed very much further by G. Cherlin and E. Hrushovski [1].

Recall the following class defined in [5] for acyclic graphs.

Let  $G_{\text{fin}}(\lambda)$ , for arbitrary cardinality  $\lambda$ , be the family of all infinite acyclic graphs consisting of  $\lambda$  connected components of bounded in aggregate diameters.

Theorem 2. [5] Theory  $T$  of any infinite acyclic graph  $\Gamma$  from the class  $G_{\text{fin}}(\lambda)$ , for arbitrary cardinality  $\lambda$ , is pseudofinite.

Let us distinguish a subclass  $G_{\text{cc}}(\lambda)$  of the class  $G_{\text{fin}}(\lambda)$  as the class of all countably categorical acyclic graphs.

Theorem 3. Any theory  $Th(\Gamma)$ ,  $\Gamma \in G_{\text{cc}}(\lambda)$  is smoothly approximable.

This research was partially supported by RFBR (project No. 20-31-90003), and Committee of Science in Education and Science Ministry of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP08855497, AP08855544).

### References

1. Cherlin, G., and E. Hrushovski, Finite Structures with Few Types, vol. 152 of Annals of Mathematics Studies, Princeton University Press, Princeton, 2003
2. Kantor W.M., Liebeck M.W. and Macpherson H.D.,  $\aleph_0$ -categorical structures smoothly approximated by finite substructures, *Proceedings of the London Mathematical Society*, 1989, vol. 59: P. 439–463. <https://doi.org/10.1112/plms/s3-59.3.439>
3. Kruckman, A. Disjoint n-Amalgamation and Pseudofinite Countably Categorical Theories. *Notre Dame J. Formal Log.*, 2019, vol. 60, no. 1, pp. 139–160. <https://doi.org/10.1215/00294527-2018-0025>
4. Macpherson, D. (1997). Homogeneous and Smoothly Approximated Structures. In: Hart, B.T., Lachlan, A.H., Valeriote, M.A. (eds) Algebraic Model Theory. NATO ASI Series, vol 496. Springer, Dordrecht. [https://doi.org/10.1007/978-94-015-8923-9\\_7](https://doi.org/10.1007/978-94-015-8923-9_7)
5. Markhabatov N. D. Approximations of Acyclic Graphs. *The Bulletin of Irkutsk State University. Series Mathematics*, 2022, vol. 40, pp. 104–111. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2022.40.104>
6. Nurtazin, A. T. (2007). Graphs and models with finite chains. *Sibirskie Ehlektronnye Matematicheskie Izvestiya* [electronic only], 4, 238-248.
7. Ovchinnikova E.V., Shishmarev Yu.E. Countably categorical graphs. Ninth All-Union Conference on Mathematical Logic. Leningrad, September 27-29, 1988: dedicated to the 85th anniversary of Corresponding Member of the USSR Academy of Sciences A.A. Markov: abstracts, p.120

## PERFECT JONSSON VARIETIES AND QUASIVARIETIES

**Mussina N.M., Mukhambet M.M.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [mussinazerke@gmail.com](mailto:mussinazerke@gmail.com)

Definition 1.  $A$  is an algebraically prime model of theory  $T$ , if  $A$  is a model of  $T$  and  $A$  may be isomorphically embedded in each model of the theory  $T$ .

Definition 2. The inductive theory  $T$  is called the existentially prime if:

1) it has a algebraically prime model, the class of its  $AP$  (algebraically prime models) denote by  $AP_T$ ;

1) class  $E_T$  non trivial intersects with class  $AP_T$ , i.e.  $AP_T \cap E_T \neq \emptyset$ .

Definition 3. The theory  $T$  is called convex if for any its model  $A$  and for any family  $\{B_i | i \in I\}$  of substructures of  $A$ , which are models of the theory  $T$ , the intersection  $\bigcap_{i \in I} B_i$  is a model of  $T$ , provided it is non-empty. If in addition such an intersection is never empty, then  $T$  is called strongly convex.

Definition 4. Model  $C$  of Jonsson theory  $T$  is called semantic model, if it is  $\omega^+$ -homogeneous-universal.

Definition 5. The center of Jonsson theory  $T$  is called an elementary theory of the its semantic model. And denoted through  $T^*$ , i.e.  $T^* = Th(C)$ .

Definition 6. Jonsson theory  $T$  is called a perfect theory, if each a semantic model of theory  $T$  is saturated model of  $T^*$ .

Definition 7. Let  $T$  be the Jonsson theory. A companion of a Jonsson theory  $T$  is a theory  $T^\#$  of the same signature that satisfies the following conditions:

- 1)  $(T^\#)_\forall = T_\forall$ ;
- 2) for any Jonsson theory  $T'$ , if  $T_\forall = T'_\forall$ , then  $T^\# = (T')^\#$ ;
- 3)  $T_{\forall\exists} \subseteq T^\#$ .

The natural interpretations of the companion  $T^\#$  are  $T^*, T^0, T^f, T^M, T^e$ .

Definition 8. A set  $X$  is called a Jonsson set, if hold the following conditions:

- 1)  $X$  is a definable set by some existential formula  $\varphi(\bar{x}, \bar{y}) = \exists \bar{y} \psi(\bar{x}, \bar{y})$ ;
- 2)  $cl(X) = M, M \in E_T$ .

Let  $K$  be the class of structures of countable signature  $\sigma$ .

Definition 9. We call a  $K$  - Jonsson variety if

- 1)  $K$  is a variety in the usual sense [2; 269];
- 2)  $Th_{\forall\exists}(K)$  is a Jonsson theory.

Definition 10. We call a  $K$  - Jonsson quasivariety if

- 1)  $K$  - is a quasivariety in the usual sense [2; 269];
- 2)  $Th_{\forall\exists}(K)$  is a Jonsson theory.

Consider the  $JSpV(K)$  - Jonsson spectrum of the Jonsson varieties of class  $K$ , where  $K$  is the Jonsson variety:

$$JSpV(K) = \{T/T \text{ is a Jonsson theory, } T = Th_{\forall\exists}(N); N \subseteq K; N \text{ is a subvariety of } K\}.$$

Consider the  $JSpQV(K)$  - Jonsson spectrum of the Jonsson quasivarieties of the class  $K$ , where  $K$  is the Jonsson quasivariety:

$$JSpQV(K) = \{T/T \text{ is a Jonsson theory, } T = Th_{\forall\exists}(N); N \subseteq K; N \text{ is a subquasivariety of } K\}.$$

Then  $JSpQV(K) / \bowtie$  is denoting the factor set of the Jonsson spectrum of Jonsson quasivariety of the class  $K$  by the relation  $\bowtie$ .

It is clear that  $JSpQV(K) \subseteq JSp(A)$  for any model  $A \in K$ , where  $JSp(A)$  is the Jonsson spectrum of the model  $A$ .

We say that class  $K_1$   $JSpQV$ -cosemantic to class  $K_2(K_1^{\infty} JSpQV K_2)$  if  $JSpQV(K_1) / \cong = JSpQV(K_2) / \cong$ .

In the framework of studying the properties of perfect Jonsson varieties of algebras, the following result is obtained.

**Theorem.** Let  $K$  be a class of algebras of some signature  $\sigma$ , and let  $T$  be a complete inductive theory,  $E_T \neq \emptyset$ . Then, the class  $K$  from existentially closed models of the theory  $T$ ,  $K \subseteq E_T$ . Let  $[T] \in PJSp(K)$ .  $E_{[T]}$  coincide with  $Mod(Th_{\forall\exists}(E_{[T]}))$ .

Also for all who have an interest in the particular case of the above-considered materials, one can find out in the following resources [1-3].

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

### References

1. Yeshkeyev A.R. On Jonsson varieties and quasivarieties. - Bulletin of the Karaganda university, Mathematics series, № 4(104) 2021, P.151-157.
2. Мальцев А.И. Алгебраические системы/ А.И. Мальцев// Издательство "Наука" главная редакция физико-математической литературы: М., 1970. - 392 с.
3. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей: моногр. – Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – 370 с.

## THE PROPERTIES OF EXISTENTIALLY PRIME SUBCLASSES OF PERFECT JONSSON THEORIES

**Tungushbayeva I.O., Ilyasov A.D.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [intng@mail.ru](mailto:intng@mail.ru); [a.darxan77@gmail.com](mailto:a.darxan77@gmail.com)

**Definition 1** [1, p. 80]. A theory  $T$  is called a Jonsson theory if the following conditions hold:

1.  $T$  has at least one infinite model,
2.  $T$  is  $\forall\exists$ -axiomatizable,
3.  $T$  possesses AP and JEP.

**Definition 2** [2]. A theory  $T$  is called existentially prime, if  $AP_T \cap E_T \neq \emptyset$ , where  $AP_T$  is the class of algebraically prime models of  $T$ .

Let  $T$  be a Jonsson theory. For any model  $\mathfrak{M} \in E_T$  there are the inner world  $IW(\mathfrak{M})$  and the outer world  $OW(\mathfrak{M})$  defined in [3].

**Definition 3** [3]. Let  $T$  be a Jonsson theory and let  $\mathfrak{M}$  be an existentially closed model of  $T$ .  $IW_T(\mathfrak{M}) = \{\mathfrak{N} \in E_T \mid f: \mathfrak{N} \rightarrow \mathfrak{M} \text{ is said to be the inner world of } \mathfrak{M} \text{ for the theory } T, \text{ where } f \text{ is an isomorphism.}$

**Definition 4** [3]. Let  $T$  be a Jonsson theory.  $(OW_T(\mathfrak{M})) = \{\mathfrak{N}' \in E_T \mid \text{there exists } \mathfrak{N} \cong \mathfrak{M}, \mathfrak{M} \subseteq \mathfrak{N}'\}$  is called the outer world of  $A$  for the theory  $T$ .

The result of the paper is the following Theorem, where some properties of the inner world of a fixed theory  $T$  are formulated.

**Theorem.** Let  $T$  be a perfect Jonsson existentially prime theory and let  $\mathfrak{A}, \mathfrak{B} \in E_T$ . Then

1.  $OW(\mathfrak{A}) \subseteq OW(\mathfrak{B})$  whenever  $\mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{B}$ ;
2.  $OW(\mathfrak{A}) = OW(\mathfrak{B})$  whenever  $\mathfrak{A} < \mathfrak{B}$ ;
3.  $OW(\mathfrak{A}) = \cap \{B \mid \mathfrak{B} \subseteq \mathfrak{A} \text{ and } \mathfrak{B} \models T \text{ whenever } \mathfrak{A} \text{ is a universal model of } T$ .

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

- [1] Барвайс, Дж. (1982). Теория моделей: справочная книга по математической логике. Часть 1. Москва: Изд. "Наука".
- [2] Yeshkeyev, A. R., Issaeva, A. K., Mussina, N. M. (2019). The atomic definable subsets of semantic model. Bulletin of the Karaganda University-Mathematics, 94(2), 84-91.
- [3] Yeshkeyev, A. R., Mussina, N. M. (2021). An algebra of the central types of the mutually model-consistent fragments. Bulletin of the Karaganda University-Mathematics, 101(1), p. 111-118.

## THE CONNECTION OF AP AND JEP-THEORIES IN THE LANGUAGE OF $\exists$ -FORMULAS

**Tungushbayeva I.O., Rzabayev A.A.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [intng@mail.ru](mailto:intng@mail.ru); [assylbekrr@gmail.com](mailto:assylbekrr@gmail.com)

Definition 1 [1, p. 80] A theory  $T$  has the joint embedding property (JEP) if for any models  $U, B$  of the theory  $T$  there exists a model  $M$  of the theory  $T$  and isomorphic embeddings  $f: U \rightarrow M, g: B \rightarrow M$ .

Definition 2 [1, p. 68] A theory  $T$  has the amalgam property (AP) if for any models  $U, B_1, B_2$  of the theory  $T$  and isomorphic embeddings  $f_1: U \rightarrow B_1, f_2: U \rightarrow B_2$  there are  $M \models T$  and isomorphic embeddings  $g_1: B_1 \rightarrow M, g_2: B_2 \rightarrow M$  such that  $g_1 \circ f_1 = g_2 \circ f_2$ .

Initially, the AP and JEP are algebraic properties. In [1], one can find their definitions, commonly used in Model Theory in semantic key. In 1988, Mustafin T.G. proved the statements (Theorem 1 and Theorem 2), where he formulated amalgam and joint embedding properties in a syntactic way.

Let  $L$  be a first-order language and  $T$  be a theory of  $L$ .  $(*)$  is a statement that states the following:

Let  $\bar{x} \cap \bar{y}$  be empty and  $p(\bar{x}), q(\bar{y})$  be such arbitrary sets of  $\Sigma$ -formulas that  $T \cup p(\bar{x})$  and  $q(\bar{y})$  are consistent,  $\bar{x} = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  and  $\bar{y} = \langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$ . Then  $T \cup p(\bar{x}) \cup q(\bar{y})$  is also consistent.

Theorem 1 [3]. The following conditions are equivalent:  $T$  has JEP if and only if  $(*)$  is true.

Let  $(**)$  be a statement that says the following:

Let  $\bar{x} = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$  and  $\bar{y} = \langle y_1, y_2, \dots, y_n \rangle$ . If  $p(\bar{x})$  and  $q(\bar{x})$  are the sets of  $\Sigma$ -formulas such that the sets  $T \cup p(\bar{x}), T \cup q(\bar{x}), T \cup \{\neg\phi(\bar{x}) \in \Sigma, \phi(\bar{x}) \notin p(\bar{x}) \cap q(\bar{x})\}$  are consistent, then the set  $T \cup p(\bar{x}) \cup q(\bar{x})$  is consistent.

Theorem 2 [3].  $T$  has AP if and only if  $(**)$  is true.

The study of AP, JEP and their connection is of great importance in the development of Model Theory and related fields. It is well known that amalgam property and joint embedding property are independent of each other. This fact can be supported by the theories of various classes of unars [4]. However, when a theory has both AP and JEP, one can reveal some theory's syntactic and semantic specificity that causes the possession of the properties on consideration.

The following definition was introduced by Yeshkeyev A.R. with regard to the connection between AP and JEP in some theories:

Definition 3 [2, p. 130]. Let  $T$  be an inductive theory. A theory  $T$  is called to be

1. an AP-theory if in the theory  $T$  amalgam property implies joint embedding property;
2. a JEP-theory if in the theory  $T$  joint embedding property implies amalgam property;
3. an AJ-theory if in the theory  $T$  both properties are equivalent.
4. Otherwise, we say that for the theory  $T$ , the properties of AP and JEP are independent of each other.

The described classes of theories in Definition 3 form the corresponding subclasses within Jonsson theories. In [2], the authors considered some classical algebras as examples of AP-theories. In this manner, it was shown that the theory of differential fields of characteristic 0, and the theory

of differentially perfect fields of characteristic  $p$  are strongly convex theories, which means that they are AP-theories.

Therefore, the study of the connection between AP and JEP requires a detailed semantic and syntactic approach.

In accordance with the notions and assertions considered, we can obtain the following results:

Theorem 3.  $T$  is an AP-theory if and only if  $(*) \rightarrow (**)$  is true.

Theorem 4.  $T$  is a JEP-theory if and only if  $(**) \rightarrow (*)$  is true.

Theorem 5.  $T$  is an AJ-theory if and only if  $((*) \rightarrow (**)) \wedge ((**) \rightarrow (*))$  is true.

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

1. Барвайс, Дж. (1982). Теория моделей: справочная книга по математической логике. Часть 1. Москва: Издательство "Наука".
2. Yeshkeyev, A.R., Tungushbayeva I.O., Kassymetova M.T. (2022). Connection between the amalgam and joint embedding properties. Bulletin of the Karaganda University-Mathematics, 105(1), P. 127–135.
3. Мустафин, Т.Г. (1998) Обобщенные условия Йонсона и описание обобщенно-йонсоновских теорий булевых алгебр, Матем. тр., 1998, том 1, № 2, 135–197.
4. Forrest, W.K. (1977). Model theory for universal classes with the Amalgamation Property: A Study in the foundations of model theory and Algebra. Annals of Mathematical Logic, 11(3), P. 263–366.

## THE PERFECT JONSSON S-ACTS

**Yarullina A.R., Kaliolla D.Ye.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [linka14221@mail.ru](mailto:linka14221@mail.ru), [kaliolladana@mail.ru](mailto:kaliolladana@mail.ru)

One can find in [1] that any complete theory of first order can be compared in exactly way with some complete theory of S-acts. We can bring sufficient full list of references to this topic and there is new consideration of main settlements of such problem in the incomplete way. As we know the class of incomplete theories is sufficiently huge and the technical apparatus which is operating in this area is not developed like in the complete case. It is not a surprise because one can get that in classical model theory there are two main branches, they are: “western” and “eastern” directions by historical remarks. As we can see in [2] in the introducing chapter written by J. Keisler, he wrote that in the model theory two great founders of model theory A.Tarski and A.Robinson have formed the main features of details of main streams in developing of model theory. Actually, A.Tarski and A.Robinson lived correspondingly on western and eastern coasts of USA and so-called names of their researching topics conditionally became now such denoting as “western” and “eastern”. Our notes in this abstract paper are dedicated to researchers of Jonsson theories regarding the notion of S-acts. Let us recall the main definitions from the matter of model theory for Jonsson theories and S-acts features. We give the definitions about jonssonness and their immediate consequences from the matter of this definitions and related results necessary for further work in this paper. All of these ones i.e. classical concepts on this topic one can extract from [3]. More new and fresh results of other authors in this area one can find in [4-7].

Recall the main definition on Jonsson theories.

Definition 1. [3] A theory  $T$  is said to be Jonsson if this theory satisfies for 4 natural conditions:

- 1) theory  $T$  has infinite models;
- 2) theory  $T$  is inductive;
- 3) theory  $T$  has the joint embedding property (JEP);
- 4) theory  $T$  has the property of amalgam (AP).



All of that above statements natural with the following meaning. Because there are many natural samples in the algebra and correspondingly in the linked areas which are very actively used of ones. The following notions are examples of Jonsson theories: group theory; theory of Abelian groups; theory of fields of fixed characteristics; theory of Boolean algebras; theory of S-acts over a fixed monoid; theory of modules over a fixed ring; theory of linear order. All of these examples are very important not only in an algebra but also in other parts of mathematics and their applications.

We have to give the main definitions of other features which playing important roles in Jonsson model theory as a notion-units or constructions of ones.

**Definition 2.** Let  $\kappa \geq \omega$ . Model  $M$  of theory  $T$  is called  $\kappa$ -universal for  $T$ , if each model  $T$  with the power strictly less  $\kappa$  isomorphically imbedded in  $M$ ;  $\kappa$ -homogeneous for  $T$ , if for any two models  $A$  and  $A_1$  of theory  $T$ , which are submodels of  $M$  with the power strictly less then  $\kappa$  and for isomorphism  $f: A \rightarrow A_1$  for each extension  $B$  of model  $A$ , which is a submodel of  $M$  and is model of  $T$  with the power strictly less then  $\kappa$  there is exist the extension  $B_1$  of model  $A_1$ , which is a submodel of  $M$  and an isomorphism  $g: B \rightarrow B_1$  which extends  $f$ .

**Definition 3.** Model  $C$  of Jonsson theory  $T$  is called semantic model, if it is  $\omega^+$ -homogeneous-universal.

**Definition 4.** The center of Jonsson theory  $T$  is called an elementary theory of the its semantic model. And denoted through  $T^*$ , i.e.  $T^* = Th(C)$ .

The following two facts speak about the "good" exclusivity of the semantic model.

**Fact 1 [3;160].** Each Jonsson theory  $T$  has  $k^+$ -homogeneous-universal model of power  $2k$ . Conversely, if a theory  $T$  is inductive and has infinite model and  $\omega^+$ -homogeneous-universal model then the theory  $T$  is a Jonsson theory.

**Fact 2 [3;160].** Let  $T$  is a Jonsson theory. Two  $k$ -homogeneous-universal models  $M$  and  $M_1$  of  $T$  are elementary equivalent.

**Definition 5.** Jonsson theory  $T$  is called a perfect theory, if each a semantic model of theory  $T$  is saturated model of  $T^*$ .

The following theorem is a criterion of perfectness of Jonsson theory.

**Theorem 1 [3;158].** Let  $T$  is a Jonsson theory. Then the following conditions are equivalent:

- 1) Theory  $T$  is perfect;
- 2) Theory  $T^*$  is a model companion of theory  $T$ .

**Theorem 2 [3;162].** If  $T$  is a perfect Jonsson theory then  $E_T = ModT^*$ .

The next notion which we would like to define is a well-known algebraic object as a  $S$ -acts.

**Definition 6.** [7] Let  $A$  be non-empty set,  $\langle S; \cdot, e \rangle$  - monoid. Algebraic system  $\langle A; \langle f_\alpha: \alpha \in S \rangle \rangle$  with unary operations  $f_\alpha, \alpha \in S$ , is called a  $S$ -act  $S$ , if the following conditions hold:  $f_e(a) = a$  for all  $a \in A, f_{\alpha\beta}(a) = f_\alpha(f_\beta(a))$  for all  $a \in A$  and all  $\alpha, \beta \in S$ .

Let  $a \in A$ , then  $S_a = \{f_\alpha(a): \alpha \in S\}$ ; if  $\bar{a}$ -tuple of elements from  $A$ , then  $S_{\bar{a}} = \bigcup_{a_i \in \bar{a}} S_{a_i}$ . The set  $C_a = \{b \in A: b \in S_a \text{ or } a \in S_b\}$  is called a component.

**Proposition 1.** [7] If  $T$  is a  $S$ -act theory and for any  $f: S_{\bar{a}} \simeq S_{\bar{b}}$  there exists a  $g \supset f$  such that  $g: C_{\bar{a}} \simeq C_{\bar{b}}$ , then  $T$  admits the elimination of the quantifiers.

Hereafter, we consider  $S$ -acts over the group  $G$  and correspondingly the theory of  $S$ -acts over the group. If  $A$  is a  $S$ -act over the group  $G$ ,  $a \in A$ , then  $id(a) = \{g \in G: f_g(a) = a\}$ ;  $p(G) = \{H: H \leq G\}$ . If  $H \leq G$ , then  $\mathfrak{F}(H) = |\{gH: g \in G, \{\varphi \in G: \{\varphi gH\} = gH\} = H\}|$ .

**Definition 7.** [4] A hybrid  $H(T_1, T_2)$  of Jonsson theories  $T_1, T_2$  is called the theory  $Th_{\forall\exists}(C1 \sqcap C2)$ , if it is Jonsson. Herewith, the algebraic construction  $(C1 \sqcap C2)$  is called a semantic hybrid of the theories  $T_1, T_2$ .

Note the following fact:

**Fact 3.** [4] In order for the theory  $H(T_1, T_2)$  to be Jonsson enough to  $(C1 \sqcap C2) \in E_T$ .

**Definition 8.** Let  $X$  be a set, then the fragment of set  $X$  will be the following theory  $Th_{\forall\exists}(X)$ .

Now we are ready to give the main results of this abstract paper.

Theorem 1. Let  $A_1, A_2$  be existentially closed models of some perfect Jonsson existentially complete theory  $T$  of given  $S$ -act which is closed under Cartesian products of their models. Let  $T_1, T_2$  be existentially complete Jonsson fragments of  $A_1$  and  $A_2$ . With the condition that  $T_1$  is perfect. Then  $T_2$  will be perfect iff  $T_1$  is model consistent with  $T_2$ .

Theorem 2. Let  $A_1, A_2$  be existentially closed models of some perfect Jonsson existentially complete theory  $T$  of given  $S$ -act which is closed under Cartesian products of their models. Let  $T_1, T_2$  be existentially complete Jonsson fragments of  $A_1$  and  $A_2$ . With the condition that  $T_1$  is perfect. The hybrid of  $T_1$  and  $T_2$  will be perfect iff it is model consistent with  $T$ .

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

1. Mustafin T.G. On similarities of complete theories / T.G. Mustafin // Logic Colloquium '90. Proceedings of the Annual European Summer Meeting of the Association for Symbolic Logic. – Helsinki. – 1990. – P. 259-265.
2. Кейслер Х.Дж. Основы теории моделей. Справочная книга по математической логике. – Теория моделей. – Москва: Изд-во Наука, 1982. С. 55--108.
3. Ешкеев А.Р., Касыметова М.Т. Йонсоновские теории и их классы моделей. - Караганда: Изд-во КарГУ, 2016. – С. 346.
4. Yeshkeyev A.R., Mussina N.M. Properties of hybrids of Jonsson theories // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. – 2018. – Vol. 92., No. 4. – P. 99-104.
5. Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I., Yarullina A.R. Existentially positive Mustafin theories of  $S$ -acts over a group // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. – 2022. – Vol. 106, No. 2. – P. 172-185.
6. Yeshkeyev A.R., Mussina N.M. The hybrids of the  $\Delta$  –  $PJ$  theories // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. – 2020. Vol. 98., No. 2. – P. 174-180.
7. Мустафин Т.Г., Нурхайдаров Е.С. Описание йонсоновских теорий полигонов над группой // Исследования в теории алгебраических систем: сб. науч. тр. (межвуз.). – Караганда: Изд-во КарГУ. – 1995 –С. 67-73.

## THE PROPERTY OF NON-MULTIDIMENSIONALITY FOR $J$ -BEAUTIFUL PAIRS IN ADMISSIBLE ENRICHMENTS

**Yeshkeyev A.R., Kassymetova M.T., Zhumabekova G.E.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [aibat.kz@gmail.com](mailto:aibat.kz@gmail.com), [mairusha@mail.ru](mailto:mairusha@mail.ru), [galkatai@mail.ru](mailto:galkatai@mail.ru)

We need the following definitions in order to formulate the main result.

Definition 1. [1] Jonsson theory  $T$  is called a perfect theory, if each a semantic model of theory  $T$  is saturated model of  $T^*$ .

Definition 2.[2] An enrichment of the Jonsson theory  $T$  is said to be permissible if any  $\exists$ -type in this enrichment is definable in the framework of considered stability.

Definition 3.[2] The Jonsson theory is said to be hereditary, if in any of its permissible enrichment any extension of it in this enrichment will be Jonsson theory.

Definition 4.[3] A set  $X$  is called a Jonsson set in the theory  $T$ , if it satisfies the following properties:

- 1)  $X$  is a definable subset of  $C_T$ , where  $C_T$  is a semantic model of the theory  $T$ ;
- 2)  $dcl(X)$  is a universe of existentially closed submodel  $C_T$ , where  $dcl(X)$  is definable closure of  $X$ .

Definition 5. Let  $T$  be an  $\exists$ -complete Jonsson theory of a countable language  $L$ ,  $N, M \in E_T$  and  $M \preceq_{\exists_1} N$ . We will call a pair  $(N, M)$  is called a  $J$ -beautiful pair if it satisfies the following conditions:

1.  $M$  is  $|T|^+ \exists_1$ -saturated;
2. for each  $\bar{b} \in N$  each  $\exists$ -type over  $M \cup \{\bar{b}\}$  is realized in  $N$ .

Let  $T$  be a perfect  $\exists$ -complete Jonsson theory of a countable language  $L$ ,  $C$  is its semantic model.

Let class  $K = \{(C, M) \mid M \preceq_{\exists_1} C, (C, M) - J - \text{beautiful pairs}\}$ . Consider the Jonsson spectrum of the class  $K$ :

$$JSp(K) = \{\Delta \mid \Delta \text{ is Jonsson theory and } \Delta = Th_{\forall\exists}(C, M), \text{ where } (C, M) \in K\}$$

We say that  $T_1$  is cosemantic to  $T_2$  ( $T_1 \bowtie T_2$ ) if  $C_{T_1} = C_{T_2}$ , where  $C_{T_i}$  is semantic model of  $T_i$ ,  $i = 1; 2$ . [3]

It is easy to notice that  $JSp(K) / \bowtie$  is the factor set of the Jonsson spectrum of the class  $K$  by  $\bowtie$ .

Consider some enrichment of the signature  $\sigma$  and consider the central type of this enrichment for all Jonsson hereditary theories  $T \in [\Delta], [\Delta] \in JSp(K) / \bowtie$ .

Further all considered theory will be hereditary, let  $C$  be the semantic model of the theory  $T$ ,  $A \subseteq C$ . Let  $\sigma_T(A) = \sigma \cup \{c_a \mid a \in A\} \cup \Gamma, \Gamma = \{P\} \cup \{c\}$ . Let  $\bar{T} = T \cup Th_{\forall\exists}(C, a)_{a \in A} \cup \{P(c)\} \cup \{P \subseteq \}$ , where  $\{P \subseteq \}$  is an infinite set of sentences expressing the fact that the interpretation of the symbol  $P$  is an existentially closed submodel in the language of the signature  $\sigma_T(A)$ . I.e. the interpretation of the symbol  $P$  is the solution of the following equation  $P(C) = M \in E_T$  in the language  $\sigma_T(A)$ . By virtue of the hereditary of the theory  $T$  the theory  $\bar{T}$  will be a Jonsson theory. Consider all the completions of the theory  $\bar{T}$  in the signature language  $\sigma_T(A)$ . Since  $\bar{T}$  is a Jonsson theory, it has its center, and we denote it by  $\bar{T}^*$  and this center is one of the above completions of the theory  $\bar{T}$ . This enrichment is denoted by  $\odot$ .

Further we will consider the notion "type  $p$  does not fork over  $A$ " in the meaning of the theorem 8 from [3].

**Definition 6.** Let  $p$  be complete  $\exists$ -type over  $A$ ,  $A$  is a Jonsson subset of  $C$ . Then  $p$  is  $J$ -stationary over  $A$  if

- 1)  $p$  does not fork over  $A$ ;
- 2)  $p$  has a unique consistent extension that does not fork over  $A$ .

**Definition 7.**

1) If  $p(\bar{x}_1), q(\bar{x}_2)$  are complete  $\exists$ -types over  $A$ ,  $A$  is a Jonsson subset of  $C$ .  $p$  is said to be  $J$ -weakly orthogonal to  $q$  if and only if  $p(\bar{x}_1) \cup q(\bar{x}_2)$  is an  $\exists$ -complete type (over  $A$ ).

2) Let  $p_1$  be a  $\exists$ -complete or  $J$ -stationary type and  $p_2$  be a  $\exists$ -complete or  $J$ -stationary type. Then  $p_1$  is  $J$ -orthogonal to  $p_2$  if for any  $A$ ,  $Dom p_1 \cup Dom p_2 \subseteq A$ ,  $A$  is the universe of an  $\exists_1$ -saturated model and  $q_1$  is weakly  $J$ -orthogonal to  $q_2$ , where  $q_1, q_2$  are any  $J$ -non-forking extensions of  $p_1$  and  $p_2$  over  $A$  respectively.

**Definition 8.** Let  $A$  be a Jonsson subset of the  $C_T$  semantic model, where  $T$  is some Jonsson theory. An  $\exists$ -complete type  $p$  is said to be  $J$ -multidimensional if  $p$  is orthogonal to any complete  $\exists$ -type over  $A$ . If  $T$  has a  $J$ -multidimensional type, then  $T$  is called a  $J$ -multidimensional theory. Otherwise, the theory  $T$  is called  $J$ -non-multidimensional, or the theory of  $J$ -restricted dimension.

Finally, the main result is the following theorem for above enrichment  $\odot$ .

**Theorem 1.** Let  $T$  be a perfect,  $J$ - $\lambda$ -stable  $\exists$ -complete Jonsson theory,  $K$  be the class of  $J$ -beautiful pairs of  $T$ . Let  $[\Delta] \in JSp(K) / \bowtie$  be a complete for  $\exists$ -sentences class. Then the following conditions are equivalent:

- 1) the theory  $[\Delta]^*$  is non-multidimensional (in classical meaning [4]);
- 2) the theory  $[\Delta]$  is  $J$ -non-multidimensional.

**Theorem 2.** If the theory  $[\Delta]$  is  $J$ - $P$ - $\lambda$ -stable, then it is  $J$ -non-multidimensional.

All concepts that are not defined in this abstract can be extracted from [1, 2, 3, 4].

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

1. Yeshkeyev A.R., Kassymetova M.T. Jonsson Theories and their classes of models: a monograph. – Karaganda: Publishing house of the University, 2016. – 370 p.

2. Yeshkeyev, A.R., Omarova, M.T., Zhumabekova, G.E. The J-minimal sets in the hereditary theories. Bulletin of the Karaganda University – Mathematics, 2019.94 (2), 92–98.

3. Yeshkeyev A.R., Kassymetova M.T., Ulbricht O.I. Independence and simplicity in Jonsson's theories with abstract geometry //Siberian electronics mathematical reports. 2019. № 16. P. 144--166.

4.S.Shelah, Classification theory and the number of nonisomorphic models, Amsterdam: North-Holland, 1978.

## FORCING COMPANIONS OF MUTUALLY CONSISTENT THEORIES IN PERMISSIBLE ENRICHMENTS

**Yeshkeyev A.R.<sup>1</sup>, Tungushbayeva I.O.<sup>1</sup>, Omarova M.T.<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Karaganda University of Kazpotrebsoyuz, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [aibat.kz@gmail.com](mailto:aibat.kz@gmail.com); [intng@mail.ru](mailto:intng@mail.ru); [omarovamt\\_963@mail.ru](mailto:omarovamt_963@mail.ru)

This study is devoted to the study of the forcing companions of the Jonsson AP-theories in the enriched signature. It is proved that the forcing companion of the theory does not change when expanding the theories under consideration, which have some properties, by adding new predicate and constant symbols to the language. The model-theoretic results obtained in the general form are supported by examples from differential algebra.

Definition 1 [3]. Let  $T$  be a theory of the language  $L$ . A forcing companion of the theory  $T$  is a theory  $T^f$  that satisfies the following equation:

$$T^f = \{\phi \mid T \Vdash \neg\neg\phi\}.$$

The following results were proved by J. Barwise and A. Robinson:

Theorem 1 [3]. Let  $T_1$  and  $T_2$  be the theories of the language  $L$ . Then  $T_1$  and  $T_2$  are mutually model consistent if and only if  $T_1^f = T_2^f$ .

Theorem 2 [3]. Let  $T$  be mutually model consistent with some inductive theory  $T'$ . Then  $T' \subseteq E^a$ . Therefore, if  $T$  is an inductive theory then  $T \subseteq E^a$ .

We are working within the framework of the following definition of Jonsson theory published in the Russian edition of [1].

Definition 2 [1, p. 80]. A theory  $T$  is called Jonsson if the theory  $T$  has at least one infinite model;  $T$  is an inductive theory;  $T$  has the amalgam property (AP) and the joint embedding property (JEP).

Definition 3 [2]. A theory  $T$  is called an AP-theory if, from the fact that it has the amalgam property, it follows that  $T$  also has the joint embedding property, i.e.  $AP \rightarrow JEP$ .

We consider the theories  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  to satisfy the following conditions:

1)  $\Delta_1$  is an inductive theory that is not a Jonsson theory, but has a model companion which is the theory  $\Delta_3$ ,

2)  $\Delta_2$  is a hereditary Jonsson AP-theory that has a model companion, which is also  $\Delta_3$ .

All three theories are mutually model consistent because  $\Delta_3$  is mutually model consistent with both  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$ , for which  $\Delta_3$  is the model companion, which means that  $\Delta_1$  and  $\Delta_2$  are mutually model consistent with each other. At the same time, according to Theorem 1, the forcing companions of mutually model consistent theories must coincide, which means that  $\Delta_1^f = \Delta_2^f$ .  $\Delta_2$  is a perfect Jonsson theory, while  $\Delta_2^* = Th(C) = \Delta_3$ ,  $C$  is a semantic model of  $\Delta_2$ . In addition,  $\Delta_3$  is also a forcing companion of  $\Delta_2$ , i.e.  $\Delta_3 = \Delta_2^f$ . So we get  $\Delta_1^f = \Delta_2^f = \Delta_3$ .

We consider the following extensions of the theories  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  in various language enrichment  $L$  by adding new constant and predicate symbols  $c$  and  $P$ . Let  $\overline{\Delta_1}$  be a theory extending  $\Delta_1$  by enriching the language  $L$  with the predicate symbol  $P$  as follows:

$$\overline{\Delta_1} = \Delta_1 \cup \Delta_1^f \cup \{P, \subseteq\},$$

where  $\{P, \subseteq\}$  is an infinite list of  $\exists$ -sentences and interpretation of  $P$  is an existentially closed submodel in a model of  $\Delta_1$ .

Let  $\overline{\Delta}_2$  be a theory that extends  $\Delta_2$  when a new constant symbol  $c$  is added to the language  $L$  and defined as follows:

$$\overline{\Delta}_2 = \Delta_2 \cup \Delta_2^f \cup Th_{\forall\exists}(C, c),$$

where  $C$  is a semantic model of Jonsson theory  $\Delta_2$ . Since  $\Delta_2$  is a hereditary Jonsson theory,  $\overline{\Delta}_2$  is also a Jonsson theory.

Based on these assumptions, we obtain the following results.

Theorem 3.  $\overline{\Delta}_1^f = \Delta_1^f$ .

Thus, we can conclude that the forcing companion of the inductive theory  $\Delta_1$  does not change when enriching the language of this theory with a new predicate symbol  $P$ .

Theorem 4.  $\overline{\Delta}_2^f = \Delta_2^f$ .

This means that the addition of the new constant  $c$  to language  $L$  did not affect the forcing companion when expanding theory  $\Delta_2$  to  $\overline{\Delta}_2$ .

Theorem 5 [1, p. 77]. Let  $T$  be a complete theory of language  $L$ , languages  $L_1$  and  $L_2$  are extensions of language  $L$  such that  $L_1 \cap L_2 = L$ , and theories  $T_1$  and  $T_2$  are consistent extensions of theory  $T$  in languages  $L_1$  and  $L_2$  respectively. Then  $T_3 = T_1 \cup T_2$  is a consistent theory.

Now we can formulate and prove the following result.

Theorem 6 i) The theory  $\overline{\Delta}_1 \cup \overline{\Delta}_2$  is consistent. ii)  $(\overline{\Delta}_1 \cup \overline{\Delta}_2)^f = \Delta_1^f = \Delta_2^f$

The results formulated above, described for the general situation in model theory, can be interpreted using examples of differential algebra, namely, when considering the theory  $DF_0$  of differential fields of characteristic 0, the theory  $DCF_0$  of differentially closed fields of characteristic 0, the theory  $DF_p$  of differential fields of characteristic  $p$ , the theory  $DPF_p$  of differentially perfect fields of characteristic  $p$ , the theory  $DCF_p$  of differentially closed fields of characteristic  $p$ . In [2], it was proved that  $DF_0$  and  $DPF_p$  are perfect Jonsson theories,  $DCF_0$  and  $DCF_p$  are their centers correspondingly, while  $DF_p$  is not Jonsson. In addition,  $DF_0$  and  $DPF_p$  are strongly convex theories in the classical Robinson sense, which allows us to state that  $DF_0$  and  $DPF_p$  are Jonsson AP-theories.

Due to the above facts, we can project the results described in the previous paragraph to the case of differentially closed fields of zero and positive characteristic. Here we assume that  $DF_0$  and  $DPF_p$  are hereditary Jonsson theories.

Theorem 7.  $\overline{DF_p}^f = DF_p^f$ .

Theorem 8.  $\overline{DPF_p}^f = DPF_p^f$ .

Theorem 9. i)  $\overline{DF_p} \cup \overline{DPF_p}$  is consistent.

ii)  $(\overline{DF_p} \cup \overline{DPF_p})^f = DF_p^f = DPF_p^f$

All concepts whose definitions are not given here can be found in [4] and [2].

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

1. Барвайс, Дж. (1982). Теория моделей: справочная книга по математической логике. Часть 1. Москва: Издательство "Наука".
2. Yeshkeyev, A.R. Connection between the amalgam and joint embedding properties / A.R. Yeshkeyev, I.O. Tungushbayeva, M.T. Kassymetova // Bulletin of the Karaganda University-Mathematics. — 2022. — 105. — No. 1. — P. 127–135.
3. Barwise, J. & Robinson, A. (1970). Completing Theories by Forcing. Annals of Mathematical Logic, 2(2), 19–142.
4. Ешкеев, А.Р. & Касыметова, М.Т. (2016). Йонсоновские теории и их классы моделей. Караганда: Издательство КарГУ.

# HOLOGRAPHICNESS IN PERFECT JONSSON THEORIES

Yeshkeyev A.R., Popova N.V.

Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan

E-mail: [dandn@mail.ru](mailto:dandn@mail.ru)

When defining the concept of holographicness [1, Definition 1], the authors of [1] used the semantic definition (holographic structure), and at the same time proved the criterion for the holographic structure of structure through syntactic tools (formulas, types, theorems 2,3 [1]). Because the original definition of the concept of holographic structure turned out to be quite interesting for studying the theoretical and model properties of this structure, we would like, firstly, to determine the holographic nature of the theory in the framework of the study of Jonsson theories. Note that the notion of holographicness for the theory is still assumed in an implicit form if only because the elementary (complete) theory of some holographic structure is considered in [1]. An example of this is the notion of  $\omega$ -categoricity of a holographic structure [1, Corollary 1].

Based on the above criteria for the holographic structure from [1], it seems to us quite correct to define the following syntactic concept related to the concept of a holographic structure, namely the definition of a holographic Jonsson theory.

The Jonsson theory  $T$  is called holographic if  $S_n^J(T)$  is finite where  $n = h(\sigma)$  and  $S_n^J(T)$  are the set of all complete  $\forall\exists$  types in free variables.

And accordingly, we can define the concept of a holographic model of the Jonsson theory through the following definition. A model  $A$  of a holographic Jonsson theory  $T$  is holographic if

1.  $Th_{\forall\exists}(A)$  is the Jonsson theory,
2.  $Th_{\forall\exists}(A)$  is holographic.

Fact 1. If the Jonsson theory  $T$  is holographic, then  $S_m^J(T)$  is finite for any  $m < n$ , where  $n = h(\sigma)$ .

Fact 2. Let  $T$  be a perfect  $\forall\exists$  complete Jonsson theory, then the following conditions are equivalent:

1.  $T$  is holographic theory
2. its center  $T^* = Th(C_T)$  is the holographic theory.
3. the number of orbits of the action of the group of automorphisms  $Aut(C_T)$  on the set  $C_T^{h(\sigma)}$  is finite.

Note that we have given an example of a holographic Jonsson theory  $T$  for which  $Hol_T \neq \emptyset$ , the theory  $T$  is not  $\omega$ -categorical.

The following concept generalizes the concept of both the holographic theory and the holographic model in the framework of the study of Jonsson theories and their models in the case of considering classes of models.

Let  $K$  be the class of structures of some fixed signature. Then this class is called a Jonsson-holographic class if  $Th_{\forall\exists}(K)$  is a Jonsson holographic theory. Let  $T = Th_{\forall\exists}(K)$  be the theory of a class of finite cyclic groups. Let's take an example of such a class. It is easy to see that  $T$  is categorical in all finite cardinalities, but uncountable categorical.

Thus, taking into account that the holographicness of Abelian groups is related to the finiteness due to the results of [1], all models of this theory are holographic.

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

## References

1. Б. Касымжанулы, А. С. Морозов О голографичных структурах, Сиб. матем. журн., 2019, том 60, номер 2, 401–410

## DESCRIPTION OF "SMALL" DEFINABLE SETS

Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I., Issayeva A.K.

Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan

E-mail: [aibat.kz@gmail.com](mailto:aibat.kz@gmail.com), [ulbrikht@mail.ru](mailto:ulbrikht@mail.ru), [isa\\_aiga@mail.ru](mailto:isa_aiga@mail.ru)

The main result of this abstract is related to the problem identified in the work of J. Baldwin and D. Kueker on algebraically prime models [1]. By "small" sets we mean sets whose closures give a countable simple or countably atomic model within the framework of the definitions of the given thesis. We have proved the equivalence of atomic and simple models obtained with the help of some closure operator given on definable subsets of the semantic model of some fixed cosemanticness class of the perfect Jonsson spectrum of the class of existentially closed models of some complete inductive theory.

Definition 1. [2] A model  $\mathfrak{A}$  of a theory  $T$  is called atomic if each tuple of its elements implements some complete formula in this theory.

Definition 2. [3] A model  $\mathfrak{A}$  of a theory  $T$  is called an algebraically prime model of a theory  $T$  if it can be isomorphically embedded in every model of  $T$ .

Definition 3. [4] A model  $\mathfrak{A}$  of a theory  $T$  is called a nice almost-weak  $(\Sigma_1, \Sigma_2)$ -cl atomic model of theory  $T$  if every  $\omega$ -sequence of elements of  $\mathfrak{A}$  realizes a  $\Sigma_1$ -principal  $\Sigma_2$ - $\omega$ -type.

Definition 4. [5] A Jonsson theory  $T$  is called perfect if every semantic model of  $T$  is a saturated model of  $T^*$ .

Let  $\sigma$  be some signature,  $L$  is set of all formulas of the signature  $\sigma$ . Let  $T$  is some complete inductive theory,  $K \subseteq E_T$ , where  $E_T$  is the class of existentially closed models of the theory  $T$ . Let's call the following set a perfect Jonsson spectrum of class  $K$ :

$$PJS\mathfrak{p}(K) = \{\tilde{T} \mid \tilde{T} \text{ is perfect Jonsson theory in language } \sigma \text{ and } K \subseteq \text{Mod}\tilde{T}\}$$

The cosemanticness relation on a set of theories is an equivalence relation. Then  $PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$  is the factor set of a perfect Jonsson spectrum of class  $K$  with respect to  $\approx$ .

Let  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$ . Since for each theory  $\Delta \in [\tilde{T}]$  we have  $C_\Delta = C_{\tilde{T}}$ , then we will call the semantic model of the class  $[\tilde{T}]$  the semantic model of the theory  $\tilde{T}$ :  $C_{[\tilde{T}]} = C_{\tilde{T}}$ . The center of the Jonsson class  $[\tilde{T}]$  we call the elementary theory  $[\tilde{T}]^*$  of its semantic model  $C_{[\tilde{T}]}$ , i.e.  $[\tilde{T}]^* = Th(C_{[\tilde{T}]})$  and  $[\tilde{T}]^* = Th(C_\Delta)$  for each  $\Delta \in [\tilde{T}]$ .

Let  $R$  is some theoretical-model property of theory,  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$ . We say that a class  $[\tilde{T}]$  has property  $R$  if every theory  $\Delta \in [\tilde{T}]$  has property  $R$ .

Let  $T$  be some complete inductive theory,  $K \subseteq E_T$ ,  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$  is a complete class for  $\Pi_1$ -sentences.

Definition 5. Let  $A \subseteq C_{[\tilde{T}]}$ ,  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$ . A set  $A$  is called  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$ -cl-algebraically prime in class  $[\tilde{T}]$  if  $cl(A) = M$ ,  $M$  is a  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$ -cl-atomic model of the theory  $\tilde{T}$ ,  $M \in E_{\tilde{T}} \cap AP_{\tilde{T}}$ , where  $E_{\tilde{T}} \cap AP_{\tilde{T}} \neq \emptyset$ , and the resulting model  $M$  is called a  $(\Gamma_1, \Gamma_2)$ -cl-algebraically prime model of the class  $[\tilde{T}]$ .

Let  $X \subseteq C_{[\tilde{T}]}$  be a Jonsson set defined by some existential strong minimal formula  $\varphi(x)$  and  $cl(X) = M \in E_{[\tilde{T}]}$ , where  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$

Further, since to the fact that the class under consideration is perfect, it follows that its center is a model complete theory. Therefore,  $\Sigma_1$ -completeness of the class under consideration will be equivalent to  $\Pi_1$ -completeness of this class.

Theorem 1. Let  $T$  be a some inductive complete theory,  $K \subseteq E_T$ ,  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$  complete class for  $\Pi_1$ -sentences, then  $[\tilde{T}]$  has a nice almost-weakly  $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -cl-atomic model.

Theorem 2. Let  $T$  be a some inductive complete theory,  $K \subseteq E_T$ ,  $[\tilde{T}] \in PJS\mathfrak{p}(K)/\approx$  complete class for  $\Pi_1$ -sentences, Then the following conditions are equivalent:

- 1)  $\mathfrak{A}$  is  $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -cl-algebraically prime model of class  $[\tilde{T}]$ .
- 2)  $\mathfrak{A}$  is a nice almost-weak  $(\Sigma_1, \Sigma_1)$ -cl-atomic model of the theory  $[\tilde{T}]^*$ .

The proof follows from Theorem 2 of [6].

This work was supported by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (grant AP09260237).

### References

1. Baldwin J.T., Kueker D.W. Algebraically prime models, *Ann. Math. Logic*, 20 (1981), 289–330.
2. Vaught R.L. Denumerable models of complete theories, *Proc. Sympos. on Foundations of Mathematics: Infinitistic Methods*, Panstwowe Wydawnictwo Naukowe, Warsaw (1959) and Pergman Press, Krakow (1961), 303–321.
3. Robinson A. *Introduction to the Model theory and the Metamathematics of Algebra*, Amsterdam (1963).
4. Yeshkeyev A.R., Issayeva A.K., Shamatayeva N.K. On atomic and algebraically prime models obtained by closure of definable sets, *Bulletin of the Karaganda University. Mathematics series*, 103:3 (2021), 124–130.
5. Yeshkeyev A.R., Kassymetova M.T. *Jonsson theories and their classes of models*, Monograph, KarGU, Karaganda (2016).
6. Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I., Issayeva A.K. Algebraically prime and atomic sets. *Traditional international april math scientific conference*, Almaty (2022), 30.

## AFFINE AUTOMORPHISMS OF THE UNIVERSAL MULTIPLICATIVE ENVELOPING ALGEBRA OF THE TWO-DIMENSIONAL LEFT-SYMMETRIC ALGEBRA WITH ZERO MULTIPLICATION

**Zhangazinova D. M.,<sup>1</sup> Naurazbekova A. S.,<sup>2</sup> Kozybaev D. Kh.<sup>3</sup>**

<sup>1,2,3</sup>L. N. Gumilyov Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan

E-mail: <sup>1</sup>[dinara\\_pav@mail.ru](mailto:dinara_pav@mail.ru), <sup>2</sup>[altyngul.82@mail.ru](mailto:altyngul.82@mail.ru), <sup>3</sup>[kozybaev@gmail.com](mailto:kozybaev@gmail.com)

In this work we rewrite for the left-symmetric algebra the result of D. Kozybaev, U. Umirbaev [1] on the basis of the universal multiplicative enveloping algebra of the right-symmetric algebra. Also we describe the affine automorphisms of the universal multiplicative enveloping algebra of the two-dimensional left-symmetric algebra with zero multiplication. The question of describing all automorphisms of this algebra remains open. Although it was easy to notice that the automorphism groups of the left and the right universal multiplicative enveloping algebras of the two-dimensional left-symmetric algebra with zero multiplication are tame.

An algebra  $A$  over an arbitrary field  $k$  with a bilinear product  $x \cdot y$  is called a *left-symmetric algebra*, if the identity

$$(xy)z - x(yz) = (yx)z - y(xz) \quad (1)$$

is satisfied for any  $x, y, z \in A$ .

Recall that  $U(A)$  is an associative algebra with 1 generated by the operators of left multiplication  $l_x$  and right multiplication  $r_x$ , where  $x \in A$ . The identity (1) directly implies the defining relations of the algebra  $U(A)$ :

$$l_x l_y - l_y l_x = l_{[x,y]}, \quad r_x l_y - l_y r_x - r_x r_y + r_{yx} = 0, \quad x, y \in A.$$

The linear basis of the algebra  $U(A)$  is described by the following

Theorem 1. Let  $A$  be a left-symmetric algebra with linear basis  $x_1, x_2, \dots, x_k, \dots$ . Then the basis of the universal multiplicative enveloping algebra  $U(A)$  of  $A$  consists of words of the form

$$l_{x_{j_1}} l_{x_{j_2}} \dots l_{x_{j_t}} r_{x_{i_1}} r_{x_{i_2}} \dots r_{x_{i_s}},$$

where  $j_1 \leq j_2 \leq \dots \leq j_t$ ,  $s, t \geq 0$ .



Denote by  $RU(A)$  the right universal multiplicative enveloping algebra of the algebra  $A$ , i.e., subalgebra of the algebra  $U(A)$  generated by the universal operators  $r_x$ , where  $x \in A$ . Similarly, we define the left universal multiplicative enveloping algebra  $LU(A)$  as the subalgebra of the algebra  $U(A)$  generated by the universal operators  $l_x$ , where  $x \in A$ .

Corollary 1. 1) Under the conditions of Theorem 1, words of the form

$$l_{x_{j_1}} l_{x_{j_2}} \dots l_{x_{j_t}},$$

where  $j_1 \leq j_2 \leq \dots \leq j_t$ ,  $t \geq 0$ , form the basis of the algebra  $LU(A)$ .

2) Algebra  $LU(A)$  is the associative algebra with generators  $l_x$ ,  $i \geq 1$ , and defining relations  $l_{x_j} l_{x_k} - l_{x_k} l_{x_j} - l_{[x_j, x_k]} = 0$ ,  $j > k$ .

3) Under the conditions of Theorem 1, the algebra  $RU(A)$  is the free associative algebra with free set of generators

$$r_{x_{i_1}} r_{x_{i_2}}, \dots, r_{x_{i_s}}, \dots$$

Theorem 2. Let  $A_2$  be the two-dimensional left-symmetric algebra over an arbitrary field  $k$  with linear basis  $e, f$  and  $ef = fe = 0$ . If  $\varphi$  is the affine automorphism of the universal multiplicative enveloping algebra  $U(A_2)$  of  $A_2$  then

$$\varphi(l_e) = \alpha l_e + \beta l_f + \nu,$$

$$\varphi(l_f) = \gamma l_e + \delta l_f + \mu,$$

$$\varphi(r_e) = \alpha r_e + \beta r_f,$$

$$\varphi(r_f) = \gamma r_e + \delta r_f,$$

where  $\begin{vmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{vmatrix} \neq 0$ ,  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \nu, \mu \in k$ .

Corollary 2. 1)  $LU(A_2)$  is the free associative commutative algebra with the free generators  $l_e, l_f$  over a field  $k$ ;

In 1953, van der Kalk [2] proved that the automorphisms of a polynomial algebra in two variables over an arbitrary field are tame. A similar result for the free associative algebras was obtained by L. Makar-Limanov [3] and A.G. Cherniyakievich [4]. Moreover, the automorphism groups of these algebras are isomorphic.

Corollary 3. All automorphisms of the algebras  $LU(A_2)$  and  $RU(A_2)$  are tame. Moreover,

$$Aut(LU(A_2)) \cong Aut(RU(A_2)).$$

## References

1. Kozybaev D.Kh., Umirbaev U.U. The Magnus embedding for right-symmetric algebras, Sib. Mat. Zh., 45(3) (2004), 592-599.
2. Van der Kulk W. On polynomial rings in two variables, Nieuw Archief voor Wisk, 1(3) (1953), 33-41.
3. Makar-Limanov L. The automorphisms of the free algebra of two generators, Funktsional. Anal. i Prilozhen., 4(3) (1970), 107-108.
4. Czerniakiewicz A.G. Automorphisms of a free associative algebra of rank 2, I, II, Trans. Amer. Math. Soc., 160 (1971), 393-401; 171 (1972), 309-315.

## КВАЗИМНОГООБРАЗИЕ $SP(L_6)$ . I. КОНЕЧНАЯ БАЗИРУЕМОСТЬ

Башеева А.О., Султанкулов К.Д., Швидефски М.В.

ЕНУ им. Л.Н. Гумилева, Институт математики СО РАН им. Соболева

E-mail: [basheeva\\_ao@enu.kz](mailto:basheeva_ao@enu.kz), [kuanyshtankulov@edu.kz](mailto:kuanyshtankulov@edu.kz), [semenova@math.nec.ru](mailto:semenova@math.nec.ru)

Пусть  $X$  произвольное множество и  $R \subseteq X^2$  отношение частичного порядка. Подмножество  $R' \subseteq R$  называется подпорядком в  $R$ , если оно само является частичным порядком на  $X$ . Множество  $O(R, X)$  всех подпорядков частичного порядка  $R$  является частично упорядоченным множеством относительно теоретико множественного включения. Очевидно, что  $\Delta = \{(a, a) | a \in X\}$  является подпорядком в  $R$  и содержится в любом подпорядке  $R$ . Таким образом,  $\Delta$  является наименьшим элементом в  $O(R, X)$ . Также очевидно, что  $R$  является наибольшим элементом в  $O(R, X)$ . Нетрудно проверить, что для любого семейства  $\{R_i | i \in I\} \subseteq O(R, X)$  отношение  $\bigcap_{i \in I} R_i$  так же является подпорядком в  $R$ , т.е.  $\bigcap_{i \in I} R_i \in O(R, X)$ . Таким образом  $O(R, X)$  является полной решёткой, в которой справедливо равенство  $\bigcup_{i \in I} R_i = (\bigcup_{i \in I} R_i)^t$ , где  $V^t$  обозначает транзитивное замыкание для любого бинарного отношения  $V \subseteq X^2$ .

Для произвольного класса решёток  $K$  пусть  $S(K)$  обозначает класс решёток, изоморфно вложимых в решётку из класса  $K$ , а  $P(K)$  класс решёток изоморфных декартовым произведениям решёток из класса  $K$ . Если класс  $K$  содержит лишь одну решётку  $L$  (с точностью до изоморфизма), то мы пишем  $O(L)$  вместо  $O(\{L\})$  для любого оператора  $O$ . Хорошо известно, что для любой конечной решётки  $L$  класс  $SP(L)$  является квазимногообразием. Пусть  $Q(K)$  обозначает наименьшее квазимногообразие содержащее класс  $K$ . Таким образом  $Q(L) = SP(L)$  для любой конечной решётки  $L$ .

Решетки подпорядков рассматривались в ряде работ, поскольку они представляют собой удобный инструмент для доказательства определенных результатов о вложениях.

По теореме Д. Бредихина и Б. Шейна [1] решетки подпорядков являются решеточно-универсальными, то есть каждая решетка вложима в подходящую решетку подпорядков. По теореме Б. Сивака [2] решетка  $L$  вложима в решетку подпорядков конечного частичного порядка тогда и только тогда, когда  $L$  конечна и ограничена снизу в смысле Р. Маккензи. Общая конструкция для вложения произвольной решетки в подходящую решетку подпорядков было предложено А.Ю. Ольшанским. На основе этой конструкции в работе [4] показано, что при произвольном  $n \geq 1$  класс  $SO_n$  решеток, вложимых в решетки подпорядков частично упорядоченных множеств длины не более  $n$  образует многообразие с конечным базисом. В этой же работе, спрашивается, является ли квазимногообразие, порожденное конечной решеткой подпорядков многообразием.

В данной работе мы даем положительный ответ на этот вопрос для решетки  $L_6$ , где  $L_6$  конечная решетка, изоморфная решетке подпорядков трехэлементной цепи. Тогда квазимногообразие, порожденное решеткой  $L_6$  является конечно базлируемым многообразием. И найден конкретный базис этого многообразия.

### Список использованной литературы

1. D. Bredikhin, B. Schein, Representation of ordered semigroups and lattices by binary relations, Colloq. Math. 39 (1978), 1\_12; <https://doi.org/10.4064/cm-39-1-1-12>.
2. B. Sivak, Representation of  $n$ -nite lattices by orders on  $n$ -nite sets, Math. Slovaca 28, no. 2 (1978), 203\_215; <https://dml.cz/handle/10338.dmlcz/136175>.
3. R. McKenzie, Equational bases and non-modular lattice varieties, Trans. Amer. Math. Soc. 174, no. 1 (1972), 1\_43; <https://doi.org/10.2307/1996095>
4. M. V. Semenova, On lattices that are embeddable into lattices of suborders, Algebra and Logic, 44, no. 4 (2005), 270\_285; <https://doi.org/10.1007/s10469-005-0027-7>.

## СВОЙСТВА ФОРМУЛЬНО-ОПРЕДЕЛИМЫХ КВАЗИМНОГООБРАЗИЙ

Бекенов М., Касатова А., Нуракунов А.

<sup>1</sup>Евразийский Национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>НАО Медицинский университет Караганды

<sup>3</sup>Институт математики НАН КР, Бишкек, Кыргызстан

E-mail: [bekenov50@mail.ru](mailto:bekenov50@mail.ru)

Рассматриваются формульно-определимые классы моделей (т.е. алгебраических структур) и их элементарные теории счетного языка первого порядка относительно произведений этих теорий, а также формульно-определимые квазимногообразия. Доказываются некоторые свойства которым они удовлетворяют.

Пусть  $A$  модель сигнатуры  $\Omega$ ,  $\text{Th}(A)$ - полная (элементарная) теория модели  $A$ .

На множестве  $T(\Omega)$ -множество всех полных теорий счетной сигнатуры  $\Omega$  рассмотрим бинарную операцию  $\bullet$  по правилу  $T \bullet S = \text{Th}(\{A \times B \mid |A| = T \text{ и } |B| = S\})$ , для любых двух полных теорий  $T, S \in T(\Omega)$ . Понятно, что  $\langle T(\Omega); \bullet \rangle$  есть коммутативная полугруппа с единицей, которую называем полугруппой полных теорий. В дальнейшем теория означает полная теория.

**Определение.** Класс моделей  $K$  называется *формульно-определимым классом* моделей, если существует модель  $A$  такая, что  $K = \{ B \mid \text{Th}(B) \bullet \text{Th}(A) = \text{Th}(A) \}$ . Теория  $\text{Th}(A)$  называется теорией, *определяющей* класс моделей  $K$ . Если квазимногообразие является формульно-определимым классом моделей, то квазимногообразие называем *формульно-определимым квазимногообразием*.

Доказано, что формульно-определимый класс моделей будет аксиоматизируемым классом моделей и замкнут относительно бесконечных произведений моделей. Приведены примеры аксиоматизируемого класса, который является формульно-определимым классом моделей и аксиоматизируемый класс моделей, не являющимся формульно-определимым классом моделей.

Для квазимногообразий найдены примеры формульно-определимых квазимногообразий и не формульно-определимых квазимногообразий.

Доказано, что любое многообразие - формульно-определимый класс моделей. Также показано, что класс коммутативных полугрупп вложимых в группы является формульно-определимым квазимногообразием, который не является многообразием.

Теория  $T$ - идемпотентная теория, если  $T \bullet T = T$ .

Доказано, что для любого формульно-определимого класса моделей существует идемпотентная теория определяющая этот класс моделей.

Также доказано, что формульно-определимый класс моделей будет квазимногообразием если идемпотентная теория, определяющая этот класс моделей такая, что каждая подмодель ультрастепени модели этой теории лежит в этом классе. Из этого результата следует, что формульно-определимый класс моделей будет квазимногообразием, если он определяется универсальной теорией. И даны примеры, показывающие, что эти два приведенных условия не эквивалентны.

Также доказано, что множество всех идемпотентных полных теорий образует полную решетку относительно частичного порядка  $\leq$ , определенного как  $T \leq S$  тогда и только тогда, когда  $T \bullet S = S$ , для любых  $T, S \in T(\Omega)$ .

Также рассмотрены некоторые свойства теорий моделей формульно-определимых классов, когда определяющая его теория удовлетворяет определенным свойствам (категоричности, существования счетно-насыщенной модели или стабильности)

### Список использованной литературы

1. М.И. Бекенов, А.М. Нуракунов. Полугруппы теорий и ее решетка идемпотентных элементов. Алгебра и логика 60, 1-14, 2021
2. G. Birkhoff, Lattice theory, Third Edition, Amer. Math. S., Providence, R.I. (1967).

- 3.S. Feferman and R. Vaught, The first order properties of algebraic systems. *Fundamenta Mathematicae* 47, p. 57-103, 1959.
- 4.T. E. Frayne, A. C. Morel and D. S. Scott, Reduced direct products, *Fundamenta Mathematicae*, 51 (1962), 195-228.
- 5.F. Galvin, Horn sentences. *Ann. Math. Logic*, 1(1970), 389-422.
- 6.V. A. Gorbunov, *Algebraic Theory of Quasivarieties*, Plenum Publ. Co., New York (1998).
- 7.W. Hodges, *Model Theory (Encyclopedia of Mathematics and its Applications)*. Cambridge: Cambridge University Press. (1993).
- 8.H. J. Keisler, Ultraproducts and elementary classes, *Indagationes Mathematicae* 23 (1961) 477-495.
- 9.M. Machover, A note on sentences preserved under direct products and powers, *Bull. Acad. Polon. Sci. Math.*, 8(1960), 519-523.
- 10.A. Macintyre, Direct powers with distinguished diagonal, *Conference in Mathematical Logic London 1970*
- 11.A. И. Мальцев, Алгебраические системы, М. Наука (1970), с.392
- 12.D. Rees, On semigroups, *Proc. Camb. Phil. Soc.* 36(1940), 387-400.
- 13.S. Shelah, Every two elementarily equivalent models have isomorphic ultrapowers, *Israel Journal of Mathematics*, 10 (1971), 224-233.
- 14.R. Vaught, On sentences holding in direct products of relational system, *Proc. Intern. Congr. of Mathematicians, Amsterdam, (1954), Noordhoorn, Groningen*, 409.
- 15.J. M. Weinstein, First order properties preserved by direct product, Ph.D. thesis. Univ. Wisconsin (1965), Madison,
- 16.J. Wierzejewski, On stability and products, *Fundamenta Mathematicae*, 93(1976), 81-95.
- 17.М. И. Бекенов, Решетка формульно-определимых подквазимногообразий полных теорий квазимногообразия полных теорий. Мальцевские чтения.Новосибирск.2018.

## КОГОМОЛОГИИ АЛГЕБРЫ ЛИ ТИПА $A_2$ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

Ибраев Ш.Ш., Сейтмуратов А.Ж.

*Кызылординский университет имени КоркытАта, Кызылорда, Казахстан*

E-mail: [ibrayevsh@mail.ru](mailto:ibrayevsh@mail.ru), [angisin@mail.ru](mailto:angisin@mail.ru)

В докладе рассматриваются результаты, полученные при исследований кохомологии алгебры Ли типа  $A_2$  над полем характеристики  $p > 3$  с коэффициентами в простых модулях, и их некоторые приложения. Для малых характеристик поля ( $p = 2, 3$ ) аналогичные результаты докладывались в [1].

Пусть  $\mathfrak{g}$  – классическая алгебра Ли типа  $A_2$  над алгебраически замкнутым полем характеристики  $p > 3$ ,  $M$  – простой  $\mathfrak{g}$ -модуль. Когомологии с коэффициентами в простых  $\mathfrak{g}$ -модулях ранее были вычислены только в случаях  $H^1(\mathfrak{g}, M)$  [2] и  $H^2(\mathfrak{g}, M)$  [3]. В общем случае справедлива следующая

*Теорема 1.  $\mathfrak{g}$  – классическая алгебра Ли типа  $A_2$  над алгебраически замкнутым полем  $k$  характеристики  $p > 3$ ,  $M$  – простой  $\mathfrak{g}$ -модуль. Тогда имеют место следующие изоморфизмы  $SL_3$ -модулей:*

- (a)  $H^n(\mathfrak{g}, k) \cong k$ , если  $n = 0, 3, 5, 8$ ;
- (b)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-2, 1)) \cong \begin{cases} L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 7, \\ 2L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (c)  $H^n(\mathfrak{g}, L(1, p-2)) \cong \begin{cases} L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 7, \\ 2L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (d)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-3, 0)) \cong L(1, 0)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;
- (e)  $H^n(\mathfrak{g}, L(0, p-3)) \cong L(0, 1)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;
- (f)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-2, p-2)) \cong \begin{cases} k, & \text{если } n = 1, 7, \\ L(1, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 3, 5 \\ 2L(1, 1)^{(1)} \oplus 2k, & \text{если } n = 4. \end{cases}$

*Во всех остальных случаях  $H^n(\mathfrak{g}, M) = 0$ .*

Рассмотрим некоторые приложения Теоремы 1. Она позволяет описать кохомологию алгебры Ли  $\mathfrak{gl}_3$  над алгебраически замкнутым полем  $k$  характеристики  $p > 3$  с коэффициентами в простых модулях. Простого  $\mathfrak{g}$ -модуля  $M$  можно наделять структурой  $\mathfrak{gl}_3$ -

модуля с нулевым действием на  $M$  центра алгебры Ли  $\mathfrak{gl}_3$ . Для когомологии простых  $\mathfrak{gl}_3$ -модулей справедлива следующее

Следствие 1.  $\mathfrak{g}$  – алгебра Ли  $\mathfrak{gl}_3$  над алгебраически замкнутым полем  $k$  характеристики  $p > 3$ ,  $M$  – простой  $\mathfrak{g}$ -модуль с нулевым действием на  $M$  центра алгебры Ли  $\mathfrak{gl}_3$ . Тогда имеют место следующие изоморфизмы  $SL_3$ -модулей:

- (a)  $H^n(\mathfrak{g}, k) \cong k$ , если  $n = 0, 1, 3, 4, 5, 6, 8, 9$ ;
- (b)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-2, 1)) \cong \begin{cases} L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 7, 8, \\ 2L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 4, 5; \end{cases}$
- (c)  $H^n(\mathfrak{g}, L(1, p-2)) \cong \begin{cases} L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 7, 8, \\ 2L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 4, 5; \end{cases}$
- (d)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-3, 0)) \cong \begin{cases} L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 2, 4, 5, 7, \\ 2L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 3, 6; \end{cases}$
- (e)  $H^n(\mathfrak{g}, L(0, p-3)) \cong \begin{cases} L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 2, 4, 5, 7, \\ 2L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 3, 6; \end{cases}$
- (f)  $H^n(\mathfrak{g}, L(p-2, p-2)) \cong \begin{cases} k, & \text{если } n = 1, 2, 7, 8, \\ L(1, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 3, 6, \\ 3L(1, 1)^{(1)} \oplus 2k, & \text{если } n = 4, 5. \end{cases}$

Во всех остальных случаях  $H^n(\mathfrak{g}, M) = 0$ .

Теорема 1 также позволяет вычислить когомологии модулей Вейля над классической алгеброй Ли типа  $A_2$  над полем характеристики  $p > 3$  и дуальных к ним модулей. Обозначим модуль Вейля со старшим весом  $\lambda$  через  $V(\lambda)$ . Для дуального модуля будем использовать стандартное обозначение  $H^0(\lambda)$ .

Следствие 2.  $\mathfrak{g}$  – классическая алгебра Ли типа  $A_2$  над алгебраически замкнутым полем  $k$  характеристики  $p > 3$ ,  $V = V(\lambda)$ . Тогда имеют место следующие изоморфизмы  $SL_3$ -модулей:

- (a)  $H^n(\mathfrak{g}, V(0, 0)) \cong k$ , если  $n = 0, 3, 5, 8$ ;
- (b)  $H^n(\mathfrak{g}, V(p-2, 1)) \cong \begin{cases} L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 3, 5, 6, 7, \\ 2L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (c)  $H^n(\mathfrak{g}, V(1, p-2)) \cong \begin{cases} L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 3, 5, 6, 7, \\ 2L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (d)  $H^n(\mathfrak{g}, V(p-3, 0)) \cong L(1, 0)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;
- (e)  $H^n(\mathfrak{g}, V(0, p-3)) \cong L(0, 1)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;
- (f)  $H^n(\mathfrak{g}, V(p-2, p-2)) \cong \begin{cases} k, & \text{если } n = 0, 1, \\ L(1, 1)^{(1)} \oplus k, & \text{если } n = 3, \\ 2L(1, 1)^{(1)} \oplus k, & \text{если } n = 4, \\ L(1, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 5. \end{cases}$

Во всех остальных случаях  $H^n(\mathfrak{g}, V) = 0$ .

Следствие 3.  $\mathfrak{g}$  – классическая алгебра Ли типа  $A_2$  над алгебраически замкнутым полем  $k$  характеристики  $p > 3$ ,  $V = H^0(\lambda)$ . Тогда имеют место следующие изоморфизмы  $SL_3$ -модулей:

- (a)  $H^n(\mathfrak{g}, H^0(0, 0)) \cong k$ , если  $n = 0, 3, 5, 8$ ;
- (b)  $H^n(\mathfrak{g}, H^0(p-2, 1)) \cong \begin{cases} L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 3, 5, 6, 7, \\ 2L(1, 0)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (c)  $H^n(\mathfrak{g}, H^0(1, p-2)) \cong \begin{cases} L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 1, 2, 3, 5, 6, 7, \\ 2L(0, 1)^{(1)}, & \text{если } n = 4; \end{cases}$
- (d)  $H^n(\mathfrak{g}, H^0(p-3, 0)) \cong L(1, 0)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;
- (e)  $H^n(\mathfrak{g}, H^0(0, p-3)) \cong L(0, 1)^{(1)}$ , если  $n = 2, 3, 5, 6$ ;

$$(f) H^n(\mathfrak{g}, H^0(p-2, p-2)) \cong \begin{cases} L(1,1)^{(1)}, & \text{если } n = 3, \\ 2L(1,1)^{(1)} \oplus k, & \text{если } n = 4, \\ L(1,1)^{(1)} \oplus k, & \text{если } n = 5, \\ k, & \text{если } n = 7, 8. \end{cases}$$

Во всех остальных случаях  $H^n(\mathfrak{g}, V) = 0$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке гранта AP08855935 МОН РК.

### Список использованной литературы

1. Ибраев Ш.Ш., Турбаев Б.Е., Ибраева А.А. Когомологии алгебры Ли типа  $A_2$  в малых характеристиках // Международная научно-практическая конференция «Проблемы современной фундаментальной и прикладной математики», МГУ имени Ломоносова, Казахский филиал, Библиотека Первого президента РК – Елбасы, 4 июня 2021 года, г. Нур-Султан. – С. 24 – 26.
2. Jantzen J.C., First cohomology groups for classical Lie algebras, in Representation Theory of Finite Groups and Finite-Dimensional Algebras (Bielefeld, 1991), Progr. Math., Vol. 95, Birkhäuser, Basel, 1991, 289–315.
3. Dzhumadil'daev A.S., IbraevSh.Sh., Nonsplit extensions of modular Lie algebras of rank 2, Homology Homotopy Appl.4 (2002), 141–163.

## КЕЛЛЕР КӨПМҮШЕЛЕРІНІҢ АЛГЕБРАЛЫҚ КӨПБЕЙНЕСІ

Керімбаев Р.Қ.

Әл-Фараби атындағы Қазақ Ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

E-mail: [ker\\_im@mail.ru](mailto:ker_im@mail.ru)

1.  $\mathbb{R}$  – нақты сандар өрісі,  $\mathbb{R}[x, y]$  – екі айнымалы көпмүшелер сақинасы.  $f, g \in \mathbb{R}[x, y]$  Келлер көпмүшелеріне келесі қосымша шарттарды қоямыз:

$$f(0,0) = 0 = g(0,0) \text{ және } f(a, b) = 0 = g(a, b), \quad (1)$$

мұндағы  $a, b \in \mathbb{R}$  және  $b \neq 0$  деп аламыз.

$f, g$  Келлер көпмүшелерінің графигі  $\mathbb{R}^4$  кеңістігінде жатады. Ол графигі  $\pi$  деп белгілейміз:

$$\pi = \{(x, y, f(x, y), g(x, y)) | x, y \in \mathbb{R}, f, g \in \mathbb{R}[x, y]\}. \quad (2)$$

(1) шарты бойынша  $O(0,0,0,0)$  және  $A(a, b, 0,0)$  нүктелері  $\pi$  графигіне тиісті.  $t \in \mathbb{R}$  санын бекітіп алып  $B(at, bt, f(at, bt), g(at, bt)) \in \pi$  нүктесін қарастырамыз. Сонымен бірге келесі үш векторды аламыз:

$$e_1 = (1,0,0,0), \overrightarrow{OA} = (a, b, 0,0), \overrightarrow{OB} = (at, bt, f(at, bt), g(at, bt)).$$

Бастапқы  $O(0,0,0,0)$  нүктесі және бағыттаушы  $e_1, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$  векторлары бойынша  $\Pi$  гипержазықтығын жүргіземіз. Енді  $\Pi$  мен  $\pi$  беттерінің параметрлік теңдеулерін аламыз.

$$\Pi: \begin{cases} X = \alpha + \beta a + \gamma at, \\ Y = \beta b + \gamma bt, \\ U = \gamma f(at, bt), \\ V = \gamma g(at, bt), \end{cases} \quad \pi: \begin{cases} x = r, \\ y = s, \\ u = f(r, s), \\ v = g(r, s), \end{cases}$$

мұндағы  $\alpha, \beta, \gamma, r, s \in \mathbb{R}$  – кез келген параметрлер.  $l = \Pi \cap \pi$  қиылысуын табу керек.  $A, B, O \in l$  екені белгілі. Ол үшін сәйкес координаталарды теңестіреміз:

$$\begin{cases} r = \alpha + \beta a + \gamma at, \\ s = \beta b + \gamma bt, \\ f(r, s) = \gamma f(at, bt), \\ g(r, s) = \gamma g(at, bt). \end{cases} \quad (3)$$

Сонда кез келген  $\gamma, r, s \in \mathbb{R}$  параметрлері үшін

$$(f(r, s), g(r, s)) = \gamma(f(at, bt), g(at, bt))$$

болады. (3) теңдеулерін қолдана отырып  $r$  мен  $s$ -тің арасындағы байланысты табамыз:  $br = as + b\alpha$  осыдан  $r = \frac{a}{b}s + \alpha$ ,  $b \neq 0$ .  $\gamma$  параметрін де  $s$  арқылы өрнектейміз:  $\gamma = \frac{s - \beta b}{bt}$ .  $\alpha$  мен  $\beta$  кез келген болғандықтан олардың орнына нөлді қоюға болады, сонда  $r = \frac{a}{b}s$ ,  $\gamma = \frac{s}{bt}$ ,  $b \neq 0, t \neq 0$ .

Ендеше

$$\left( f\left(\frac{a}{b}s, s\right), g\left(\frac{a}{b}s, s\right) \right) = \frac{s}{bt} (f(at, bt), g(at, bt)). \quad (4)$$

(4) теңдігіндегі  $a, b, t$  -- берілген сандар, ал  $s$  -- кез келген параметр. Біз оны коэффициентке айналдырғымыз келеді. Ол үшін  $\mathbb{R}(s)$  өрісін аламыз.

2.  $\mathbb{R}(s)[x, y]$  сақинасында келесі көпмүшелерді қарастырамыз:

$$\begin{aligned} F(x, y) &= f(x, y) - \frac{s}{bt} f(at, bt), \\ G(x, y) &= g(x, y) - \frac{s}{bt} g(at, bt). \end{aligned}$$

Бұл көпмүшелер келесі қасиеттерге ие:

$$J(F, G)(x, y) = J(f, g)(x, y) = 1,$$

және

$$F\left(\frac{a}{b}s, s\right) = 0 = G\left(\frac{a}{b}s, s\right), s \in \mathbb{R}.$$

Яғни  $F, G \in \mathbb{R}(s)[x, y]$  көпмүшелері Келлер көпмүшелері болады және олардың ортақ нөлдері бүкіл нақты сандар өрісіне изоморфты объектіні қамтыйды. Сонымен біз келесі теореманы дәлелдедік.

**Теорема.** Егер қандай да бір Келлер көпмүшелері нақты сан өрісінде бірден көп ортақ нөлдерге ие болса, онда қандай да бір өрісте қандай да бір Келлер көпмүшелері шексіз көп ортақ нөлдерге ие болады екен.

Жұмыс ҚР БҒМ АР09259811 грантының қаржылық қолдауымен орындалды.

## СЕМАНТИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ И ПОЛИНОМИАЛЬНО ВЫЧИСЛИМЫЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ

Нечёсов А.В.

Институт математики им. Соболева, Новосибирск, Россия

Email: [Nechesov@math.ncs.ru](mailto:Nechesov@math.ncs.ru)

В докладе рассматриваются вопросы существования полиномиально вычислимых представлений для базовых синтаксических конструкций логики предикатов первого порядка (ИП), а также для объектов семантического программирования (СП). Было показано, что для множества доказательств (как линейных, так и в виде дерева) в ИП, а также для множества L-формулы и L-программ в СП существуют полиномиально вычислимые представления. Данные результаты могут быть полезны в высокоуровневых языках программирования, в искусственном интеллекте и робототехнике. Там, где требуется быстрый и четкий программный ответ на входящие данные.

### Список используемой литературы:

1. Нечесов А. Некоторые вопросы полиномиально вычислимых представлений для порождающих грамматик и форм Бэкуса-Наура. Математические труды **2022**, Т.25, №1, С.134-151. <https://doi.org/10.33048/mattrudy.2022.25.106>
2. Goncharov, S.; Nechesov, A. Polynomial Analogue of Gandy's Fixed Point Theorem. Mathematics **2021**, 9, 2102. <https://doi.org/10.3390/math9172102>
3. Goncharov, S.; Nechesov, A. Solution of the Problem  $P = L$ . Mathematics **2022**, 10, 113. <https://doi.org/10.3390/math10010113>
4. Goncharov, S. Conditional terms in semantic programming. Sib Math J **2017**, 58, 794-800 <https://doi.org/10.1134/S0037446617050068>
5. Goncharov, S.; Sviridenko, D. Sigma-programming. American Mathematical Society, **1989**, 142, 101-121

## КРИТЕРИЙ ВЫЧИСЛИМОСТИ $P_\omega$ -РАЗЛОЖИМОЙ АБЕЛЕВОЙ ГРУППЫ БЕЗ КРУЧЕНИЯ

Хисамиев Н.Г. \*, Тусупов Д.А. \*, Тыныбекова С.Д.

Евразийский национальный университет им. Л.Гумилева

E-mail: [hisamiev@mail.ru](mailto:hisamiev@mail.ru), [tussupov@mail.ru](mailto:tussupov@mail.ru)

Оба автора поддержаны грантом МОН РК AP08855497 «Теоретико-модельные и алгоритмические свойства алгебраических структур»

Пусть группа

$$A = \{A_i \mid A_i \leq \langle Q, +, 0 \rangle, i \in \omega\}, \quad (1)$$

где  $\langle Q, +, 0 \rangle$  - аддитивная группа множества всех рациональных чисел. Для любого элемента  $a \in A \setminus \{0\}$  введем следующие множества простых чисел, положив:

$$P_{<\omega}(a) \Leftrightarrow \{p \mid A \models \exists n(p) \exists a_{p,n(p)} \left( (p^{n(p)} a_{p,n(p)} = a) \& \forall x (p^{n(p)+1} x \neq a) \right)\}, \quad (2)$$

$$P_\omega(a) = \{p \mid A \models \forall n \exists a_{p,n} (p^n a_{p,n} = a)\}. \quad (3)$$

Пусть для любого элемента  $a_i \in A_i \setminus \{0\}$  справедливы следующие условия:

$$a_1) \text{ множество } P_{<\omega}(a_i) \text{ конечно}; \quad (4)$$

$$a_2) \text{ существует натуральное число } N \text{ такое, что справедливы:} \quad (5)$$
$$a_{21}) \text{ мощность множества } P_\omega(a_i) \text{ более } N,$$



$a_{22}$ ) для любых  $i, j, i \neq j$  мощность множества  $P_\omega(a_i) \cap P_\omega(a_j)$  не более  $N$ , где  $a_i \in A_i \setminus \{0\}, a_j \in A_j \setminus \{0\}$ . (6)

Тогда группу  $A$  назовем  $\langle P_\omega, N \rangle$  - разложимой.

Пусть на множестве  $\omega = \{0, 1, 2, \dots\}$  определен предикат  $D(i, p, n, x)$ ,  $i, n, x \in \omega, p \in P$ , где  $P$  – множество всех простых чисел, удовлетворяющее следующим условиям:

$$1. \forall i \forall p \forall n \forall x_0 \forall x_1, ((D(i, p, n, x_0) \& D(i, p, n, x_1)) \rightarrow x_0 = x_1). \quad (7)$$

$$2. \forall i \forall p \forall n \forall m \exists x_{i,p,n} ((D(i, p, n, x_{i,p,n}) \& m < n) \rightarrow \exists x_{i,p,m(i,p)} D(i, p, m, x_{i,p,m(i,p)})). \quad (8)$$

Введем следующие множества, положив:

$$P_\omega(i) \Leftrightarrow \{P \mid \forall n \exists x_{i,p,n} D(i, p, n, x_{i,p,n})\}, \quad (9)$$

$$P_{<\omega}(i) \Leftrightarrow \{p \mid \exists n(i, p) \exists x_-(i, p, n(i, p)) (n_-(i, p) \geq 0 \& D(i, p, n(i, p), x_-(i, p, n(i, p)))) \& \forall x \neg D(i, p, n(i, p) + 1, x)\}. \quad (10)$$

Пусть для этих множеств справедливы следующие условия:

$\alpha_1$ ) для любого  $i \in \omega$  множества  $P_{<\omega}(i)$  конечно;

$\alpha_2$ ) существует такое число  $N \in \omega$ , что справедливы:

$\alpha_{21}$ ) для любых  $i, j \in \omega, i \neq j$  мощность множества  $P_\omega(i) \cap P_\omega(j)$  не более  $N$ ;

$\alpha_{22}$ ) для любого числа  $i \in \omega$  мощность множества  $P_\omega(i)$  более числа  $N$ .

Тогда предикат  $D$  назовем  $\langle p_\omega, N \rangle$  - предикатом.

По  $\langle p_\omega, N \rangle$  - предикату  $D(i, p, n, x)$  определим следующие группы, положив :

$$B_{i,p} \Leftrightarrow qr \left\{ \frac{i}{p^n} \mid \exists x D(i, p, n, x), n, x \in \omega \right\}, +, 0, \quad (11)$$

$$B_i \Leftrightarrow qr \{B_{i,p} \mid p \in P\}. \quad (12)$$

Лемма 1. Пусть группа  $A$ , определенная равенством (1),  $\langle P_\omega, N \rangle$  разложима. Тогда для любого  $i$  существует такой элемент  $a_{i,\omega}$ , что для любого простого числа  $p \in P$  справедлива эквивалентность:

$$p \in P_\omega(a_i) \Leftrightarrow \exists x (px = a_{i,\omega}), \quad (13)$$

где множество  $P_\omega(a_i)$  определено равенством (3).

Доказательство. Пусть группа  $A$ , определенная равенством (1),  $\langle p_\omega, N \rangle$  разложима. Тогда для элемента  $a_i \in A_i \setminus \{0\}$  множество  $P_{<\omega}(a_i)$  определено равенством (2), конечно. Пусть

$$P_{<\omega}(a_i) = \{p(i, 0), \dots, p(i, m(i) - 1)\}, \quad (14)$$

где  $p(i, j)$  - простые числа,  $j < m(i)$ . Отсюда и формулы (2) следует, что для любого  $k < m(i)$  существует число  $n(i, p(i, k))$  такое, что истинна формула

$$\left( \exists x (i, p(i, k), n(i, p(i, k))) (p(i, k)^{n(i, p(i, k))} x(i, p(i, k), n(i, p(i, k)))) \right) = a_i \& \forall x \neg (p(i, k)^{n(i, p(i, k)) + 1} x = a_i) \quad (15)$$

Отсюда и из (14) следует, что для любого  $k < m(i)$  существует элемент

$$a_{i,p(i,k)n(i,p(i,k))} = \frac{a_i}{p(i,k)^{n(i,p(i,k))}} \quad (16)$$

и не существует элемент  $x$  такой, что

$$p(i, k)^{n(i, p(i, k))+1} x = a_i \quad (17)$$

Пусть

$$r(i) = p(i, 0)^{n(i, p(i, 0))} \dots p(i, m(i) - 1)^{n(i, p(i, m(i)-1))}. \quad (18)$$

Отсюда и взаимной простоты чисел множества  $P_{<\omega}(a_i)$ , определенного равенством (14), следует, что существует элемент

$$a_{i, \omega} = \frac{a_i}{r(i)} \quad (19)$$

подгруппы  $A_i$ . Тогда для любого простого числа  $p$  справедлива эквивалентность (13). Лемма доказана.

Следствие 1. Пусть для элемента  $a_i \in A_i \setminus \{0\}$  и множества  $P_\omega(a_i)$ , определенное равенством (3), где  $a = a_i$ , справедливо равенство

$$P_\omega(a_i) = \emptyset.$$

Тогда группа  $A_i$  изоморфна циклической группе, порожденной элементом  $a_{i, \omega}$ , определенное равенством (19).

По  $\langle p_\omega, N \rangle$  - предикату  $D(i, p, n, x)$ , определенный условиями  $\alpha_1), \alpha_2)$ , введем следующие множества и группы, положив:

$$P_\omega(i) = \{p \mid \forall n \exists x_{i, p, n} D(i, p, n, x_{i, p, n})\}, \quad (20)$$

$$A_i(\leq N) = qr \left\{ \frac{i}{p^n} \mid p \in P_\omega(i), [P_\omega(i)] \leq N \right\}, \quad (21)$$

$$A_i(> N) = qr \left\{ \frac{i}{p^n} \mid p \in P_\omega(i), [P_\omega(i)] > N \right\}, \quad (22)$$

$$A(\leq N) \simeq \bigoplus \{A_i(\leq N) \mid i \in \omega\}, \quad (23)$$

$$A(> N) \simeq \bigoplus \{A_i(> N) \mid i \in \omega\}. \quad (24)$$

Теорема 1. Пусть абелева группа  $A$ , определенная равенством (1),  $\langle p_\omega, N \rangle$  - разложима. Тогда она вычислима, если и только если существует вычислимый  $\langle p_\omega, N \rangle$  - предикат  $D(i, p, n, x)$  такой, что группа  $A$  изоморфна группе  $A(> N)$ , определенной равенствами (20), (22), (24), где  $p \in P$ ,  $i, n, x \in \omega$ ,  $P$  – множество всех простых чисел,  $\omega$  – множество всех натуральных чисел.

Из теоремы 1, где группа  $A = \bigoplus \{A_{p(i)} \mid i \in \omega\}$  и  $A_{p(i)}$  – аддитивная группа рациональных чисел, знаменателями которых являются степенями некоторого простого числа  $p(i)$ , и  $N=1$ , следует теорема, доказанная в [3].

### Список использованной литературы

1. Мальцев А.И. О рекурсивных абелевых группах // Доклады АН СССР. 1962. Т 146, №5. С.1009-1012.
2. Khissamiev N.G. Constructive abelian groups // Studies in Logic and the Foundation of Mathematics. Elsevier, 1998. V.139. P. 1177-1231.
3. Downey, R., Goncharov, S., Kach, A.M., Knight, J., Kudinov, O., Melnikov, A.G., Turetsky, D. Decidability and Computability of Certain Torsion-Free Abelian Groups // Notre Dame J. Formal Log. 2010. V. 51, С. 85-96.

**THE COEFFICIENT CONDITION FOR BELONGING A FUNCTION IN THE  
 LORENTZ SPACE**

**Bimendina A.U.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [bimend@mail.ru](mailto:bimend@mail.ru)

Let  $\{\varphi_n(x)\}_{n=0}^{+\infty}$ ,  $x \in [0,1]$  the Price system [1] and  $L_{p\theta}[0,1]$ ,  $1 < p < +\infty$ ,  $1 < \theta < +\infty$  Lorentz space [2]. Series  $\sum_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$  is called the Fourier-Price series of the function  $f \in L[0,1]$ , where  $a_\nu = \int_0^1 f(x) \varphi_\nu(x) dx$  - Fourier-Price coefficients of the function  $f(x)$  according to the multiplicative Price system.

Denote by  $M$  the class of nonnegative number sequences that decrease monotonically to zero. By  $QM$ , denote the class of quasimonotone number sequences, i.e. [3],

$$QM = \left\{ a_n \in R : \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0 \text{ and } \exists \tau \geq 0 : \frac{a_n}{n^\tau} \downarrow 0 \right\}.$$

Let  $\{a_\nu\}_{\nu=0}^{+\infty}$  besequence of positive numbers. Denote  $\Delta_0 a_\nu = a_\nu$  and  $\Delta_1 a_\nu = a_\nu - a_{\nu+1}$  -first order difference,  $\Delta_k a_\nu = \Delta_1(\Delta_{k-1} a_\nu)$  - k-th order difference. Applying Pascal's triangle method  $\Delta_k a_\nu$  can be written in the form  $\Delta_k a_\nu = \sum_{j=0}^k (-1)^j C_k^j a_{\nu+j}$ , where  $C_k^j = \frac{k!}{j!(k-j)!}$ ,  $0! = 1$  is called the binomial coefficient.

Let  $D_n(x) = \sum_{k=0}^{n-1} \varphi_k(x)$  bethe Dirichlet kernel. Let'sintroducethenotation

$$D_n^{(0)}(x) = \varphi_n(x), D_n^{(1)}(x) = D_n(x) = \sum_{\nu=0}^{n-1} \varphi_\nu(x), D_n^{(k)}(x) = \sum_{\nu=0}^{n-1} D_\nu^{(k-1)}(x), k \geq 1, n \in N.$$

TheFourier-Price series  $\sum_{\nu=0}^{+\infty} a_\nu \varphi_\nu(x)$  of the function  $f \in L[0, 1]$  can be represented as [4]

$$f = \sum_{\nu=0}^{+\infty} \Delta_{k-1} a_\nu D_{\nu+1}^{(k-1)}(x), \forall k \in N.$$

Let  $\{p_i\}_{i=1}^{+\infty}$  bean arbitrary given sequence of natural numbers such that  $p_i \leq c$ ,  $p_i \geq 2$  andlet's assume that  $m_0 = 1, m_\mu = \prod_{k=1}^{\mu} p_k, \forall n \in N : n = \sum_{k=0}^l n_k m_k$ , where  $n_k \in Z^+$ ,  $0 \leq n_k \leq p_{k+1} - 1, k = 0,1,2, \dots$ .

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

Theorem. Let  $1 < p < +\infty$ ,  $1 < \theta < +\infty$ ,  $a = \{a_\nu\}_{\nu=0}^{+\infty} \in \mathcal{QM}$  and  $\Delta_k a_\nu \geq 0, \forall k \in \mathbb{N}, \forall \nu \in \mathbb{Z}^+$   $k$ -th difference of Fourier-Price coefficients. The generating sequence of the Price system  $\{p_i\}_{i=1}^{+\infty}$  is limited, that is  $\exists c \in \mathbb{N}: p_i \leq c, p_i \geq 2, i \geq 1$ . The numbers  $a_\nu, \forall \nu \in \mathbb{Z}^+$  are the Fourier-Price coefficients of some function  $f \in L_{p\theta}[0,1], 1 < p < +\infty, 1 < \theta < +\infty$  if and only if the series

$$\sum_{\nu=0}^{+\infty} m_{\nu+1}^{k\theta - \frac{\theta}{p}} (\Delta_{k-1} a_{m_\nu})^\theta, k \in \mathbb{N}, \Delta_0 a_{m_\nu} = a_{m_\nu}$$

converges. In this case, the following inequality holds:

$$c'_{p\theta k} \left\{ a_0^\theta + \sum_{\nu=0}^{+\infty} m_{\nu+1}^{k\theta - \frac{\theta}{p}} (\Delta_{k-1} a_{m_\nu})^\theta \right\} \leq \|f\|_{p\theta} \leq c_{p\theta k} \left\{ a_0^\theta + \sum_{\nu=0}^{+\infty} m_{\nu+1}^{k\theta - \frac{\theta}{p}} (\Delta_{k-1} a_{m_\nu})^\theta \right\},$$

where the constants  $c'_{p\theta k} > 0, c_{p\theta k} > 0$  depends only on the specified parameters.

### References

1. Голубов Б.И., Ефимов А.В., Скворцов В.А. Ряды и преобразования Уолша, Наука, М., 1987.
2. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на Евклидовых пространствах, Мир, М., 1974.
3. S. Tikhonov, "Trigonometric series with general monotone coefficients," Math. Anal. Appl. 326, 721–735 (2007).
4. Bimendina A.U. The sufficient condition of embedding in the Lorentz space. Bulletin of the Karaganda University, Mathematics Series, № 3(83)/2016, 20-27 pp.
5. Битимхан С., Битимхан М. Об абсолютной суммируемости кратных рядов с монотонными коэффициентами // Вестн. Караганд. ун-та. Сер. Математика. — 2010. — № 1(57), - С. 3-12.

## BOUNDARY CONJUGATION PROBLEM FOR PIECEWISE ANALYTIC FUNCTIONS IN BESOV SPACES

Yerkinbayev N.M.

*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [nurlan.erkinbaev@mail.ru](mailto:nurlan.erkinbaev@mail.ru)

The main aim of this work is to show solvability of the continuous boundary conjugation problem for analytic functions in the Besov space, which is embedded into the class of continuous functions.

As far as we know, (continuous) boundary value problems of conjugation of analytic functions are considered in Besov spaces for the first time in this work.

Until now, such and similar boundary value problems have been studied in spaces of functions continuous in the sense of Hölder [2, 3]. Our work proposes a method for solving the indicated boundary value problems in the class of continuous functions (Hölder property is not required) in terms of Besov spaces, which emphasises the novelty of the work.

### References

1. N.I. Muskhelishvili, Singular Integral Equations [in Russian], Fizmatgiz, Moscow, 1962.
2. F.D. Gakhov, Boundary Value Problems [in Russian], Fizmatgiz, Moscow, 1977.

# BOUNDEDNESS OF THE HIGHER DIMENSIONAL HILBERT OPERATOR IN REARRANGEMENT INVARIANT QAUSI-BANACH SPACES

**Tulenov K. S.**

*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [tulenov@math.kz](mailto:tulenov@math.kz)

The talk is based on a recently published joint work [2] with F. Sukochev and D. Zanin where we obtained a weak (1, 1) type estimate for a higher dimensional Hilbert operator answering an open question by A. Osekowski [1]. This result together with results in [3] allow us to investigate boundedness of the Hilbert operator in rearrangement invariant quasi-Banach spaces.

## References

1. Osekowski A., Inequalities for Hilbert operator and its extensions: the probabilistic approach. *Ann. Probab.*, Vol. 45 No.1 (2017), 535–563.
2. Sukochev F., Tulenov K., and Zanin D., A weak type (1, 1) estimate for the Hilbert operator in higher-dimensional setting. *Studia Math.*, Vol. 265 No.3 (2022), 241–256.
3. Sukochev F., Tulenov K., and Zanin D., The optimal range of the Calderon operator and its applications. *J. Funct. Anal.*, Vol. 277 No.10 (2019), 3513–3559.

## ON JOINTLY CONCAVITY OF SOME TRACE FUNCTIONS

**Turdebek N. Bekjan**

*Department of Computational Mathematics and Database Analysis, Astana IT University, Nur-Sultan, Kazakhstan*

E-mail: [t.nurlybekuly@astanait.edu.kz](mailto:t.nurlybekuly@astanait.edu.kz)

Let  $\mathbb{M}_n$  be the von Neumann algebra of  $n \times n$  complex matrices, and let  $\mathbb{M}_n^+ = \{A \in \mathcal{M}: A \geq 0\}$  and  $\mathbb{M}_n^{++} = \{A \in \mathcal{M}: A > 0\}$ . In [3], Carlen and Lieb proved the following trace function on  $\mathbb{M}_n^+$ :

$$F_p(A_1, A_2, \dots, A_m) = [Tr((\sum_{k=1}^m A_k^p)^{\frac{q}{p}})]^{\frac{1}{q}} = \|(\sum_{k=1}^m A_k^p)^{\frac{1}{p}}\|_q \quad (1)$$

is jointly concave in  $(A_1, A_2, \dots, A_m) \in \mathbb{M}_n^+ \times \mathbb{M}_n^+ \cdots \times \mathbb{M}_n^+$ , for  $0 < p \leq q \leq 1$ . Bekjan [1] obtained that for  $0 < p \leq 1$ ,

$$F_p(A_1, A_2, \dots, A_m) = Tr((\sum_{k=1}^m A_k^{-p})^{-\frac{1}{p}}) \quad (2)$$

is jointly concave in  $(A_1, A_2, \dots, A_m) \in \mathbb{M}_n^{++} \times \mathbb{M}_n^{++} \cdots \times \mathbb{M}_n^{++}$ . In [4], Hiai extended these results as following: if  $\Phi_k: \mathbb{M}_{n_k}^+ \rightarrow \mathbb{M}_n^+$  is a strictly positive linear map ( $k = 1, 2, \dots, m$ ), either  $0 < p \leq 1$  and  $0 < s \leq \frac{1}{p}$ , or  $-1 \leq p < 0$  and  $\frac{1}{p} \leq s < 0$ , then

$$F_p(A_1, A_2, \dots, A_m) = \|(\sum_{k=1}^m \Phi_k(A_k^p))^s\|_1$$

is jointly concave in  $(A_1, A_2, \dots, A_m) \in \mathbb{M}_{n_1}^+ \times \mathbb{M}_{n_2}^+ \cdots \times \mathbb{M}_{n_m}^+$ , where  $\|\cdot\|_1$  is a symmetric anti-norm on  $\mathbb{M}_n^+$ .

Let  $\mathcal{M}$  be a finite von Neumann algebra with a normal faithful finite trace  $\tau$  and  $L_0(\mathcal{M})$  be the set of all measurable operators with respect to  $(\mathcal{M}, \tau)$ . The topology of  $L_0(\mathcal{M})$  is determined by the convergence in measure. Set  $L_0(\mathcal{M})^+ = \{x: x \in L_0(\mathcal{M}), x \geq 0\}$ ,  $\mathcal{M}^+ = \{x: x \in \mathcal{M}, x \geq 0\}$  and  $\mathcal{M}^{++} = \{x: x \in \mathcal{M}, x > 0\} = \{x: x \in \mathcal{M}, x \geq 0 \text{ and } x \text{ is invertible}\}$ . The aim of this talk is to prove that [(i)]

1. if  $f: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty)$  is an operator concave function,  $0 < p \leq 1$ ,  $0 < s \leq \frac{1}{p}$  and  $\Phi_j$  is a continuous positive linear map from  $L_0(\mathcal{M}_j)$  to  $L_0(\mathcal{M})$  with  $\Phi_j(\mathcal{M}_j) \subset \mathcal{M}$ , where  $\mathcal{M}_j$  is finite von Neumann algebra,  $j = 1, 2, \dots, n$ , then for  $0 \leq t < \tau(1)$

$$\int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j^p)))^s) dv \quad \text{and} \quad \int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j)^p))^s) dv$$

are jointly concave in  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in L_0(\mathcal{M}_1)^+ \times L_0(\mathcal{M}_2)^+ \times \cdots \times L_0(\mathcal{M}_n)^+$ ,

2. if  $f: (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  is an operator concave function,  $\Phi_j$  is a strictly positive linear map from finite von Neumann algebra  $\mathcal{M}_j$  to  $\mathcal{M}$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $0 < p \leq 1$  and  $0 < s \leq \frac{1}{p}$ , then for  $0 \leq t < \tau(1)$ ,

$$\int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j^{-p})))^{-s}) dv \quad \text{and} \quad \int_t^{\tau(1)} \mu_v((\sum_{j=1}^n \Phi_j(f(x_j)^{-p}))^{-s}) dv$$
 are jointly concave in  $(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{M}_1^{++} \times \mathcal{M}_2^{++} \times \dots \times \mathcal{M}_n^{++}$ , where  $\mu_t(z)$  is the generalized singular number of  $z \in L_0(\mathcal{M})$ .

This research was funded by the Science Committee of the Ministry of Science and High Education of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09259802).

### References

1. T. N. Bekjan, On joint convexity of trace functions, *Lin. Alg. and Appl.* 390 (2004), 321-327.
2. J.-C. Bourin and F. Hiai, Anti-norms on Finite von Neumann Algebras, *Publ. RIMS Kyoto Univ.* 51 (2015), 207-235.
3. E.A. Carlen, E.H. Lieb, A Minkowski type trace inequality and strong subadditivity of quantum entropy. II. Convexity and concavity, *Lett. Math. Phys.* 83 (2008), no. 2, 107-126.
4. F. Hiai, Concavity of certain matrix trace and norm functions, *Linear Algebra Appl.* 439(2013), 1568-1589.

### ОЦЕНКИ НАИЛУЧШИХ $M$ -ЧЛЕННЫХ ПРИБЛИЖЕНИЙ НА КЛАССАХ ФУНКЦИЙ С ОГРАНИЧЕННОЙ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ЛОРЕНЦА Акишев Г.<sup>1</sup>, Мырзагалиева А.Х.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахстанский филиал Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова,  
Нур-Султан, Казахстан,

<sup>2</sup>AstanaITUniversity, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: akishev\_g@mail.ru, aigul.myrzagalieva@astanait.edu.kz

Через  $L_{p,\tau}$  обозначается пространство Лоренца всех вещественнозначных измеримых по Лебегу функций  $f$ , которые имеют  $2\pi$ -период по каждой переменной и для которых

$$\|f\|_{p,\tau} = \left\{ \frac{\tau}{p} \int_0^1 (f(t))^\tau t^{\frac{\tau}{p}-1} dt \right\}^{\frac{1}{\tau}} < +\infty, \quad 1 < p < \infty, \quad 1 \leq \tau < \infty,$$

$f(t)$  – невозрастающая перестановка функции  $|f(2\pi\bar{x})|$ ,  $\bar{x} \in [0, 1]^m$ . Пусть  $\bar{r} = (r_1, \dots, r_m)$ ,  $r_j > 0, j = 1, \dots, m$  и  $F_{\bar{r}}(\bar{x})$  –  $m$ -мерное ядро Бернулли (см. [2], [3]). Рассмотрим функциональный класс  $W_{p,\tau}^{\bar{r}} = \{f: f = \varphi \star F_{\bar{r}}, \|\varphi\|_{p,\tau} \leq 1\}$ , где  $1 < p < \infty, 1 \leq \tau < \infty$ ,

$$(\varphi \star F_{\bar{r}})(\bar{x}) = \frac{1}{(2\pi)^m} \int_{T^m} (\varphi(\bar{x} - \bar{u}) F_{\bar{r}}(\bar{u})) d\bar{u}, \quad T^m = [0, 2\pi]^m.$$

В случае  $\tau = p$  класс  $W_{p,\tau}^{\bar{r}}$  рассмотрен в [1], [2].  $e_M(f)_{p,\tau}$  – наилучшее  $M$ -членное тригонометрическое приближение функции  $f \in L_{p,\tau}, M \in \mathbb{N}$ .

В докладе будут представлены точные по порядку оценки наилучших  $M$ -членных приближений функций класса  $W_{q,\tau_1}^{\bar{r}}$  в пространстве  $L_{p,\tau_2}$  при различных соотношениях между параметрами  $p, q, \tau_1, \tau_2$ . В частности,

Теорема. Пусть  $0 < r_1 = \dots = r_\nu < r_{\nu+1} \leq \dots \leq r_m, 1 < q \leq 2 < p < \infty, 1 < \tau_1 < \tau_2 < \infty$  и  $b \in \mathbb{R}$ . Если  $1 < q < 2$  и  $r_1 > \frac{1}{q}$ , то

$$e_M(W_{q,\tau_1}^{\bar{r}})_{p,\tau_2} \asymp M^{-(r_1 + \frac{1}{2} - \frac{1}{q})} (\log_2 M)^{(v-1)(r_1 - \frac{1}{q} + \frac{1}{\tau_1})}.$$

Если  $q = 2$  и  $r_1 > \frac{1}{2}$ , то

$$e_M(W_{2,\tau_1}^{\bar{r}})_{p,\tau_2} \leq CM^{-r_1} (\log_2 M)^{(v-1)(r_1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{\tau_1}) + \frac{1}{2} - \frac{1}{\tau_1}}.$$

В случае  $\tau_1 = q, \tau_2 = p$  из полученных результатов следуют теорема 3 в [1] и теоремы 2.1 и 2.2 в [2], а также теорема 1.2 в [3].

**Список использованной литературы**

1. Темляков В.Н. О приближении периодических функций нескольких переменных // Докл. АН СССР. 1984. Т.279, №2, С. 301-305.
2. Белинский Э.С. Приближение “плавающей” системой экспонент на классах периодических функций с ограниченной смешанной производной // Исследования по теории функций многих вещественных переменных, Ярославль. 1988, С.16-33.
3. Темляков В.Н. Конструктивные разреженные тригонометрические приближения и другие задачи для функций смешанной гладкости, Мат.сб. 206 (11), 131-1160 (2015).

**ТЕОРЕМА ВЛОЖЕНИЯ ТИПА СОБОЛЕВА  
ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВ,  
АССОЦИИРОВАННЫХ С ПРОСТРАНСТВАМИ МОРРИ  
НА МНОГОМЕРНОМ ТОРЕ**

**Балгимбаева Ш.А., Жанабилова А.К.**

*Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан*

E-mail: [Sholpan.balgyn@gmail.com](mailto:Sholpan.balgyn@gmail.com)

Пусть  $L_p(T^d)$  ( $0 < p \leq \infty$ ) – пространство Лебега с обычной (квази) нормой, здесь и далее  $T^d := (\frac{R}{Z})^d$  – тор.

Пусть  $0 < u \leq p \leq \infty$ , пространство Морри  $M_u^p := M_u^p(T^d)$  – совокупность всех  $f \in L_u(T^d)$  таких, что

$$\|f\|_{M_u^p} := |Q|^{\frac{1}{p}-\frac{1}{u}} \left( \int_Q |f(x)|^u dx \right)^{\frac{1}{u}} < \infty,$$

где  $Q$  пробегает множество всех кубов со сторонами, параллельными осям,  $|Q|, l(Q)$  – объём, длина стороны  $Q$ .

Пусть  $\psi \in C_0^\infty(R^d)$  такая, что  $\psi(x) = 1$ , если  $|x|_\infty \leq 1$ ,  $\psi(x) = 0$ , если  $|x|_\infty \geq 3/2$ .

Положим  $\varphi_0 := \psi$ ,  $\varphi_j(x) := \varphi_0(2^{-j}x) - \varphi_0(2^{1-j}x)$ ,  $\varphi_{-j} \equiv 0, j = 1, 2, \dots$

Пусть  $l_q := l_q(N_0)$  – пространство числовых последовательностей  $(a_j) := (a_j)_{j \in N_0}$  с обычной (квази)нормой. Для  $(g_j(x)), x \in T^d$ ,

$$\|(g_j(x))\|_{l_q(M_u^p)} := \|\|(g_j(x))\|_{M_u^p(T^d)}\|_{l_q};$$

$$\|(g_j(x))\|_{M_u^p(l_q)} := \|\|(g_j(x))\|_{l_q}\|_{M_u^p(T^d)}.$$

Пусть  $S' := S'(R^d)$  – пространство Шварца умеренных распределений, а  $\tilde{S}' := S'(T^d)$  – подпространство  $S'$  распределений, 1-периодических по каждой переменной;  $\hat{f} := F(f)$  – преобразование Фурье распределения  $f \in S'$ .

Для  $f \in \tilde{S}'$  положим  $\tilde{\Delta}_j\{f, x\} := \sum_{\xi \in Z^d} \varphi_j(\xi) \hat{f}(\xi) e^{2\pi i \xi x}$  ( $\xi x = \sum_{k=1}^d \xi_k x_k$  – скалярное произведение  $\xi, x \in R^d$ ).

Пусть  $s \in R, 0 < q \leq \infty, 0 < u \leq p \leq \infty$ .

$N_{p,q,u}^s := N_{p,q,u}^s(T^d) := \{f \in \tilde{S}': \|f\|_{\tilde{N}_{p,q,u}^s} := \|(2^{js} \tilde{\Delta}_j\{f, x\})\|_{l_q(M_u^p)} < \infty\}$  – пространства Никольского-Бесова-Морри на торе; при  $u < \infty M_u^p$

$E_{p,q,u}^s := E_{p,q,u}^s(T^d) := \{f \in \tilde{S}': \|f\|_{\tilde{E}_{p,q,u}^s} := \|(2^{js} \tilde{\Delta}_j\{f, x\})\|_{M_u^p(l_q)} < \infty\}$  – пространства Лизоркина-Трибеля-Морри на торе.

Пусть  $s, \tau \in R, 0 < q \leq \infty$ . При  $0 < p \leq \infty \leq \infty$

$$B_{p,q}^{s,\tau} := B_{p,q}^{s,\tau}(T^d) :=$$

$$\{f \in \tilde{S}': \|f\|_{B_{p,q}^{s,\tau}} := \sup_{Q \in \tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^\tau} \left\{ \sum_{j=j(Q)}^{\infty} \left[ \int_Q 2^{jsp} |\tilde{\Delta}_j(f, x)|^p \right]^{\frac{q}{p}} \right\}^{\frac{1}{q}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Никольского-Бесова, ассоциированные с пространством Морри, на торе;

при  $0 < p < \infty$

$$F_{p,q}^{s,\tau} := F_{p,q}^{s,\tau}(T^d) :=$$

$$\{f \in \tilde{S}' : \|f\|_{F_{p,q}^{s,\tau}} := \sup_{Q \in \tilde{Q}} \frac{1}{|Q|^\tau} \left\{ \int_Q \left[ \sum_{j=j(Q)}^\infty 2^{jsq} |\tilde{\Delta}_j(f, x)|^q \right]^{\frac{p}{q}} dx \right\}^{\frac{1}{p}} < \infty\} -$$

гладкостные пространства типа Лизоркина-Трибеля, ассоциированные с пространством Морри, на торе; здесь  $Q$  – множество диадических кубов  $Q := Q_{j\lambda} := \{x \in R^d \mid 2^j x - \lambda \in [0, 1)^d\}$ ,  $j \in Z, \lambda \in Z^d$ ;  $j(Q) = -\log_2 l(Q)$ ,  $\tilde{Q} := \{Q \in Q \mid Q \subset [0, 1)^d\}$ .

Сформулируем основной результат сообщения.

Теорема. Пусть  $\tau \in [0, +\infty)$ ,  $s_0, s_1 \in R$ ,  $p_0, p_1 \in (0, +\infty]$  такие, что  $s_1 < s_0$ ,  $p_0 < p_1$ ,  $s_0 - \frac{d}{p_0} = s_1 - \frac{d}{p_1}$ . Тогда

i) для любого  $q \in (0, +\infty]$  верно непрерывное вложение

$$B_{p_0,q}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow B_{p_1,q}^{s_1,\tau}(T^d)$$

ii) при условии, что  $p_1 < +\infty$ , для любых  $q, r \in (0, +\infty]$  верно непрерывное вложение

$$F_{p_0,q_0}^{s_0,\tau}(T^d) \hookrightarrow F_{p_1,q_1}^{s_1,\tau}(T^d).$$

Замечания. 1. Аналогичная теорема с “естественными” ограничениями на параметры верна для пространств  $N_{p,q,u}^s(T^d)$  и  $E_{p,q,u}^s(T^d)$ . 2. Сформулированная выше теорема и результат из Замечания 1 точны в том смысле, что при нарушении условия “связи” между  $s_0, s_1, p_0, p_1$  в сторону увеличения  $s_1$  (или, что равносильно, уменьшения  $s_0$ ) влечёт нарушение соответствующего вложения. 3. Теорема является периодическим аналогом Предложения 4.1 работы [1].

#### Список использованной литературы

1. Sickel W. Smoothness Spaces Related to Morrey Spaces – A Survey. II. EurasianMath. J. 4 (2013), no. 1, 82–124.

### О ВЛОЖЕНИИ В ПРОСТРАНСТВО ЛОРЕНЦА (ДАЛЕКИЙ СЛУЧАЙ)

Байдаулет А.Т., Сулейменов К.М.

Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: [baidauletov\\_at@mail.ru](mailto:baidauletov_at@mail.ru), [kenessary@mail.ru](mailto:kenessary@mail.ru)

В работе изучается оценка сверху неотрицательной невозрастающей функции и пространства  $L^p(0, 1)$  через модуль непрерывности переменного приращения  $\omega_{p,\alpha,\psi}(f, \delta)$ . Показано, что для приращения функции вида  $f(x) - f(x + h\varphi(x))$  в оценке модуля непрерывности примет вид  $\omega\left(f, \frac{\delta}{\varphi(\delta)}\right)$ . Также получены условия вложения в пространства Лоренца в далеком случае.

Пусть  $1 \leq p < \infty$ ,  $0 \leq \alpha < 1$ ,  $\psi(x)$  – слабоколеблющаяся функция. Пусть  $f \in L^p(0, 1)$ , тогда функцию

$$\omega_{p,\alpha,\psi}(f, \delta) = \sup_{0 < h \leq \delta} \left( \int_{E_{h,\alpha,\psi}} |f(x + hx^\alpha \psi(x)) - f(x)|^p dx \right)^{\frac{1}{p}} \quad (0 < \delta < 1), \quad (1)$$

где  $E_{h,\alpha,\psi} = \{x \in (0, 1) : x + hx^\alpha \psi(x) \in (0, 1)\}$ , назовем модулем непрерывности переменного специального вида приращения функции  $f$  в  $L^p(0, 1)$ .

Заметим, что Z. Ditzian и V. Totik ([1], стр.) ввели и изучали общий случай, который получается при замене в определении (1) функции  $x^\alpha \psi(x)$  на непрерывную на  $[0, 1]$  функцию  $\varphi(x)$ .

Ясно, что, при  $\alpha = 0$  и  $\psi(x) = 1$  имеем  $\omega_{0,p}(f, \delta) = \omega_p(f, \delta)$ .



Теорема А. ([5], стр. 285) Пусть даны числа  $1 < p < \infty, 0 \leq \alpha < 1$ . тогда для любой невозрастающей неотрицательной функции  $f \in L^p(0, 1)$  справедливо неравенство

$$f(x) \leq C(p, \alpha) \left\{ \int_x^1 \frac{\omega\left(f, 2^{-1} \left(2^{\frac{2}{1-\alpha}} - 1\right) t^{1-\alpha}\right)}{t^{1+\frac{1}{p}}} dt + \|f\|_p \right\} (0 < x \leq 1)$$

### 1. Оценка сверху невозрастающей неотрицательной функции

Теорема 1. Пусть даны числа  $1 < p < \infty, 0 \leq \alpha < 1$ . Тогда для любой невозрастающей неотрицательной функции  $f \in L^p(0, 1)$  справедливо неравенство

$$f(x) \leq C(p, \alpha, \psi) \left\{ \int_x^1 \frac{\omega_{p, \alpha, \psi}\left(f, C(\alpha, \psi) \frac{t}{t^{\alpha\psi(t)}}\right)}{t^{1+\frac{1}{p}}} dt + \|f\|_p \right\} (0 < x \leq 1) \quad (1)$$

Замечание 1. ([2], стр. 388) При  $\alpha = 0$  и  $\psi(x) = 1$  неравенство совпадает с оценкой Э.А. Стороженко.

Замечание 2. При  $\psi(x) = 1$  неравенство совпадает с оценкой теоремы А.

### 2. Теорема вложения в пространства Лоренца в далеком случае

Посредством теоремы 1 доказывается следующее утверждение.

Теорема 2. Пусть даны числа  $1 \leq p \leq \mu < \infty, 0 < v < \infty, 0 < \alpha < 1$ . Пусть также дан модуль непрерывности  $\omega(\delta)$ , слабоколеблющаяся функция  $\psi(x)$ ,  $x \in [0, 1]$ . Тогда для вложения

$$H_{\alpha, p, \omega}^{\omega} \subset L(\mu, v)$$

достаточно, а в случае, когда

$$\omega(\delta) = O(\omega(\delta^2)) (0 < \delta < 1)$$

и необходимо

$$\sum_{k=0}^{\infty} k^{\frac{kv}{1-\alpha} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{\mu}\right) - 1} \omega^v \left( \frac{1}{k\psi\left(\frac{1}{k^{1-\alpha}}\right)} \right) < \infty.$$

**Заключение.** В данной работе получена оценка сверху неотрицательной невозрастающей функций посредством модуля непрерывности переменного приращения, в котором применена слабоколеблющаяся функция. Во второй части сформулирована теорема вложения в пространства Лоренца в далеком случае, т.е. когда  $p < \mu, 0 < v < \infty$ .

### Список используемой литературы

1. Ditzian Z. and Totik. V. Moduli of smothness. NewYork: Springer. //1987.
2. Стороженко Э.А., Необходимые и достаточные условия для вложения некоторых классов функций., // ИАН СССР, сер. мат., 1973, 37, №2, С.386-398.
3. Зигмунд А., Тригонометрические ряды.// Том 1, Москва: Мир, 1965. — 616с.
4. Nguyen Xuan Ky., Some embedding theorems concerning the moduli of Ditzian and Totik//Analysis Math.,1993,V.19, P.255-265.
5. Сулейменов К., Темиргалиев Н., Критерий вложения  $H_{\alpha, p}^{\omega}$  в пространства Лоренца// Analysis Math., 2006, 32, С.283-317.

**НОВЫЕ КУБАТУРНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВ СОБОЛЕВА  $W_q^\alpha$  С  
ДОМИНИРУЮЩЕЙ СМЕШАННОЙ ПРОИЗВОДНОЙ**

**Басаров С. Ж., Тлеуханова Н.Т.**

*Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

E-mail: bassarov.serzhan98@gmail.com, tleukhanova@rambler.ru

В данной работе рассматривается задача нахождения сетки  $M_k, k = 1, \dots, N$  и коэффициентов  $c_k$  таких, что погрешность

$$\inf_{M, c} \|f\|_F=1 \left| I(f) - \sum_{k=1}^N c_k f(M_k) \right| \quad (1)$$

была близка к оптимальной погрешности.

В работах Е. Д. Нурсултанова и Н. Т. Тлеухановой [1] используя сетки Смоляка была дана кубатурная формула в явном виде.

В данной работе построена кубатурная формула для периодических функций из пространства с доминирующей смешанной производной (пространство Соболева  $W_q^\alpha[0,1]^n$ ):

$$F_m(f; p) = \frac{1}{p^m} \sum_{\substack{k_1 + \dots + k_n = m \\ k_j \geq 0}} \sum_{r_1=0}^{p^{k_1}-1} \dots \sum_{r_n=0}^{p^{k_n}-1} (1-p)^{\sum_{j=1}^{n-1} \text{sign} k_j} \times \\ \times f\left(\frac{r_1}{p^{k_1}}, \dots, \frac{r_n}{p^{k_n}}\right) \frac{1}{(p-1)^{n-1}} \prod_{j=1}^{n-1} \left[ \sum_{l=1}^{p-1} e^{2\pi i \frac{lr_j}{p}} \right], \quad (2)$$

где  $p$ —простое число и  $m \in N$ .

При  $p=2$ , то формула (2) совпадает с кубатурной формулой, полученной в [1].

Пусть  $1 < q < \infty, \alpha > 0$ ,  $f$ —1-периодическая функция из  $L_q[0,1]^n$  с рядом Фурье  $\sum_{k \in Z^n} a_k e^{2\pi i k x}$ , где  $k x = \sum_{j=1}^n k_j x_j$ .

Будем говорить, что  $f \in W_q^\alpha[0,1]^n (\alpha = (\alpha, \dots, \alpha))$ , если найдется  $f^\alpha \in L_q[0,1]^n$ , ряд Фурье которой совпадает с рядом  $\sum_{k \in Z^n} \bar{k}^\alpha a_k e^{2\pi i k x}$ , где  $\bar{k}^\alpha = \prod_{j=1}^n \bar{k}_j^\alpha, \bar{k}_j = \max\{1, \vee k_j \vee\}, j = 1, \dots, n$ .

$$\|f\|_{W_q^\alpha[0,1]^n} = \|f^\alpha\|_{L_q[0,1]^n} < \infty. \quad (3)$$

Пусть  $N$ —натуральное число. Множества вида

$$\Gamma(N) = \{k = (k_1, \dots, k_n): \prod_{j=1}^n \bar{k}_j \leq N\} \quad (4)$$

называют гиперболическим крестом. А элементы этого множества называют крестом.

Функцию

$$T_N(x) = \sum_{k \in \Gamma(N)} a_k e^{2\pi i k x}$$

называют тригонометрическим полиномом со спектром из гиперболического креста.

Следующая теорема показывает, что кубатурная формула (2) точна для полиномов со спектром из гиперболического креста.

Теорема 1. Пусть тригонометрический полином со спектром из гиперболического креста (4). Тогда

$$\int_{[0,1]^n} T_{p^m}(x) dx = F_m(T_{p^m}; p).$$

Теорема 2. Пусть  $n, m \in \mathbb{N}$ .

Если  $1 < q \leq \infty$ ,  $\alpha > \frac{1}{q} = \max\{\frac{1}{q}, \frac{1}{2}\}$ ,  $f \in W_q^\alpha$ , то

$$\|f\|_{W_q^\alpha=1} |I(f) - F_m(f; p)| \leq c \frac{m^{\frac{n-1}{q}}}{p^{\alpha m}}.$$

Исследование поддержаны Министерством образования и науки РК грант AP14870758.

### Список использованной литературы

1. Нурсултанов Е. Д., Тлеуханова Н. Т., О восстановлении мультипликативных преобразований функций из анизотропных пространств, Сиб. матем. журн., 55:3 (2014), 592–609.
2. Нурсултанов Е. Д., Тлеуханова Н. Т., Квадратурные формулы для классов функций малой гладкости, Матем. сб., 194:10 (2003), 133–160.

## ВЗАИМНЫЕ НАКРЫВАНИЯ КОНУСОВ МОНОТОННЫХ ФУНКЦИЙ И ОЦЕНКИ ИХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ МАЖОРАНТ

Бахтигареева Э. Г.<sup>1</sup>, Гольдман М. Л.<sup>1</sup>, Каршыгина Г. Ж.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Математический институт им. Академика С.М. Никольского РУДН, Москва, Россия,

<sup>2</sup>Карагандински университет им. Академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: seulydia@yandex.ru, karshygina84@mail.ru

В статье изучаются вопросы взаимного накрывания и эквивалентности конусов монотонных функций и соответствующие оценки их мажорант. Рассмотрены два вида накрываний: поточечные и интегральные. Им отвечают поточечные и интегральные оценки мажорант на этих конусах. Мы существенно опираемся на результаты наших работ [1-3].

Через  $L_0^+(0, T)$  обозначим множество всех неотрицательных измеримых по Лебегу функций на  $(0, T)$ , где  $T \in (0, \infty]$ . Пусть  $K$  - конус в  $L_0^+(0, T)$ , снабженный функционалом  $\rho_K: K \rightarrow [0, \infty)$ ;  $h \in K$ ,  $\alpha \in [0, \infty) \Rightarrow \alpha h \in K$ ,  $\rho_K(\alpha h) = \alpha \rho_K(h)$ ;  $\rho_K(h) = 0 \Rightarrow h = 0$  почти всюду на  $(0, T)$ .

На множестве  $L_0^+(0, T)$  рассмотрим два отношения порядка.

Поточечное отношение:  $f \leq g$  означает, что  $f(t) \leq g(t)$  для почти всех  $t \in (0, T)$ .

Пусть теперь  $q \in (0, \infty)$ ,  $\mu$  - неотрицательная борелевская мера на  $(0, T)$ , такая что

$$0 < M_q(t) := \left( \int_{(0,t]} d\mu \right)^{1/q} < \infty, \quad t \in (0, T).$$

Интегральное отношение порядка:  $f \prec_q g$  означает

$$M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} f^q d\mu \right)^{1/q} \leq M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} g^q d\mu \right)^{1/q}, \quad t \in (0, T).$$

Ясно, что  $f \leq g \Rightarrow f \prec_q g$ . Для конуса  $K$  введем поточечную и  $q^-$ -интегральную мажоранты при  $t \in (0, T)$ :

$$\lambda_K(t) = \sup \{ h(t) : h \in K; \rho_K(h) \leq 1 \}, \quad t \in (0, T);$$

$$\tilde{\lambda}_{K,q}(t) = \sup \left\{ M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} h^q d\mu \right)^{1/q} : h \in K; \rho_K(h) \leq 1 \right\}, \quad t \in (0, T).$$

Определение 1. Конус  $M$ , снабженный функционалом  $\rho_M$ , покрывает конус  $K$ , снабженный функционалом  $\rho_K$ , поточечно с константами накрывания  $c_0 \in \square_+$ ,  $c_1 \in [0, \infty)$ , если для любой функции  $h_1 \in K$  найдется функция  $h_2 \in M$ , такая что  $\rho_M(h_2) \leq c_0 \rho_K(h_1)$ , и  $h_1(t) \leq h_2(t) + c_1 \rho_K(h_1)$ ;  $t \in (0, T)$ .

При  $T = \infty$  считаем, что  $c_1 = 0$ .

Определение 2. Конус  $M$ , снабженный функционалом  $\rho_M$ , покрывает конус  $K$ , снабженный функционалом  $\rho_K$ ,  $q^-$ -интегрально с константами накрывания  $c_0 \in \square_+$ ,  $c_1 \in [0, \infty)$ , если для любой  $h_1 \in K$  найдется  $h_2 \in M$ , такая что  $\rho_M(h_2) \leq c_0 \rho_K(h_1)$ ; и

$$M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} h_1^q d\mu \right)^{1/q} \leq \left\{ M_q(t)^{-q} \int_{(0,t]} h_2^q d\mu + [c_1 \rho_K(h_1)]^q \right\}^{1/q}, \quad 0 < q < 1, \quad t \in (0, T);$$

$$M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} h_1^q d\mu \right)^{1/q} \leq M_q(t)^{-1} \left( \int_{(0,t]} h_2^q d\mu \right)^{1/q} + c_1 \rho_K(h_1), \quad 1 \leq q < \infty.$$

При  $T = \infty$  считаем, что  $c_1 = 0$ . Введем обозначения:  $K \leq M(c_0, c_1)$  для поточечного накрывания,  $K \prec_q M(c_0, c_1)$  для  $q^-$ -интегрального накрывания.

Эквивалентность конусов  $K \cong M$ , или  $K \approx_q M$  (соответственно, поточечная или  $q^-$ -интегральная) означает взаимное накрывание конусов, т.е.

$$K \cong M \Leftrightarrow K \leq M(c_0, c_1), \quad M \leq K(\tilde{c}_0, \tilde{c}_1);$$

$$K \approx_q M \Leftrightarrow K \prec_q M(c_0, c_1), \quad M \prec_q K(\tilde{c}_0, \tilde{c}_1).$$

Теорема.

1. Пусть  $K \leq M(c_0, c_1)$ . Тогда для поточечных мажорант справедлива оценка  $\lambda_K(t) \leq c_0 \lambda_M(t) + c_1$ ,  $t \in (0, T)$ .

2. Пусть  $K \prec_q M(c_0, c_1)$ . Тогда, для интегральных мажорант справедливы оценки

$$\tilde{\lambda}_{K,q}(t) \leq \left[ c_0^q \tilde{\lambda}_{M,q}(t)^q + c_1^q \right]^{1/q}, \quad t \in (0, T), \quad 0 < q < 1;$$

$$\tilde{\lambda}_{K,q}(t) \leq \left[ c_0 \tilde{\lambda}_{M,q}(t) + c_1 \right], \quad t \in (0, T), \quad 1 \leq q < \infty.$$

Замечание 1. В случае эквивалентности конусов получаем взаимные оценки соответствующих мажорант.

Замечание 2. Из поточечного накрывания (эквивалентности) конусов следует их  $q$ -интегральное накрывание (эквивалентность) с теми же константами накрывания (эквивалентности).

Благодарности. Работа двух первых авторов выполнена в Математическом институте им. В. А. Стеклова РАН при финансовой поддержке гранта Российского Научного Фонда, Проект №19-11-00087, <https://rscf.ru/project/19-11-00087/>.

### Список использованной литературы

1. Bokayev N. A., Goldman M. L., Karshygina G. Zh. Cones of functions with monotonicity conditions for generalized Bessel and Riesz potentials. Math. Notes. 2018. Vol. 104, No. 3, pp. 356–373.
2. Bokayev N. A., Goldman M. L., Karshygina G. Zh. Criteria for embeddings of generalized Bessel and Riesz potential spaces in rearrangement invariant spaces. Eurasian Math. Journal. 2019. Vol. 10, No. 2, pp. 8–29.
3. Goldman M. L. On optimal embedding of generalized Bessel and Riesz potentials. Proc. Steklov Inst. Mathem. 2010. Vol. 269, pp. 101–123.

## НАЗАРОВ-ПОДКОРЫТОВ ЛЕММАСЫНЫҢ КОММУТАТИВТІ ЕМЕС АНОЛОГЫ

Дәуітбек Д., Төленов Қ.С.

Математика және математикалық модельдеу институты, Алматы, Қазақстан

Әл-Фараби атындағы Қазақ ұлттық университеті, Алматы, Қазақстан

E-mail: [dauitbek@math.kz](mailto:dauitbek@math.kz); [tulenov@math.kz](mailto:tulenov@math.kz)

Айталық  $H$  комплекс Гильберт кеңістігі және  $B(H)$  –  $H$  кеңістігіндегі барлық сызықтық шенелген операторлардың алгебрасы болсын.  $\mathcal{M} \subseteq B(H)$  арқылы сенімді қалыпты жартылай ақырлы  $\tau$  ізімен жабдықталған жартылай ақырлы фон Нейман алгебрасын белгілейік.  $(\mathcal{M}, \tau)$  жұбы коммутативті емес өлшем кеңістігі деп аталады. Егер  $H$  Гильберт кеңістігіндегі тұйық және тығыз анықталған  $x$  операторы  $\mathcal{M}$  фон Нейман алгебрасының  $\mathcal{M}'$  коммутантындағы әрбір  $u$  унитар операторы үшін  $u^*xu = x$  болса, онда  $x$  операторын  $\mathcal{M}$  –мен байланысқан деп атаймыз. Егер  $\mathcal{M}$  –мен байланысқан  $x$  операторы және әрбір  $\varepsilon > 0$  үшін  $p(H) \subset \text{dom}(x)$  және  $\tau(1-p) < \varepsilon$  орындалатындай  $p \in \mathcal{M}$  проекциясы бар болса, онда  $x$  операторын  $\tau$ -өлшемді деп атаймыз. Барлық  $\tau$ -өлшемді операторлар жиыны  $\mathcal{L}_0(\mathcal{M})$  арқылы белгіленеді. Өз-өзіне түйіндес  $x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$  операторы және  $\mathcal{B} \subset \mathbb{R}$  Borel жиыны берілген болса, оның спектрлік проекциясын  $e^{|\lambda|}(\mathcal{B})$  арқылы белгілейміз.  $x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$  болсын,

$$d(s; x) = \tau \left( e^{|\lambda|}(s, \infty) \right), \quad -\infty < s < \infty$$

арқылы  $x$  операторының үлестірім функциясы анықталады.

$f(x) = x$ ,  $x \geq 0$  функциясы үшін [2, Лемма 3. (ii)] қолданып,

$$\tau(|x|^p) = p \int_0^{+\infty} s^{p-1} \tau \left( e^{|\lambda|}(s, \infty) \right) ds = p \int_0^{+\infty} s^{p-1} d(s; x) ds$$

аламыз.  $x \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$

$$\mu(t; x) = \inf\{s > 0: d(s; x) \leq t\}, \quad t > 0$$

арқылы  $x$  операторының жалпыланған сингуляр мәнді функциясы анықталады [3, 4].

Бұл келесі теорема Назаров-Подкорытов леммасының [1, 5] коммутативті емес  $\mathcal{L}_p$  кеңістігіндегі аналогы болып табылады.

Теорема 1.  $x, y \in \mathcal{L}_0(\mathcal{M})$  операторлары

$$d(s; x) \begin{cases} \leq d(s; y), & \text{егер } s < s_0; \\ \geq d(s; y), & \text{егер } s > s_0 \end{cases}$$

шартын қанағаттандыратындай етіп таңдалсын. Егер

$$\tau(|x|^{p_0} - |y|^{p_0}) \geq 0$$

орындалатындай  $p_0 \geq 1$  бар болып және  $|x|^p$  және  $|y|^p$  операторларының ең болмағанда біреуінің  $p > p_0$  және  $|x|^p - |y|^p \in \mathcal{L}_1(\mathcal{M})$  қамтамасыз етілгенде ақырлы ізі бар болсын деп ұйғарайық. Онда

$$\tau(|x|^p - |y|^p) \geq 0$$

Дербес жағдайда,

$$\|y\|_p \leq \|x\|_p.$$

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Astashkin S. V., Lykov K. V., Milman M. Majorization revisited: Comparison of norms in interpolation scales // arXiv preprint arXiv:2107.11854, 2021.
2. Bekjan T.N., Hardy-Littlewood maximal function of  $\tau$ -measurable operators // J. Math. Anal. Appl. – 2006. – Vol. 322, №1. – P. 87-96.
3. Fack T, Kosaki H., Generalized s-numbers of  $\tau$ -measurable operators // Pacific J. Math. – 1986. – Vol. 123, №2. – P. 269-300.
4. Lord S., Sukochev F., Zanin D. Singular traces. Theory and applications // De Gruyter Studies in Mathematics, №46. - Berlin: De Gruyter, 2013. - 469 p.
5. Nazarov F.L., Podkorytov A.N. Ball, Haagerup, and distribution functions // Compl. Anal. Operators and Rel. Topics. Oper. Theory: Adv. and Appl. – 2000. – Vol. 113. – P. 247-267.

ч

## ОБ ОПЕРАТОРЕ СВЕРТКИ В ЛОКАЛЬНОМ ПРОСТРАНСТВЕ МОРРИ

Канкенова А.М.<sup>1</sup>, Нурсултанов Е.Д.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан,

<sup>2</sup>Казахстанский филиал МГУ им. М.В.Ломоносова, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: [ayagoz.zhantakbayeva@yandex.ru](mailto:ayagoz.zhantakbayeva@yandex.ru), [er-nurs@yandex.ru](mailto:er-nurs@yandex.ru)

Пусть  $k \in \mathbb{Z}$ . Обозначим через  $G_k$  множество всех кубов в  $\mathbb{R}^n$  вида

$$[0, 2^k)^n + 2^k m, \quad m \in \mathbb{Z}^n.$$

Очевидно, что  $\mathbb{R}^n = \bigsqcup_{Q \in G_k} Q$ , здесь  $\bigsqcup Q$  означает объединение непересекающихся множеств.

Множество  $\mathbb{G} = \bigsqcup_{k \in \mathbb{Z}} G_k$  называется семейством диадических кубов в  $\mathbb{R}^n$ . Заметим, что каждый куб  $Q \in G_k$  разбит на  $2^n$  кубов из  $G_{k-1}$ .

Семейство взаимно непересекающихся кубов  $\mathcal{T} = \{Q\} \subset \mathbb{G}$  называется локальным разбиением пространства  $\mathbb{R}^n$  если:

- 1)  $\mathbb{R}^n = \overline{\bigsqcup_{Q \in \mathcal{T}} Q}$ , где черта обозначает замыкание;
- 2)  $|T \cap G_k| < \infty$ . Здесь и далее  $|A|$  — количество элементов в множестве  $A$ .

Пусть  $\lambda \in \mathbb{R}$ ,  $0 < p, q \leq \infty$  и  $T = \{Q\}$  — локальное разбиение  $\mathbb{R}^n$ . Определим локальное пространство Морри  $LM_{p,q}^\lambda(\mathcal{T})$  как множество измеримых функций  $f$  для которых

$$\|f\|_{LM_{p,q}^\lambda(\mathcal{T})} = \left( \sum_{k \in \mathbb{Z}} \left( 2^{-k\lambda} \sum_{Q \in T_k = T \cap G_k} \|f\|_{L_p(Q)} \right)^q \right)^{\frac{1}{q}} < \infty.$$

Здесь и далее выражения  $\left( \int_\Omega |\phi(t)|^q \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{q}}$  и  $\left( \sum_{k \in \Omega} |a_k|^q \right)^{\frac{1}{q}}$  при  $q = \infty$  понимаются как  $\sup_{x \in \Omega} |\phi(x)|$ ,  $\sup_{k \in \Omega} |a_k|$ , соответственно.

Данная шкала пространств при  $\lambda > 0$  охватывает пространства

$$LM_{p,q,x}^\lambda = \left\{ f: \left( \int_0^\infty \left( t^{-\lambda} \|f\|_{L_p(B_t(x))} \right)^q \frac{dt}{t} \right)^{1/q} < \infty \right\}, \quad (1)$$

где  $B_t(x) = \{y \in \mathbb{R}^n : |x - y| \leq t\}$  -- шар с центром в точке  $x$  и радиусом  $t > 0$ .

Эти пространства были введены Буренковым и Гулиевым в [1]. Отметим, что (1) охватывает  $\lambda < 0$ .

Пусть  $A$  и  $B$  множества в  $\mathbb{R}^n$ . Расстояние между множествами  $A$  и  $B$  определяется следующим образом

$$\rho(A, B) = \inf_{x \in A, y \in B} \rho(x, y).$$

Под разностью множеств  $A$  и  $B$  понимаем  $A - B = \{x - y: x \in A, y \in B\}$ .

Нам понадобится разбиение порождение соответствующее точке  $u \in \mathbb{R}^n$ . Данное разбиение с локализацией точки  $u$ .

Пусть  $u \in \mathbb{R}^n$ . Рассмотрим локальное разбиение  $T(u)$ . Определим семейства кубов

$$Y_k(u) = \{Q \in G_{k+1}: \rho(Q, u) < 2^k; k \in \mathbb{Z}\}.$$

Заметим, что множество  $Y_k$  содержит не более  $2^n$  кубов.

Определим

$$T_k(u) = \{Q \in G_k: Q \notin Y_{k-1}; Q \subset \bigcup_{I \in Y_k(u)} I\};$$

$$T(u) = \bigcup_{k \in \mathbb{Z}} T_k(u).$$

Заметим,  $|T_k(u)| \leq 2^n(2^n - 1) < 4^n$ .

Теорема 1. Пусть  $1 \leq p \leq \infty, 1 \leq q \leq \infty, \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1, \frac{1}{q} + \frac{1}{q'} = 1, \lambda \in \mathbb{R}, u \in \mathbb{R}^n$ .  $T(u)$ - локальное разбиение пространства  $\mathbb{R}^n$ . Тогда верно

$$\|f\|_{(LM_{p,q}^\lambda(T(u)))'} \approx \|f\|_{LM_{p',q'}^{-\lambda}(T(u))}. \quad (2)$$

Замечание. В случае оценки сверху в формуле (2) верно утверждение теоремы для любого разбиения.

Лемма 1. Пусть  $1 \leq p \leq \infty, 0 \leq \alpha, \lambda \leq \frac{n}{p}$  и  $\alpha + \lambda \geq \frac{n}{p}, \gamma = \alpha + \lambda - \frac{n}{p}, u, v \in \mathbb{R}^n, T(u), T(v)$ - соответствующие разбиения, тогда имеет место неравенство

$$\|f * g\|_{LM_{p,\infty}^\lambda(T(u))} \leq c \|g\|_{LM_{p',1}^{-\alpha}(T(v))} \|f\|_{LM_{p,\infty}^\gamma(T(u-v))},$$

где константа  $c$  зависит только от параметров  $\lambda, p$  и  $p$ .

Теорема 2. Пусть  $T(u), T(v)$  локальные разбиения пространства  $\mathbb{R}^n$ . Пусть  $1 \leq p \leq \infty, 0 < \lambda < \frac{n}{p}, 0 \leq \gamma \leq \frac{n}{p}$  и  $0 < \alpha = \gamma - \lambda + \frac{n}{p}, 0 < \tau \leq \infty$ . Если  $f \in LM_{p,\infty}^\gamma(T(u-v))$  и  $g \in LM_{p,\tau}^{-\alpha}(T(v))$ , то  $f * g \in LM_{p,\tau}^\lambda(T(u))$  и выполняется неравенство

$$\|f * g\|_{LM_{p,\tau}^\lambda(T(u))} < c \|f\|_{LM_{p,\infty}^\gamma(T(u-v))} \|g\|_{LM_{p,\tau}^{-\alpha}(T(v))},$$

где константа  $c$  зависит только от параметров  $p, \lambda, \alpha, p$ .

Следствие. Пусть  $T(u), T(v)$  локальные разбиения пространства  $\mathbb{R}^n$ . Пусть  $0 < \max(q, 1) \leq p \leq \infty, 0 < \lambda < \frac{n}{q}$  и  $0 \leq \gamma \leq \frac{n}{p}$  и  $0 < \alpha = \gamma - \lambda + \frac{n}{p}, 0 < \tau \leq \infty$ .

Если  $f \in LM_{p,\tau}^\gamma(T(u-v))$  и  $g \in LM_{p',\infty}^{-\alpha}(T(v))$ , то  $f * g \in LM_{q,\tau}^\lambda(T(u))$  и выполняется неравенство

$$\|f * g\|_{LM_{q,\tau}^\lambda(T(u))} < c \|f\|_{LM_{p,\tau}^\gamma(T(u-v))} \|g\|_{LM_{p',\infty}^{-\alpha}(T(v))},$$

где константа  $c$  зависит только от параметров  $p, \lambda, \alpha, p, q$ .

Лемма 2. Пусть  $T(u), T(v)$  локальные разбиения пространства  $\mathbb{R}^n$ . Пусть  $1 \leq p < q < \infty, 0 \leq \lambda \leq \frac{n}{q}$  и  $0 \leq \gamma \leq \frac{\lambda q}{p}$  и  $\alpha = \gamma - \lambda + \frac{n}{q}, p' = \frac{p}{p-1}$ .

Если  $f \in LM_{p,\infty}^\gamma(T(u-v))$  и  $g \in LM_{p',1}^{-\alpha}(T(v))$ , то  $f * g \in LM_{q,\infty}^\lambda(T(u))$  и выполняется неравенство

$$\|f * g\|_{LM_{q,\infty}^\lambda(T(u))} < c \|f\|_{LM_{p,\infty}^\gamma(T(u-v))} \|g\|_{LM_{p',1}^{-\alpha}(T(v))},$$

где константа  $c$  зависит только от параметров  $n, \lambda, q$ .

Лемма 3. Пусть  $u \in \mathbb{R}^n, T(u)$  локальное разбиение пространства  $\mathbb{R}^n$  по точке  $u$ . Пусть  $1 \leq p < q < \infty, 0 \leq \lambda \leq \frac{n}{q}$  и  $0 < \gamma \leq \frac{\lambda q}{p}$  и  $\alpha = \gamma - \lambda + \frac{n}{q}, p' = \frac{p}{p-1}$ .

Если  $f \in LM_{p,p}^\gamma(T(u-v))$  и  $g \in LM_{p',1}^{-\alpha}(T(v))$ , то  $f * g \in LM_{q,\infty}^\lambda(T(u))$  и выполняется неравенство

$$\|f * g\|_{LM_{q,\infty}^\lambda(T(u))} < c \|f\|_{LM_{p,p}^\gamma(T(u-v))} \|g\|_{LM_{p',\infty}^{-\alpha}(T(v))},$$

где константа  $c$  зависит только от параметров  $n, \lambda, q$ .

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан. (Грант №AP14870361).

### Список использованной литературы

1. Burenkov V.I., Guliyev H.V., Guliyev V.S.: Necessary and sufficient conditions for boundedness of the fractional maximal operator in the local Morrey-type spaces, Doklady Ross. Akad. Nauk. Matematika 409 (2006) 443-447.

### ОБ ОДНОЙ СЕКТОРИАЛЬНОЙ ФОРМЕ В $L_2$

Кошкарова Б.С.<sup>1</sup>, Мурат Г.<sup>2</sup>, Кусайнова Л.К.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>НАО «Торайгыров университет», Павлодар, Казахстан

E-mail: b-koshkarova@yandex.kz

В теории сингулярных дифференциальных операторов одним из методов задания и исследования является метод построения операторов, ассоциированных с полуторалинейными и квадратичными формами.

В работе рассмотрена форма вида

$$q[u, f] = \int_{\mathbb{R}^n} \left( \sum_{j=1}^n \rho_j^2(x) D_j^2 u D_j^2 f + w(x) u f \right) dx, \quad u, f \in C_0^\infty(\mathbb{R}^n). \quad (1)$$

В (1)  $i = \sqrt{-1}$ ,  $D_j = \frac{\partial}{\partial x_j}$  ( $1 \leq j \leq n$ ),  $\rho_j > 0$  ( $1 \leq j \leq n$ ),  $w_0 = Rew > 0, w_1 = Imw$  локально суммируемы в  $\mathbb{R}^n$  ( $\in L_{2,loc}$ ), и  $|\rho_j(x) - \rho_k(x)| > 0$  в  $\mathbb{R}^n$  хотя бы для одной пары  $j \neq k$ ,  $L_2$  – пространство вещественных функций в  $\mathbb{R}^n$  с конечной нормой.

Обозначим через  $W = W_2^2(\bar{\rho}, w_0)$  пополнение класса финитных функций  $\mathfrak{D} = C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  по норме  $\|u\|_W = \sqrt{q_0[u, u]}$ . Пусть  $P(x; \bar{a}, h) = \left\{ y \in \mathbb{R}^n : |y_j - x_j| < \frac{a_j h^{\frac{1}{2}}}{2}, 1 \leq j \leq n \right\}, \bar{a} = (a_1, \dots, a_n), (a_j > 0, 1 \leq j \leq n), h > 0$ . Через  $\bar{E}, |E|, |E|_v$  будут обозначаться соответственно замыкание, мера Лебега.

Положим ( $0 < \delta < 1$ )  $S_{(\delta)}(x, h; \bar{a}, w_0) = \inf_{\{e\}_\delta} |P(x; \bar{a}, h) \setminus e|_{w_0}$ , где  $\inf$  берется по всем компактам  $e \subset \bar{P}(x; \bar{a}, h)$  меры  $|e| \leq \delta |P(x; \bar{a}, h)|$ .

Потребуем, чтобы  $w_0 = Rew$  было невырожденно в следующем смысле:

$$S_{(\delta)}(x, h; \bar{a}, w_0) > 0 \quad (2)$$

и не убывает по  $h > 0, \delta$  – некоторая постоянная из  $(0, 1)$ .

Введем функцию

$$h(x) = h(x; \bar{\rho}, w_0) = \sup\{h > 0 : M_{(\delta)}(x, h; \bar{\rho}, w_0) \leq 1\},$$

где

$$M_{(\delta)}(x, h; \bar{\rho}, w_0) = h(\dot{S}_{(\delta)}(x, h; \bar{\rho}, w_0) |P(x; \bar{\rho}(x), h)|^{-1})^{1/2}.$$

Положим  $P\bar{\rho}(x) = \prod_{j=1}^n \rho_j(x)$ . Поскольку

$\lim_{h \rightarrow 0^+} M_{(\delta)}(x, h; \bar{\rho}, w_0) = (P\bar{\rho}(x))^{-1/2} \lim_{h \rightarrow 0^+} h^{1-n/4} [S_{(\delta)}(x, h; \bar{\rho}, w_0)]^{1/2} = 0$ ,  
то  $h(x) > 0$  в  $\mathbb{R}^n$ . Заметим, что  $0 < h(x) = h_{(\delta)}(x; \bar{\rho}, w_0) < \infty$ , если  $n < 4(n > 1)$  либо



$$\inf_{\{e\}_\delta} |P(x; \bar{a}, h) \setminus e|_{w_0} \geq \gamma(x) |P(x; \bar{\rho}(x), h)|, \quad \gamma(x) > 0$$

при  $n \geq 4$ .

Параллелепипеды  $P(x) = P(x; \bar{\rho}(x), h(x))$  будем называть характеристическими. В случае  $n < 4$  имеет место оценка (см. [1], §.3.3)

$$\|u; L_2(P(x), v)\| \leq c\mathcal{K}(x; \bar{\rho}, v) \left( \sum_{j=1}^n \rho_j(x) \|D_j^2 u; L_2 P(x)\| + \left( \int_{P(x)} w_0(x) |u|^2 dx \right)^{\frac{1}{2}} \right),$$

где

$$\mathcal{K}(x; \bar{\rho}, v) = h(x)^{1-n/4} (\Pi \bar{\rho}(x))^{-1/2} |P(x)|_v^{1/2}.$$

Здесь и далее  $c, c_0, c_1, \dots$  – положительные постоянные, значения которых определяются только числовыми параметрами  $n, \delta$ , и т.д.

Мы будем рассматривать семейство  $\{P(x; \bar{a}), x \in E\}$ , где  $\bar{a}(x) = (a_1(x), \dots, a_n(x))$  – положительная ограниченная вектор-функция в  $E$  с коэффициентами  $a_j(x)$  ( $1 \leq j \leq n$ ),  $P(x; \bar{a}) = P(x; \bar{a}, 1)$ . Будем говорить, что параллелепипеды  $P(x; \bar{a})$  и  $P(y; \bar{a})$  сравнимы, если выполнено одно из условий:

- 1)  $\kappa^{-1} \leq a_j(y)/a_j(x) \leq \kappa$  ( $1 \leq j \leq n$ ),
- 2)  $a_j(y) \leq a_j(x)$  ( $1 \leq j \leq n$ ),
- 3)  $a_j(y) \geq a_j(x)$  ( $1 \leq j \leq n$ ).

При этом  $\kappa > 1$  постоянная. Запись:  $P(x; \bar{a}) < P(y; \bar{a})$ .

Получены следующие результаты:

Теорема 1. Пусть  $n < 4, w_0$  удовлетворяет условию (2) при некотором  $\delta \in (0, 1)$ , и пусть

$$\kappa^{-1} \leq \rho_j(y)/\rho_j(x) \leq \kappa \quad (1 \leq j \leq n), \text{ если } y \in P(x) \quad (x \in \mathbb{R}^n)$$

Если найдется такое  $K$ ,  $0 < K < \infty$ , что

$$\int_{P(x)} |w_1| dy \leq K \inf_{\{e\}_\delta} \int_{P(x) \setminus e} w_0 dy \quad (x \in \mathbb{R}^n), \quad (3)$$

то форма

$$\dot{q}[u, f] = q[u, f], \quad u, f \in \mathcal{D},$$

секториальна.

При доказательстве теоремы 1 применена теорема о существовании конечно-кратного и конечно-разделимого покрытия ограниченного множества  $E \subset \mathbb{R}^n$  семейством параллелепипедов  $\{P^k, k \in \Lambda\}$  ( $\Lambda \subset \mathbb{N}$ ), сравнимых, если только  $P^k \cap P^m$  не пусто (см. [1], с. 3).

Замечание. В (3) наилучшая постоянная

$$K \sim \left( \sup_x K(x; \bar{\rho}, w_1) \right)^2.$$

Ниже запись

$$\|\cdot\|_X - \lim f_k = f$$

будет означать, что последовательность  $f_k \in X$  сходится к  $f$  по норме  $\|\cdot\|_X$ .

Теорема 2. Пусть выполнены условия теоремы 1, и пусть к тому же:

- 1)  $\sup_x h(x) = \sup_x h_{(\delta)}(x; \bar{\rho}, w_0) = K_0 < \infty$ ;
- 2)  $\rho_j, \rho_j^{-1} \in L_{\infty, loc}$  ( $1 \leq j \leq n$ ).

Справедливы утверждения:

а)  $W \subset L_2$ , а именно, всякая фундаментальная по норме  $\|\cdot\|_W$  последовательность  $\{u_k\} \subset \mathcal{D}(= C_0^\infty)$  имеет

$$\|\cdot\|_2 - \lim \|u_k\| = u. \quad (4)$$

б) Функция  $u$  в (4) имеет обобщенные производные  $D_j^2 u \in L_{2, loc}$  ( $1 \leq j \leq n$ ), конечную норму  $\|u\|_W$  и  $\|u - u_k\|_W \rightarrow 0$  (при  $k \rightarrow \infty$ ).

Следствие. Пусть выполнены условия теоремы 2. Тогда:

а) форма  $\dot{q}$  в (4) допускает замкнутое секториальное расширение  $q$ , определенное равенством

$$q[u, f] = \lim_{k \rightarrow \infty} q_0[u_k, f_k]$$

на паре  $u = \|\cdot\|_W - \lim u_k, \quad f = \|\cdot\|_W - \lim f_k$ .

б) Пространство  $W = D(q)$  (см. [2], VI, §.1.4).

### Список использованной литературы

1. Кусаинова Л.К. Теоремы вложения и интерполяции весовых пространств Соболева // Дисс. на соискание докт. физ.-матем. наук. – Алматы: Ин-т матем. МОН РК, 1999.
2. Каго Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972. – 740 с.
3. Бесов О.В., Ильин В.П., Никольский С.М. Интегральные представления функций и теоремы вложения. М.: Наука, 1975. – 480 с.

## ОБ УСЛОВИЯХ КОМПАКТНОСТИ КОММУТАТОРА ДЛЯ ПОТЕНЦИАЛА РИССА В ЛОКАЛЬНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ТИПА МОРРИ.

Матин Д.Т.

Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: [d.matin@mail.ru](mailto:d.matin@mail.ru)

В данной работе получены достаточные условия компактности коммутатора для потенциала Рисса  $[b, \alpha]$  в этих пространствах.

Определение 1. Пусть  $0 < p, \theta \leq \infty$ , и пусть  $w$  неотрицательная, измеримая функция в  $(0, \infty)$ . Мы обозначим через  $LM_{p\theta}^{w(\cdot)}$  локальное пространство типа Морри. Это пространство всех функции  $f \in L_p^{loc}(\mathbb{R}^n)$  с конечной квазинормой:

$$\|f\|_{LM_{p\theta}^{w(\cdot)}} \equiv \|f\|_{LM_{p\theta}^{w(\cdot)}(\mathbb{R}^n)} = \left\| w(r) \|f\|_{L_p(B(0, r))} \right\|_{L_\theta(0, \infty)}.$$

Обозначим через  $\Omega_\theta$  множество всех функций, которые являются неотрицательными, измеримыми на  $(0, \infty)$ , не эквивалентные 0 и такие, что для некоторого  $t > 0$

$$\|w(r)\|_{L_\theta(t, \infty)} < \infty.$$

Пространство  $LM_{p\theta, w(\cdot)}$  нетривиально, то есть состоит не только из функций, эквивалентных 0 на  $\mathbb{R}^n$ , тогда и только тогда, когда  $w \in \Omega_\theta$ .

В работе приводятся достаточные условия компактности коммутатора для потенциала Рисса  $[b, I_\alpha]$  в обобщенных пространствах Морри  $M_p^w$ . Результаты этого подраздела были опубликованы в [47, 48, 49].

Потенциал Рисса  $I_\alpha$  порядка  $\alpha (0 < \alpha < n)$  играет важную роль в гармоническом анализе и в теории потенциалов, и определяется следующим образом

$$I_\alpha f(x) = C_{n,\alpha} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy, \text{ где } C_{n,\alpha} = \frac{\Gamma\left(\frac{n-\alpha}{2}\right)}{2^\alpha \pi^{\frac{n}{2}} \Gamma\left(\frac{\alpha}{2}\right)}.$$

Для функции  $b \in L_{loc}(\mathbb{R}^n)$  через  $M_b$  обозначим мультипликативный оператор  $M_b f = bf$ , где  $f$  - измеримая функция. Тогда коммутатор для потенциала Рисса  $I_\alpha$  и оператора  $M_b$  определяется равенством

$$[b, I_\alpha] = M_b I_\alpha - I_\alpha M_b = C_{n,\alpha} \int_{\mathbb{R}^n} \frac{[b(x) - b(y)]f(y)}{|x-y|^{n-\alpha}} dy.$$

Потенциалам Рисса  $I_\alpha$  посвящены работы [50], [51].

Говорят, что функция  $b(x) \in L_\infty(\mathbb{R}^n)$  принадлежит пространству  $BMO(\mathbb{R}^n)$ , если

$$\|b\|_* = \sup_{Q \subset \mathbb{R}^n} \frac{1}{|Q|} \int_Q |b(x) - b_Q| dx = \sup_{Q \in \mathbb{R}^n} M(b, Q) < \infty,$$

где  $Q$  - куб из  $\mathbb{R}^n$  и  $b_Q = \frac{1}{|Q|} \int_{\mathbb{R}^n} f(y) dy$ .

Через  $VMO(\mathbb{R}^n)$  обозначим  $BMO$ -замыкание пространства  $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$ , где  $C_0^\infty(\mathbb{R}^n)$  множество всех функций из  $C^\infty(\mathbb{R}^n)$  с компактным носителем.

Теорема 1. Пусть  $1 \leq p_1 < p_2 < \infty$ ,  $\alpha = n(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2})$ , или  $1 \leq p_1 < \infty$ ,  $1 \leq p_2 < \infty$  и  $n(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2}) < \alpha < \frac{n}{p_1}$ ,  $\alpha < n(1 - \frac{1}{p_2})$ ,  $0 < \theta_1 \leq \theta_2 \leq \infty$ ,  $\theta_1 \leq 1$ ,  $w_1 \in \Omega_{p_1 \theta_1}$ ,  $w_2 \in \Omega_{p_2 \theta_2}$ , и пусть

$$\left\| w_2(r) \frac{\frac{r^1}{p_2}}{(t+r)^{p_1}} \right\|_{L_{\theta_2}(0, \infty)} \leq c \|w_1(r)\|_{L_{\theta_1}(t, \infty)}$$

для всех  $t > 0$ , где  $c > 0$  не зависит от  $t$ . Тогда оператор  $I_\alpha$  ограничен из  $LM_{p_1 \theta_1}^{w_1}$  в  $LM_{p_2 \theta_2}^{w_2}$ .

Данная работа финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант №АР14969523).

### Список использованной литературы

- 1 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On precompactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Eurasian Mathematical Journal. - Астана: ЕНУ, 2017. - Vol. 8, №3. - P. 109-115.
- 2 Bokayev N., Burenkov V.I. Matin D.T. On pre-compactness of a set in general local and global Morrey-type spaces // Internat. conf. on "Operators in Morrey-type spaces and applications" dedic. to 60-th Birthday of Professor Vagif S. Guliyev. - Kirsehir, 2017. - С. 76-77.

## ОБ УСЛОВИЯХ ПРИНАДЛЕЖНОСТИ ПРОСТРАНСТВУ ЛОРЕНЦА СУММЫ РЯДОВ ПО СИСТЕМЕ УОЛША С МОНОТОННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Мұхамбетжан М.А.<sup>1</sup>, Тургумбаев М.Ж.<sup>2</sup>, Сулейменова З.Р.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан,

<sup>2</sup>КарУ им. академика Е.А.Букетова, Караганда

[manshuk-9696@mail.ru](mailto:manshuk-9696@mail.ru), [mentur60@mail.ru](mailto:mentur60@mail.ru), [zs@mail.ru](mailto:zs@mail.ru)

Пусть  $\{W_n(x)\}_{n=0}^\infty$  - система Уолша-Пэли:

$$w_n(x) = r_k(x) \prod_{i=0}^{k-1} (r_i(x))^{\varepsilon_i}, \varepsilon_i = \{0, 1\}.$$

где  $r_k(x)$  - система Радемахера [1].

Пусть  $f$  - интегрируемая на  $[0, 1]$  функция с рядом Фурье-Уолша

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n W_n(x),$$

где  $a_n = \int f(t) W_n(t) dt$  - коэффициенты Фурье-Уолша

Известна следующая теорема [1].

Теорема А. Для того чтобы ряд  $\sum_{m=0}^{\infty} a_n w_n(x)$ , где  $a_n \downarrow 0$ , был рядом Фурье-Уолша некоторой функции  $f \in L^p[0,1]$ ,  $1 < p < \infty$ , необходимо и достаточно, чтобы  $\sum_{n=1}^{\infty} c_n n^{p-2} < \infty$ .

Пусть  $1 \leq p, q < \infty$ . Пространство Лоренца  $L_{p,q}[0,1]$  определяется как множество измеримых функций, для которых конечна норма

$$\|f\|_{L_{p,q}} = \left\{ \int_0^1 (t)^{\frac{1}{p} - \frac{1}{q}} f^*(t)^q dt \right\}^{1/q} < \infty,$$

где  $f^*$  - невозрастающая перестановка функции  $f$ .

Дискретные пространства Лоренца  $l(p,q)$  определяется как множество последовательностей  $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ , для которых

$$\{a_k\}_{l(p,q)} = \left\{ \sum a_k^* k^{q/p-1} \right\}^{1/q} < \infty, 1 \leq p, q < \infty,$$

где  $\{a_k^*\}$  - невозрастающая перестановка  $\{a_k\}$ .

Теорема 1. Пусть  $1 \leq p, q < \infty, \frac{1}{p'} + \frac{1}{p} = 1$ .

Пусть  $a_k \downarrow 0$ . Для того чтобы функция  $W(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k w_k(x)$  принадлежала пространству  $L_{p,q}[0,1]$ , необходимо и достаточно, чтобы  $\{a_k\} \in l(p,q)$ .

Теорема 2. Пусть  $a_k \downarrow 0, 1 \leq p, q < \infty, w(x) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k w_k(x)$ .

Тогда для того, чтобы  $\{a_k\} \in l(p,q)$ , необходимо и достаточно, чтобы

$$\int_0^1 |w(t)|^q t^{q/p'} \frac{dt}{t} < \infty$$

Обозначим  $\mathcal{Q}_2 = \left\{ \{x_n\}_{n=1}^{\infty}; x_n \cdot n^{-\beta} \downarrow 0 \right\}$  при некотором  $\beta > 0$ . Такие последовательности называются квазимонотонными. Пусть  $\{b_n\}$  - квазимонотонная последовательность.

$$\|\{b_n\}\|_{p,q} = \begin{cases} \left( \sum_1^{\infty} b_n^q n^{q/p-1} \right)^{1/q}, & q < \infty \\ \sup_{0 < n} n^{1/p} b_n, & q = \infty \end{cases}$$

Теорема 3. Пусть  $\{b_n\}$  - квазимонотонная последовательность. Тогда для  $q \geq 1$  имеет место соотношение:

$$\|\{b_n\}\|_{p,q}^* < \infty \Leftrightarrow \|\{b_n\}\|_{p,q} < \infty.$$

Теорема 4. Пусть  $1 < p < \infty, 1 \leq q \leq \infty, \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1, \{b_n\}$  - квазимонотонная последовательность. Обозначим  $W(u) = \sum_1^{\infty} b_n w_n(u)$ . Тогда

$$\left\| \{b_n\} \right\|_{p,q}^* < \infty \Leftrightarrow \|W(u)\|_{p,q} < \infty$$

Аналоги теорем 1,2,3,4 для рядов по тригонометрическим системам ранее были доказаны в [2]. Более общие теоремы для рядов по тригонометрическим системам доказаны в [3].

### Список использованной литературы

1. Б.И.Голубов, А.В. Ефимов, В.А. Скворцов. Ряды и преобразования Уолша, 1987.
2. Y.Sagher. An application of interpolation theory to Fouries series, Studia Math, 1972, 169-181.
3. М. Dyachenko, А. Mukanov, S. Tikhonov. Hardy-Littlewood theorems for trigonometric series with general monotone coefficients. Studia Mathematica, 250(3), 2020, p. 219-232.

## МУЛЬТИПЛИКАТОРЫ КРАТНЫХ РЯДОВ ФУРЬЕ-ХААРА В АНИЗОТРОПНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ЛОРЕНЦА

Тлеуханова Н.Т.<sup>1</sup>, Баширова А.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

E-mail: [tleukhanova@rambler.ru](mailto:tleukhanova@rambler.ru), [anar\\_bashirova@mail.ru](mailto:anar_bashirova@mail.ru)

Аннотация. Исследованы мультипликаторы двойных рядов Фурье-Хаара в анизотропных пространствах Лоренца. Получены необходимые и достаточные условия для того чтобы последовательность  $\lambda = \{\lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2}\}$  принадлежала классу мультипликаторов  $m(L_{\vec{p}, \vec{r}} \rightarrow L_{\vec{q}, \vec{s}})$ .

Пусть  $X, Y$ - пространства функций, определенных на отрезке  $[0,1]$ , таких, что  $X \hookrightarrow L_1$ . Пусть  $\{\varphi_k\}$ - полная ортонормированная система. Пусть функции  $f \in X$  соответствует ее ряд Фурье по данной системе  $\{\varphi_k\}$

$$f \sim \sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k,$$

где  $a_k$ - коэффициенты Фурье функции  $f$  по системе  $\{\varphi_k\}$ . Будем говорить, что последовательность комплексных чисел  $\lambda = \{\lambda_k\}_{k \in \mathbb{N}}$  является мультипликатором рядов Фурье по системе  $\{\varphi_k\}$  из пространства  $X$  в пространство  $Y$ , если для функции  $f \in X$  рядом Фурье

$$\sum_{k=1}^{\infty} a_k \varphi_k$$

найдется функция  $f_\lambda \in Y$ , ряд Фурье которой совпадает с рядом

$$\sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k a_k \varphi_k$$

и оператор  $\Lambda f = f_\lambda$  является ограниченным оператором из  $X$  в  $Y$ .

Множество  $m(X \rightarrow Y)$  всех определенных таким образом мультипликаторов является линейным нормированным пространством с нормой  $\|\lambda\|_{m(X \rightarrow Y)} = \|\Lambda\|_{X \rightarrow Y}$ .

Рассмотрим последовательность  $\lambda = \{\lambda_k^j\}_{(k,j) \in \Omega}$ . Всякая последовательность  $\lambda$  порождает оператор  $\Lambda$ , который на полиномах по системе Хаара определяется следующим образом:

$$\Lambda \left( \sum_{k=0}^N \sum_{j=1}^{2^k} a_k^j(f) \chi_k^j(x) \right) = \sum_{k=0}^N \sum_{j=1}^{2^k} \lambda_k^j a_k^j \chi_k^j(x).$$

Исследованию мультипликаторов рядов Фурье по системе Хаара в одномерном случае посвящены работы [1-9]. Вопрос о мультипликаторах кратных рядов Фурье-Хаара оставался открытым.

Целью нашей работы является исследование мультипликаторов двойных рядов Фурье-Хаара в анизотропных пространствах Лоренца.

Пусть  $f$  измеримая функция, принимающая почти всюду конечные значения:

$$m(\sigma, f) = \mu(\{x: x \in [0,1], |f| > \sigma\})$$

её функция распределения. Функция:

$$f^*(t) = \inf\{\sigma: m(\sigma, f) \leq t\}, \quad t > 0$$

называется невозрастающей перестановкой функции  $f$ .

Пусть  $f(x_1, x_2)$  - измеримая на  $[0,1]^2$  функция, через  $f^{*1*2}(t_1, t_2)$  обозначим функцию, полученную применением невозрастающей перестановки к функции  $f(x_1, x_2)$  последовательно по переменным  $x_1, x_2$ .

Пусть  $\bar{p} = (p_1, p_2)$ ,  $\bar{\tau} = (\tau_1, \tau_2)$  такие, что если  $0 < p_i < \infty$ , то  $0 \leq \tau_i \leq \infty$ , если  $p_i = \infty$ , то и  $\tau_i = \infty$ ,  $i = 1, 2$ . Анизотропным пространством Лоренца  $L_{\bar{p}, \bar{\tau}}[0,1]^2$  [10] назовем множество функций, для которых конечна величина:

$$\|f\|_{L_{\bar{p}, \bar{\tau}}[0,1]^2} = \left( \int_0^1 \left( \int_0^1 \left( t_2^{\frac{1}{p_2}} t_1^{\frac{1}{p_1}} f^{*1*2}(t_1, t_2) \right)^{\tau_1} \frac{dt_1}{t_1} \right)^{\frac{\tau_2}{\tau_1}} \frac{dt_2}{t_2} \right)^{\frac{1}{\tau_2}}.$$

Здесь и далее, когда  $\tau_i = \infty$ , интеграл  $\left( \int_0^1 (\varphi(t))^\tau \frac{dt}{t} \right)^{\frac{1}{\tau}}$  понимается как  $\sup_{t>0} \varphi(t)$ .

Тогда верна следующая теорема.

Теорема 1. Пусть  $1 < \bar{p} < \bar{q} < \infty$ ,  $0 < \bar{r}, \bar{s} \leq \infty$ ,  $\frac{1}{\xi_i} = \left( \frac{1}{s_i} - \frac{1}{r_i} \right)_+ = \max \left\{ \frac{1}{s_i} - \frac{1}{r_i}, 0 \right\}$ ,  $i = 1, 2$ .

Тогда последовательность комплексных чисел  $\lambda = \{ \lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2} \}_{(k_i, j_i) \in \Omega}$  является мультипликатором из  $L_{\bar{p}, \bar{r}}[0,1]^2$  в  $L_{\bar{q}, \bar{s}}[0,1]^2$  тогда и только тогда, когда

$$\left( \sum_{k_2=0}^{\infty} \left( \sum_{k_1=0}^{\infty} \left( 2^{k_1 \left( \frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} \right) + k_2 \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2} \right)} \sup_{\substack{1 \leq j_i \leq 2^{k_i} \\ i=1,2}} |\lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2}| \right)^{\xi_1} \right)^{\frac{\xi_2}{\xi_1}} \right)^{\frac{1}{\xi_2}} < \infty$$

и верно

$$\|\lambda\|_{m(L_{\bar{p}, \bar{r}}[0,1]^2 \rightarrow L_{\bar{q}, \bar{s}}[0,1]^2)} = \left( \sum_{k_2=0}^{\infty} \left( \sum_{k_1=0}^{\infty} \left( 2^{k_1 \left( \frac{1}{p_1} - \frac{1}{q_1} \right) + k_2 \left( \frac{1}{p_2} - \frac{1}{q_2} \right)} \sup_{\substack{1 \leq j_i \leq 2^{k_i} \\ i=1,2}} |\lambda_{k_1 k_2}^{j_1 j_2}| \right)^{\xi_1} \right)^{\frac{\xi_2}{\xi_1}} \right)^{\frac{1}{\xi_2}}.$$

Здесь и далее в случае, когда  $\xi_i = +\infty$ , соответствующая сумма в выражении справа заменяется на супремум.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки Республики Казахстан, грант AP14870361.

### Список использованной литературы

- 1 Burkholder D.L. A nonlinear partial differential equation and unconditional constant of the Haar system in  $L_p$  // Bull. Amer. Math. Soc. – 1982. – Vol. 7. – P. 591-595.
- 2 Yano S. On a lemma of Marcinkiewicz and its applications to Fourier series // Tohoku Math. J. – 1959. – Vol. 11. – P. 195-215.
- 3 Novikov I., Semenov E. Haar series and linear operators. – Dordrecht: Cluver Acad. Publ. – 1997. – 218 p.

- 4 Кротов В.Г. О безусловной сходимости рядов Хаара в  $L^p_\omega$  // Мат. заметки. – 1978. – Т. 23, №5. – С. 685-695.
- 5 Брыскин И.Б., Лелонд О.В., Семенов Е.М. Мультипликаторы рядов Фурье – Хаара // Сиб. мат. журнал. – 2000. – Т. 41, №4. – С. 758-766.
- 6 Girardi M., Operator-valued Fourier Haar multipliers // J. Math. Anal. Appl. – 2007. – Vol. 325. – P. 1314-1326.
- 7 Лелонд О.В., Семенов Е.М., Уксусов С.Н. Пространство мультипликаторов Фурье-Хаара // Сиб. мат. журнал. – 2005. – Т. 46, №1. – С. 130-138.
- 8 Семенов Е.М., Уксусов С.Н. Мультипликаторы рядов по системе Хаара // Сиб. матем. журнал. – 2012. – Т. 53, №2. – С. 388-395.
- 9 Wark H.M. Operator-valued Fourier Haar multipliers on vector-valued  $L_1$ spaces // J. Math. Anal. Appl. – 2017. – Vol. 450. – P. 1148-1156.
- 10 Нурсултанов Е.Д. Интерполяционные теоремы для анизотропных функциональных пространств и их приложения // Докл. РАН. – 2004. – Т. 394(1). – С. 1-4.

**ON SOLVABILITY OF A NONLOCAL BOUNDARY VALUE PROBLEM**

**Abdikalikova G.A.**

*K.Zhubanov Aktobe Regional University, Aktobe, Kazakhstan*

E-mail: [agalliya@mail.ru](mailto:agalliya@mail.ru)

We consider the nonlocal boundary value problem with integral condition on  $\bar{\Omega} = \{(x, t) : t \leq x \leq t + \omega, 0 \leq t \leq T\}, T > 0, \omega > 0$  for the system of partial differential equations

$$D \left[ \frac{\partial}{\partial x} u \right] = A(x, t) \frac{\partial u}{\partial x} + S(x, t)u + f(x, t), \quad u \in R^n, \quad (1)$$

$$B(x) \frac{\partial u}{\partial x}(x, 0) + C(x) \frac{\partial u}{\partial x}(x + T, T) + \int_0^T K(x, s) \frac{\partial u}{\partial x}(x, s) ds = d(x), \quad (2)$$

$$u(t, t) = \Psi(t), \quad t \in [0, T]. \quad (3)$$

Here  $u(x, t) = \text{col}(u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_n(x, t))$  is unknown function;  $D = \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}$ ;  $(n \times n)$  are matrices  $A(x, t)$ ,  $S(x, t)$ ,  $K(x, t)$ ,  $n$  is vector-function  $f(x, t)$ ,  $(n \times n)$  are matrices  $B(x)$ ,  $C(x)$ ,  $n$  is vector-function  $d(x)$  continued and is function  $\Psi(t)$  is continuously differentiable on  $\bar{\Omega}$ ,  $[0, \omega]$ ,  $[0, T]$  accordingly.

Let  $C(\bar{\Omega}, R^n)$  be a space of functions  $u : \bar{\Omega} \rightarrow R^n$ , are continuous on  $\bar{\Omega}$ , with norm

$$\|u\|_0 = \max_{(x,t) \in \bar{\Omega}} \|u(x, t)\|; \|A\| = \max_{(x,t) \in \bar{\Omega}} \|A(x, t)\| = \max_{(x,t) \in \bar{\Omega}} \max_{i=1, n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}(x, t)|, \|d\|_1 = \max_{x \in [0, \omega]} \|d(x)\|, \|\Psi\|_2 = \max_{t \in [0, T]} \|\Psi(t)\|.$$

In the present work are investigated a questions of solvability to wide extent of the boundary value problem with integral condition (1)-(3).

Used the work's idea [1]-[4] introduce new unknown functions  $v(x, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(x, t)$  and investigation problem is reduced to the equivalent problem for the system of hyperbolic first-order equations

$$Dv = A(x, t)v + S(x, t)u + f(x, t), \quad (x, t) \in \bar{\Omega}, \quad v \in R^n, \quad (4)$$

$$B(x)v(x, 0) + C(x)v(x + T, T) + \int_0^T K(x, s)v(x, s) ds = d(x), \quad (5)$$

$$u(x, t) = \Psi(t) + \int_t^x v(\eta, t) d\eta, \quad t \in [0, T]. \quad (6)$$

A pair  $(v(x, t), u(x, t))$  of continuous functions on  $\bar{\Omega}$  is called a solution to boundary problem for the system of hyperbolic first-order equations (4)-(6) to wide extent of Friedrichs if the function



$v(x, t) \in C(\overline{\Omega}, R^n)$  has a continuous derivative with respect to  $t$  along characteristic and satisfies family of ordinary differential equations, and condition (5), in which the functions  $u(x, t)$  and  $v(x, t)$  by the functional relation (6).

Using method of the characteristic receive in the  $\overline{H} = \{(\xi, \tau): 0 \leq \xi \leq \omega, 0 \leq \tau \leq T\}$ ,  $T > 0$ ,  $\omega > 0$  boundary value problem for the ordinary differential equations:

$$\frac{\partial \tilde{v}}{\partial \tau} = \tilde{A}(\xi, \tau)\tilde{v} + \tilde{S}(\xi, \tau)\tilde{u}(\xi, \tau) + \tilde{f}(\xi, \tau), \quad \tau \in [0, T], \quad (7)$$

$$\tilde{B}(\xi)\tilde{v}(\xi, 0) + \tilde{C}(\xi)\tilde{v}(\xi, T) + \int_0^T \tilde{K}(\xi, \tau)\tilde{v}(\xi, \tau)d\tau = \tilde{d}(\xi), \quad \xi \in [0, \omega], \quad (8)$$

$$\tilde{u}(\xi, \tau) = \Psi(\tau) + \int_{\tau}^{\xi+\tau} \tilde{v}(\zeta, \tau)d\zeta, \quad \tau \in [0, T]. \quad (9)$$

For the finding solution of boundary value problem (7)-(9), an algorithm is offered.

Step-0: in (7) accepting  $\tilde{u}(\xi, \tau) = \Psi(\tau)$ , and solved boundary value problem (7)-(8) we shall define initial approach  $\tilde{v}^{(0)}(\xi, \tau)$ . Using the  $\tilde{v}(\xi, \tau) = \tilde{v}^{(0)}(\xi, \tau)$  from correlation (9) finding  $\tilde{u}^{(0)}(\xi, \tau)$ .

Step-1: we shall take in right part (7)  $\tilde{u}(\xi, \tau) = \tilde{u}^{(0)}(\xi, \tau)$ , and solving boundary value problem (7)-(8) we shall define initial approximation  $\tilde{v}^{(1)}(\xi, \tau)$ . Substituting in (9) the function  $\tilde{v}^{(1)}(\xi, \tau)$  found, finding  $\tilde{u}^{(1)}(\xi, \tau)$ .

And so on.

On step- $k$ : continuing this process we shall get  $(\tilde{v}^{(k)}(\xi, \tau), \tilde{u}^{(k)}(\xi, \tau))$ .

On each step of the offered algorithm using the parameterization method [1].

By fixed  $\tilde{u}(\xi, \tau)$ ,  $\xi \in [0, \omega]$  the problem (7)-(8) will be to family two points of boundary value problem for the ordinary differential equations

To family two points of boundary value problem for the ordinary differential equations using the parameterization method.

**Theorem.** *Let the function  $\tilde{u}(\xi, \tau)$ ,  $\xi \in [0, \omega]$  be fixed and the family of two-point boundary value problem (7)-(8) for differential equations is solvable. Then following approximate  $(\tilde{v}^{(k)}(\xi, \tau), \tilde{u}^{(k)}(\xi, \tau))$  converges to the unique solution of the problem (7)-(9) and nonlocal boundary value problem (1)-(3) there is solvability in the wide extent.*

## References

1. Dzhumabaev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equation // U.S.S.R. Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 1989. – Vol. 29. – № 1. – pp. 34–46.
2. Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posed solvability of nonlocal boundary value problems for systems of hyperbolic equations // Differential equation. – 2005. – № 3 (41). – pp. 337-346.
3. Asanova A.T., Dzhumabaev D.S. Well-posedness of nonlocal boundary value problems with integral condition for the system of hyperbolic equations // Journal of Mathematical Analysis and Applications. – 2013. – №1 (402). – pp. 167-178.
4. Abdikalikova G.A. On solvability of one the nonlocal boundary value problem // Mathematical journal. – 2005. – № 3 (5). – pp. 5–10.

## THE BESSEL EQUATION ON $h$ -CALCULUS

**Aikyn Y.<sup>1</sup>, Shaimardanuly Y.<sup>2</sup>, Tokmagambetov N.S.<sup>3</sup>, Seitzhan N.S.<sup>3</sup>.**

<sup>1</sup>*L.N. Gumilyev Eurasian National University, Nur-Sultan, Kazakhstan;*

<sup>2</sup>*School-lyceum №71, Nur-Sultan, Kazakhstan;*

<sup>3</sup>*Karagandy University of the name of academician E.A. Buketov, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [aikynyergen@gmail.com](mailto:aikynyergen@gmail.com), [enrshin\\_90@mail.ru](mailto:enrshin_90@mail.ru),  
[nariman.tokmagambetov@gmail.com](mailto:nariman.tokmagambetov@gmail.com), [nartai\\_93@mail.ru](mailto:nartai_93@mail.ru)

Let  $h > 0$  and  $T_a := \{a, a+h, a+2h, \dots\}$ ,  $\forall a \in R$ . [1-2].

*Definition 1.* Let  $f : T_a \rightarrow R$ . Then the  $h$ -derivative of the function  $f = f(t)$  has the form and is defined as

$$D_h f(t) := \frac{f(\delta_h(t)) - f(t)}{h}, \quad t \in T_a,$$

where  $\delta_h(t) := t + h$ .

The  $h$ -integral (or the  $h$ -difference sum) is given by

$$\int_a^x f(t) d_h t = \sum_{k=a/h}^{x/h-1} f(kh)h, \quad x \in T_a.$$

*Definition 2.* Let  $t, \alpha \in R$ . Then the  $h$ -fractional function  $t_h^{(\alpha)}$  is defined as

$$t_h^{(\alpha)} = h^\alpha \frac{\Gamma\left(\frac{t}{h} + 1\right)}{\Gamma\left(\frac{t}{h} + 1 - \alpha\right)},$$

where  $\Gamma$  is the gamma function of Euler,  $\frac{t}{h} \notin \{-1, -2, -3, \dots\}$  and we use the convention that division at the pole gives zero. Notice that

$$\lim_{h \rightarrow 0} t_h^{(\alpha)} = t^\alpha.$$

*Definition 3.* (Fundamental theorem  $h$ -calculus) If  $F(x)$  is an  $h$ -antiderivative of  $f(x)$  is continuous at  $x = 0$ , we get

$$\int_a^b f(x) d_h x = F(b) - F(a),$$

for  $a, b \in T_a$ .

*The Bessel differential equation.* We consider the  $h$ -difference equation in the following form:

$$t_h^{(2)} D_h^2 y(t-2h) + t_h^{(1)} D_h y(t-h) + t_h^{(2)} y(t-2h) - \nu^2 y(t) = 0 \quad (1)$$

which is the equation (1) is called the  $h$ -Bessel equation of the indicator in  $\nu$ , where  $\nu$  is a real number. This equation has a special point  $t = 0$  (the coefficient at the highest derivative in (1) vanishes at  $t = 0$ ).

*Theorem 1.* Let  $\nu \leq 0$ . Then there is a particular solution to equation (1), given by a uniformly convergent series

$$J_{\nu,h}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k t_h^{\nu+2k}}{k! \Gamma(\nu+k+1) 2^{\nu+2k}}$$

which is the solution of the Bessel equation and is called the Bessel function of the first kind  $\nu$ -th order.

*The  $h$ -Bessel operator:* In this article, we consider a discrete analogue of the Bessel operator, where the  $h$ -Bessel operator has in the following form:

$$(B_h y)(t) = t_h^{(-2\nu-1)} D_h \left[ D_h y(t) \frac{1}{t_h^{(-2\nu-1)}} \right].$$

In addition,  $B_h$  is a linear operator, that is

$$B_h(\alpha y + \beta f) = \alpha B_h(y) + \beta B_h(f), \quad \forall y, f \in L_{\nu,h}^2(a, b).$$

*Theorem 4.* (Orthogonality of eigenfunctions). Let  $(\lambda_1, y)$  and  $(\lambda_2, y)$  two pairs of eigenvalues and eigenfunctions, and  $\lambda_1 \neq \lambda_2$ . Then, for both regular and periodic problems, the corresponding eigenfunctions  $y(t)$  and  $f(t)$  are orthogonal with weight  $r$  (therefore  $\langle y(t), f(t) \rangle = 0$ ).

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP08052208).

### References

- 1 Cheung P., Kac V. Quantum calculus // Edwards Brothers. Inc. Ann Arbor. MI. USA. - 2000. – P. 112.
- 2 Girejko E., Mozyrska, D. Overview of fractional  $h$ -difference operators // Advances in harmonic analysis and operator theory, Oper. Theory Adv. Appl., Birkhauser/Springer. Basel AG. Basel. - 2013. –Vol. 229. – P. 253–268.
- 3 Ferreira R.A.C., Torres D.F.M. Fractional  $h$ -difference equations arising from the calculus of variations // Appl. Anal. Discrete Math., - 2011.–Vol. 1 (5).–P. 110–121

### ON THE NON-LOCAL PROBLEMS FOR A BARENBLATT - ZHELTOV - KOCHINATYPE TIME-FRACTIONAL EQUATIONS WITH HILFER DERIVATIVE

Ashurov R.R.<sup>1</sup>, Fayziev Yu.E.<sup>2</sup>, Tokhtaeva N.<sup>3</sup>, Khushvaktov N.Kh.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics, the Academy of Sciences of the Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

<sup>2,3,4</sup>*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

E-mail: <sup>1</sup>[ashurovr@gmail.com](mailto:ashurovr@gmail.com), <sup>2</sup>[fayziev.yusuf@mail.ru](mailto:fayziev.yusuf@mail.ru),

<sup>3</sup>[nozimatoytayeveva3715@gmail.com](mailto:nozimatoxtayeva3715@gmail.com), <sup>4</sup>[nuriddinh@gmail.com](mailto:nuriddinh@gmail.com)

Let  $H$  be a separable Hilbert space and  $A: H \rightarrow H$  be an arbitrary unbounded positive selfadjoint operator in  $H$ . Suppose that  $A$  has a complete in  $H$  system of orthonormal eigenfunctions  $\{v_k\}$  and a countable set of positive eigenvalues  $\lambda_k$ . It is convenient to assume that the eigenvalues do not decrease as their number increases, i.e.  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \rightarrow +\infty$ .

Let  $\alpha \in (0, 1)$ ,  $\beta \in [0, 1]$  and a function  $h(t)$  be defined on  $[0, \infty)$ . The the Riemann-Liouville fractional integrals [1] of order  $\gamma$  function  $h(t)$  has the form

$$J_{a+}^{\gamma} h(t) = \frac{1}{\Gamma(\gamma)} \int_a^t (t-\tau)^{\gamma-1} h(\tau) d\tau.$$

The Hilfer derivative [2] defined as

$$D^{\alpha,\beta} f(t) = J^{\beta(1-\alpha)} \frac{d}{dt} J^{(1-\beta)(1-\alpha)} f(t).$$

Consider the following problem

$$\begin{cases} D_t^{\alpha,\beta} u(t) + A(D_t^{\alpha,\beta} u(t)) + Au(t) = f, & 0 < t \leq T; \\ J_t^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(t) \Big|_{t=\xi} = \lim_{t \rightarrow +0} J_t^{(1-\beta)(1-\alpha)} u(t) + \varphi, & 0 < \xi \leq T, \end{cases} \dots\dots\dots(1)$$

where  $\varphi, f \in H$  and  $\xi$  is fixed point. These problems are also called *the forward problems*.

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a solution to the forward problem (1).

Moreover, we study the inverse problem of finding the right side of the equation. For this, we need an additional condition and as an additional condition, we will get the following condition:

$$u(\tau) = \Psi, \quad 0 < \tau \leq T, \tag{2}$$

where  $\tau$  – a fixed point. In this case, the function  $f$  does not depend on  $t$ .

### References

1. A.A. Kilbas, H.M. Srivastava, J.J. Trujillo, Theory and Applications of Fractional Differential Equations, Elsevier (2006).
2. R. Hilfer, Applications of Fractional Calculus in Physics. Singapore: World Scientific (2000).
3. R. Hilfer, Yu. Luchko, Z. Tomovski, Operational method for the solution of fractional differential equations with generalized Riemann-Liouville fractional derivatives, Fractional Calculus and Applied analysis, V. 12, No 3 (2009)
4. Ashurov R., Fayziev Yu. On the nonlocal problems in time for time-fractional subdiffusion equations. Fractal and Fractional. 2022. V. 6. No 41 <https://doi.org/10.3390/fractalfract6010041>.

## SOLITARY AND PERIODIC WAVE SOLUTIONS OF THE LOADED NON-LINEAR KLEIN-GORDON EQUATION

**Babajanov B.A.<sup>1</sup>, Abdikarimov F.B.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan*

<sup>2</sup>*Khorezm Mamun Academy, Khiva, Uzbekistan*

E-mail: [a.muroid@mail.ru](mailto:a.muroid@mail.ru); [goodluck\\_0714@mail.ru](mailto:goodluck_0714@mail.ru)

The Klein-Gordon (KG) equation is a valuable class of the PDEs, and it first appeared in the relativistic quantum mechanics and field theory, which is highly significant for the high energy physicist [1, 2, 3], and it is applied for the modeling of different phenomena, including the propagation of dislocations in crystals and the behavior of elementary particles.

This equation is expressed in the following basic form

$$u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} = a(u). \tag{1}$$

The KG equation most probably first arose in a mathematical context with  $a(u) = e^u$  in the theory of constant surfaces in Liouville's work. The KG equation with cubic non-linearity  $a(u) = u^3 - u$  has been used in [4].

It should be noted that many methods have been developed to find special solutions of general forms of nonlinear KG equation (1) by several authors [5, 6].

In recent years, due to the intensive study of the problems of optimal management of the agroecosystem for instance, the problem of long-term forecasting and regulation of groundwater levels and soil moisture interest in loaded equations has increased significantly. Among the works devoted to loaded equations, one should especially note the works of A. Kneser [7], L. Lichtenstein [8], A. M. Nakhshev [9] and others. A full explanation of solutions of the non-linear loaded PDE and their applications can be found in the articles [10, 11, 12].

In this paper, we consider the following non-linear loaded KG equation and non-linear loaded coupled KG equation with variable coefficients

$$u_{tt} - u_{xx} - u_{yy} + b(u) = 0, \quad (2)$$

$$\begin{cases} u_{xx} + u_{yy} - u_{tt} - u + 2u^3 + 2uv + \varphi(t)u(0,0,t)u = 0 \\ v_x + v_y - v_t - 4uu_t + \varphi(t)v(0,0,t)v_x = 0, \end{cases} \quad (3)$$

where  $b(u) = \alpha u + \beta u^n + \gamma(t)u(0,0,t)u$ ,  $u(x, y, t)$  and  $v(x, y, t)$  are unknown functions, and  $v(x, y, t)$  is a scalar field;  $n = 2, 3, x \in R, y \in R, t \geq 0, \alpha$  and  $\beta$  are any constants,  $\gamma(t)$  and  $\varphi(t)$  are the given real continuous functions.

We construct exact travelling wave solutions of (2) and (3), that is the exact solutions of these equations including solitary wave solutions and periodic wave solutions are obtained by the functional variable method when these equations contains variable coefficients. All solutions of the loaded KG equation and the loaded coupled KG equation have been examined and three dimensional graphics of the obtained solutions have been drawn by using the Matlab software. The main advantage of the proposed functional variable method over other methods is that it provides more new exact traveling wave solutions along with additional free parameters when the equation contains variable coefficients.

The graphical representations of the soliton solutions and the periodic wave solutions by using distinct values of random parameter are demonstrated to better understand their physical features. The exact solutions have its great importance to reveal the internal mechanism of the physical phenomena. Apart from the physical relevance, the close-form solutions of nonlinear evolution equations facilitate the numerical solvers to compare the accuracy of their results and help them in the stability analysis.

## References

1. Greiner, W. Relativistic Quantum Mechanics. Wave Equations, 3rd ed.; Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 2000, <https://doi.org/10.1007/978-3-662-04275-5>.
2. El-Sayed, S.M. The decomposition method for studying the Klein-Gordon equation, Chaos Solitons Fractals, 2003, 18, 1025-1030, [https://doi.org/10.1016/s0960-0779\(02\)00647-1](https://doi.org/10.1016/s0960-0779(02)00647-1).
3. Wazwaz, A.M. Compactons, solitons and periodic solutions for some forms of nonlinear Klein-Gordon equations, Chaos Solitons Fractals, 2006, 28, 1005-1013, <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2005.08.145>.
4. Dashen, R.F., Hasslacher, B., Neveu, A. Nonperturbative methods and extended-hadron models in field theory. III. Four-dimensional non-Abelian models, Phys. Rev. D, 1974, 10, 4138-4142, <https://doi.org/10.1103/physrevd.10.4138>.
5. Wazwaz, A. The modified decomposition method for analytic treatment of differential equations, Appl. Math. Comput, 2006, 173, 165-176, <https://doi.org/10.1016/j.amc.2005.02.048>.
6. Abbasbandy, S. Numerical solution of non-linear Klein-Gordon equations by variational iteration method. Int. J. Numer. Methods Eng., 2006, 70, 876-881, <https://doi.org/10.1002/nme.1924>.
7. Kneser, A. Belasteteintegralgleichungen. Rend. Circ. Mat. Palermo, 1914, 37, 169-197, <https://doi.org/10.1007/bf03014816>.
8. Lichtenstein, L. Vorlesungen über Einige Klassen Nichtlinearer Integralgleichungen und Integro-Differential-Gleichungen Nebst Anwendungen, Springer: Berlin/Heidelberg, Germany, 1931, <https://doi.org/10.1007/978-3-642-47600-6>.
9. Nakhushev, A.M. Loaded equations and their applications, Differ. Equ., 1983, 19, 86-94.
10. Nakhushev, A.M. Boundary value problems for loaded integro-differential equations of hyperbolic type and some of their applications to the prediction of ground moisture, Differ. Equ., 1979, 15, 96-105.
11. Baltaeva, U. Urganch State University On some boundary value problems for a third order loaded integro-differential equation with real parameters, Vestn. Udmurt. Univ. Mat.Mekhanika. Komp'yuternyeNauk., 2012, 3, 3-12, <https://doi.org/10.20537/vm120301>.
12. Khasanov, A.B., Hoi tmetov, U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions, Bull. Irkutsk State Univ. Ser. Math., 2021, 38, 19-35. <https://doi.org/10.26516/1997-7670.2021.38.19>.

# INTEGRATION OF THE KAUP-BOUSSINESQ TYPE SYSTEM VIA INVERSE SCATTERING METHOD.

**Babajanov B.A., Azamatov A.Sh.**

<sup>1</sup>*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan.*

E-mail: [a.murod@mail.ru](mailto:a.murod@mail.ru), [azizbek.shavkatovich@gmail.com](mailto:azizbek.shavkatovich@gmail.com)

Nonlinear evolution equations are widely used as models to describe complex physical phenomena in various fields of sciences, especially in fluid mechanics, solid-state physics, plasma physics and biology. In [1], D.J. Kaup proved that the nonlinear system of equations

$$\begin{cases} \eta_\tau = \Phi_{xx} + \beta^2 \Phi_{xxx} - \varepsilon \cdot (\Phi_x \eta)_x \\ \eta = \Phi_\tau + \frac{1}{2} \varepsilon \cdot \Phi_x^2 \end{cases} \quad (1)$$

is completely integrable. This system was first derived by Boussinesq in the theory of wave propagation in shallow water [2] and therefore it is called the Kaup-Boussinesq system. One of the basic physical problems for this model is to obtain their soliton solutions. In [3], multisoliton solutions were found, and the asymptotic behavior of these solutions was investigated. In papers [4, 5], real finite-zone regular solutions of the Kaup-Boussinesq system are studied. In [6], the Kaup system with self-consistent sources is studied by means of the inverse problem for the quadratic pencil of Sturm-Liouville equations.

In recent years, in connection with intensive research of problems optimal management of the agroecosystem, for example, the problem of long-term forecasting and regulation of the level of groundwater and soil moisture, there has been a significant increase in interest in loaded equations. Among the works devoted to loaded equations, one should especially note the works of A. Kneser [7], L. Lichtenstein [8], A. M. Nakhushev [9], and others. It is known that the loaded differential equations contain some of the traces of an unknown function.

In this work, we consider the following loaded Kaup-Boussinesq type system

$$\begin{cases} v_t - v_{xxx} - 6uv_{xxx} - 18u_x u_{xx} + 6vv_x + 24vuu_x + 6v_x u^2 = \mu(t)v(0,t)u(0,t)v_x, \\ u_t - u_{xxx} + 6vu_x + 6v_x u + 30u_x u^2 = \mu(t)v(0,t)u(0,t)u_x \end{cases} \quad (2)$$

under initial condition

$$v(x,t)|_{t=0} = v_0(x), \quad u(x,t)|_{t=0} = u_0(x), \quad x \in \mathbb{R}. \quad (3)$$

where  $\mu(t)$  are given arbitrary continuous function and the functions  $v_0(x)$ ,  $u_0(x)$  satisfy the following conditions:

- (i)  $u_0(x)$  is absolutely continuous on each finite segment  $[\alpha, \beta] \subset (-\infty, \infty)$  and the inequalities hold

$$\int_{-\infty}^{\infty} |u_0(x)| dx < \infty, \quad \int_{-\infty}^{\infty} (1+|x|)[|v_0(x)| + |u_0'(x)|] dx < \infty, \quad (3)$$

- (ii) the operator generated by the differential expression

$$T(0, k) := -\frac{d^2}{dx^2} + v_0(x) + 2ku_0(x) - k^2$$

has exactly  $2N$  simple eigenvalues  $k_1(0), k_2(0), \dots, k_{2N}(0)$ .

The main aim of this work is to derive representations for the solutions  $v(x,t)$  and  $u(x,t)$  of the Cauchy problem (2)-(3) within the inverse scattering method for the quadratic pencil of Sturm-Liouville operators:

$$T(t, k)y := -y'' + v(x,t)y + 2ku(x,t)y - k^2y = 0, \quad x \in \mathbb{R}$$

## References

1. Kaup D. J., A Higher-Order Water-Wave Equation and the Method for Solving It// Progress of Theoretical Physics, 1975, vol. 54, issue 2, pp. 396-408.
2. Boussinesq J., Theorie de l'itumescence liquide appelee onde solitarie ou de translation, sepropageant dans un canal rectangulaire// Comptes Rendus Hebdomadaires des Seance de l'Academie des Sciences, 1871, 72, pp.755-759.
3. Matveev V.B., Yavor M. I., Solutions Presque Periodiques et a N-solitons de l'Equation Hydrodynamique Nonlineaire de Kaup// Ann.Inst. Henri Poincare, Sect., 1979, A. 31, no. 1, pp. 25-41.
4. Smirnov A.O., Real Finite-Gap Regular Solutions of the Kaup-Boussinesq Equation// Theor. Math. Phys. 1986, vol.66, no.1, pp.19-31.
5. Mitropolsky Yu., Bogolyubov N. Jr., Prykarpatsky A., Samoilenko V., Integrable dynamical system: spectral and differential-geometric aspects// Naukova Dunka, Kiev, 1987.
6. Jaulent M., Miodek I., Nonlinear Evolution Equation Associated with Energy-Dependent Schrodinger Potentials// Lett. Math.Phys., 1976, vol. 1, no. 3, pp. 243-250.
7. Kneser A. Rendicon ti del Circolo Matematico di Palermo, 1914, t. 37, p. 169–197.
8. Lichtenstein L., Vorlesungen uber einege Klassen nichtlinear Integralgleichungen und Integral differential gleichungen nebst, Anwendungen, Berlin: Springer, 1931.
9. Nakhushev A.M. Equations of Mathematical Biology, Vishaya shkola, Moscow, 1995, 302 p.

## ON THE PERIODIC CAMASSA – HOLM EQUATION WITH A SOURCE

**Babajanov B.A., Atajonov D.O.**

*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan*

E-mail: [a.muroid@mail.ru](mailto:a.muroid@mail.ru), [diwa\\_4848@mail.ru](mailto:diwa_4848@mail.ru)

We consider the Camassa – Holm (CH) equation with a self-consistent source

$$u_t - u_{xxt} = uu_{xxx} + 2u_x u_{xx} - 3uu_x + \sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k(t) s(\pi, \lambda_k, t) q_x(x, t) \psi^2(x, \lambda_k, t) + 2q(x, t) (\psi^2(x, \lambda_k, t)) \quad (1)$$

in the class of real-valued  $\pi$ - periodic on the spatial variable  $x$  function  $u = u(x, t)$  which satisfy the regularity of assumption  $u \in C_x^3(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0)$  with the initial condition

$$u(x, 0) = u_0(x), x \in R, \quad (2)$$

where  $q(x, t) = u(x, t) - u_{xx}(x, t)$  and  $u_0(x) \in C^3(R)$  is the given real-valued  $\pi$ - periodic function and  $\psi(x, \lambda_k, t)$  are the Floquet solution (normalized by the condition  $\psi(0, \lambda_k, t) = 1$  of the weighted Sturm-Liouville equation.

$$y'' = \frac{1}{4} y + \lambda q(x, t) y, x \in R. \quad (3)$$

Here  $\lambda_k$  is zeros of the function  $\Delta^2(\lambda) - 4$ , where  $\Delta(\lambda) = c(\pi, \lambda, t) + s'(\pi, \lambda, t)$ . We denote by  $c(x, \lambda, t)$  and  $s(x, \lambda, t)$  the solutions of equation (3) satisfying the initial conditions  $c(0, \lambda, t) = 1, c'(0, \lambda, t) = 0$  and  $s(0, \lambda, t) = 0, s'(0, \lambda, t) = 1$  respectively. In system (1), the functions  $\alpha_k(t), k \in Z$ , can be chosen freely within the class of real-valued continuous functions having uniform asymptotic decay  $\alpha_k = O\left(\frac{1}{k^2}\right), k \rightarrow +\infty$ , thus providing uniform convergence of the series in equation (1).

The aim of this work is to provide a procedure for constructing the solution  $u(x, t), \psi(x, \lambda_k, t)$  of problem (1)-(3) using the inverse spectral theory for the weighted Sturm-Liouville equation (3).

For a discussion of integration of the CH equation we refer to works [1-4]. With regard to their applications we refer to works [5-6].

In [7], the CH equation with a self-consistent source was constructed and investigated using the Darboux transformation. In [8], the CH equation with a self-consistent source was integrated by the method of inverse scattering theory.

The main result of the paper is stated in the theorem below.

Theorem 1. Let  $u(x, t)$  and  $\psi(x, \lambda_k, t)$  be solution of the problem (1)-(3). Then the spectrum of the problem (3) does not depend on  $t$ , and the spectral parameters  $\xi_n = \xi_n(t)$ ,  $\sigma_n = \sigma_n(t)$ ,  $n \geq 1$  satisfy the analogue of the system of Dubrovin equations

$$\dot{\xi}_n = \left\{ \frac{1}{2\xi_n} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{1}{\xi_j} + \frac{1}{4} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{\lambda_k} + \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\xi_n \alpha_k(t) s(\pi, \lambda_k, t)}{\xi_n - \lambda_k} \right\} h_n(\xi),$$

where

$$h_n(\xi) = - \frac{\sigma_n \xi_n \sqrt{\left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_0}\right) \prod_{i=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_{2i-1}}\right) \left(1 - \frac{\xi_n}{\lambda_{2i}}\right)}}{\prod_{j \neq n, j=1}^{\infty} \left(1 - \frac{\xi_n}{\xi_j}\right)}.$$

The sign  $\sigma_n(t) = \pm 1$  changes at each collision of the point  $\xi_n(t)$  with the boundaries of its gap  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ . Moreover, the following initial conditions are fulfilled:

$$\xi_n(t)|_{t=0} = \xi_n^0, \quad \sigma_n(t)|_{t=0} = \sigma_n^0, \quad n \geq 1,$$

where  $\xi_n^0$ ,  $\sigma_n^0$ ,  $n \geq 1$  are the spectral parameters of the weighted Sturm-Liouville equations (3) corresponding to the coefficients  $q_0(x) = u(x, 0) - u_{xx}(x, 0) < 0$ .

## References

1. Camassa R. and Holm D. D. An integrable shallow water equation with peaked solitons// Phys. Rev. Lett. 1993. Vol.71, 1661\_1664.
2. Constantin A. On the inverse spectral problem for the Camassa-Holm equation// J. Funct. Anal. 1998. Vol.155, 352\_363.
3. Korotayev E. Inverse Spectral Problem for the Periodic Camassa-Holm Equation// Journal of Nonlinear Mathematical Physics. 2004. Vol.11, No 4. 499\_507.
4. Gesztesy F. and Holden H. Real-valued algebro-geometric solutions of the Camassa-Holm hierarchy// Phil.Trans.R.Soc.A. 2008. Vol.366, 1025\_1054.
5. Johnson R. The Camassa-Holm equation for water waves moving over a shear flow// Fluid Dynam. Res. 2003. Vol.33, 97\_111.
6. Alber M.S., Camassa R., Holm D.D. and Marsden J.E. The geometry of peaked solitons and billiard solutions of a class of integrable PDE's// Lett.Math.Phys, 1994. Vol.32, 137\_151.
7. Huang Y., Yao Y., Zeng Y. On Camassa-Holm equation with self-consistent sources and its solutions// Communications in theoretical physics. 2010. Vol.53, No 3. 403-412.
8. Baltaeva I.I., Urazboev G.U. About the Camassa-Holm equation with a self-consistent source// Ufa mathematical journal, 2011. Vol.3, No 2. 10-18.

## INTEGRATION OF THE FINITE COMPLEX TODA CHAIN WITH A SELF-CONSISTENT SOURCE

**Babajanov B.A., Ruzmetov M.M., Yakubov H.E.**

<sup>1</sup>Urgench State University, Urgench, Uzbekistan.

E-mail: [a.murod@mail.ru](mailto:a.murod@mail.ru), [rmurod2002@gmail.com](mailto:rmurod2002@gmail.com), [yakubov0404@mail.ru](mailto:yakubov0404@mail.ru)

The finite Toda lattice is a nonlinear Hamiltonian system which describes the motion of  $N$  particles moving in a straight line, with “exponential interactions”[1]. A huge number of papers has been devoted to the investigation of the Toda lattices and their various generalizations, from which we indicate here only [2, 3]. With regard to their applications we refer to works [4, 5].

We consider the following system of equations



$$\begin{cases} \dot{a}_n = a_n(b_n - b_{n+1}) + a_n \sum_{i=1}^N ((g_n^i)^2 - (g_{n+1}^i)^2), \\ \dot{b}_n = 2(a_{n-1}^2 - a_n^2) - 2 \sum_{i=1}^N g_n^i (a_n g_{n+1}^i - a_{n-1} g_{n-1}^i), \\ a_{n-1} g_{n-1}^k + b_n g_n^k + a_n g_{n+1}^k = \lambda_k g_n^k, k = 1, \dots, N, n = 0, 1, \dots, N-1 \end{cases} \quad (1)$$

with the boundary conditions

$$a_{-1} = a_{N-1} = 0. \quad (2)$$

The system (1),(2) is considered subject to the initial conditions

$$a_n(0) = a_n^0, b_n(0) = b_n^0, n = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3)$$

where  $a_n^0, b_n^0$  are given complex numbers such that  $a_n^0 \neq 0$  ( $n = 0, 1, \dots, N-2$ ),  $a_{N-1}^0 = 0$ .

The main aim of this work is to derive representations for the solutions  $a_n(t), b_n(t), g_n^1(t), g_n^2(t), \dots, g_n^N(t)$ ,  $n = 0, 1, \dots, N-1$  of the finite complex Toda lattice (1) with a self-consistent source by means of the inverse spectral problem for the complex Jacobi matrices. For this goal spectral data of the complex Jacobi matrices are introduced and an inverse spectral problem from the spectral data is solved. The time evolution of the spectral data for the Jacobi matrix associated with the solution of the Toda lattice is computed. Using the solution of the inverse spectral problem with respect to the time-dependent spectral data we reconstruct the time-dependent Jacobi matrix and hence the desired solution of the finite complex Toda lattice with self-consistent source.

### References

1. Huseynov A., Guseinov G.Sh. Solution of the finite complex Toda lattice by the method of inverse spectral problem // App. Math. and Comp. 2010, v. 219, pp. 5550- 5563.
2. Toda M. Theory of Nonlinear Lattices. New York: Springer, 1981.
3. Flaschka H., The Toda lattice, I // Phys. Rev., 1974, B 9, pp. 1924-1925.
4. Moser J., Three integrable Hamiltonian systems connected with isospectral deformations // Adv. Math., 1975, vol. 16, pp. 197-220.
5. Muto V., Scott A.C., Christiansen P. L., Thermally generated solitons in a Toda lattice model of DNA // Physics Letters A, 1989, vol. 136, pp. 33-36.

## A PROBLEM FOR LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH PIECEWISE CONSTANT ARGUMENT OF GENERALIZED TYPE

**Bakirova E.A.<sup>1,2</sup>, Kadirbayeva Zh.M.<sup>1,3</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [bakirova1974@mail.ru](mailto:bakirova1974@mail.ru), [zhkadirbayeva@gmail.com](mailto:zhkadirbayeva@gmail.com)

We consider the following linear three-point boundary-value problem for the system of loaded differential equations with piecewise constant argument of generalized type:

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= A_0(t)x + K(t)x(\gamma(t)) + \sum_{i=1}^{m+1} A_i(t)x(\theta_{i-1}) + f(t), \quad t \in (0, T), (1) \\ Bx(0) + Dx(\theta_1) + Cx(T) &= d, \quad d \in R^n, \quad x \in R^n, \quad (2) \end{aligned}$$

where  $(n \times n)$ -matrices  $A_j(t)$ ,  $(j = \overline{0, m+1})$ ,  $K(t)$  are continuous on  $[0, T]$ , and  $n$ -vector-function  $f(t)$  is piecewise continuous on  $[0, T]$  with possible discontinuities of the first kind at the points

$t = \theta_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ ;  $B, C$  and  $D$  are constant  $(n \times n)$ -matrices, and  $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$ ,  $\|x\| = \max_{i=1, n} |x_i|$ .

The argument  $\gamma(t)$  is a step function defined as  $\gamma(t) = \xi_{i-1}$  if  $t \in [\theta_{i-1}, \theta_i)$ ,  $i = \overline{1, m+1}$ ;  $\theta_{i-1} < \xi_{i-1} < \theta_i$  for all  $i = \overline{1, m+1}$ ; where  $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$ .

A function  $x(t)$  is called a solution to problem (1), (2) if:

- (i)  $x(t)$  is continuous on  $[0, T]$ ;
- (ii)  $x(t)$  is differentiable on  $[0, T]$  with the possible exception of the points  $\theta_j$ ,  $j = \overline{0, m}$ , where the one-sided derivatives exist;
- (iii)  $x(t)$  satisfies (1) on each interval  $(\theta_{i-1}, \theta_i)$ ,  $i = \overline{1, m+1}$ ; at the points  $\theta_j$ ,  $j = \overline{0, m}$ , Eq. (1) is satisfied by the right-hand derivatives of  $x(t)$ ;
- (iv)  $x(t)$  satisfies the boundary condition (2).

Boundary-value problems for differential equations with piecewise constant argument have been under intensive investigation of researchers in mathematics, biology, engineering, and other fields for the last 30 years [1-3]. Many problems for loaded differential equations and methods for solving them were investigated in [4-8] and the references therewith.

Main goal in this paper is to extend the Dzhumabaev parametrization method [9] to loaded differential equations with piecewise constant argument of generalized type. For this purpose, we have developed computational method solving a boundary-value problem for loaded differential equations with piecewise constant argument of generalized type.

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP08855726).

## References

1. Akhmet M.U. Almost periodic solution of differential equations with piecewise-constant argument of generalized type // *Nonlinear Analysis-Hybrid Systems*. -2008. -Vol. 2. -P. 456-467.
2. Akhmet M.U. On the reduction principle for differential equations with piecewise-constant argument of generalized type // *J. Math. Anal. Appl.* -2007. -Vol. 1. -P. 646-663.
3. Assanova A.T. Hyperbolic Equation with Piecewise-Constant Argument of Generalized Type and Solving Boundary Value Problems for It // *Lobachevskii J. of Math.* -2021. -Vol. 42, №15. -P. 3584-3593.
4. Nakhushhev A.M. Loaded Equations and their Applications. -M.: Nauka, 2012 [in Russian].
5. Dzenaliev M.T. Loaded equations with periodic boundary conditions // *Differential equations*. -2001. -Vol. 37, № 1. -P. 51-57.
6. Assanova A.T., Imanchiyev A.E., Kadirbayeva Zh.M. Numerical solution of systems of loaded ordinary differential equations with multipoint conditions // *Comput. Math. Math. Phys.* -2018. -Vol. 58, № 4. -P. 508-516.
7. Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. Numerical method of solution to loaded nonlocal boundary value problems for ordinary differential equations // *Comput. Math. Math. Phys.* -2014. -Vol. 54. -P. 1096-1109.
8. Parasidis I.N. Extension method for a class of loaded differential equations with nonlocal integral boundary conditions // *Bulletin of the Karaganda univ.* -2019. -Vol. 96, № 4. -P. 58-68.
9. Dzhumabaev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // *USSR Comput. Math. Math. Phys.* -1989. -Vol. 29. -P. 34-46.

## INTEGRATION OF THE LOADED SINE-GORDON EQUATION WITH SOURCE OF THE INTEGRAL TYPE.

<sup>1</sup>Baltaeva I., <sup>2</sup>Khajibaeva S., Otaboyeva D.

*Urgench State University*

E-mail: <sup>1</sup>[iroda-b@mail.ru](mailto:iroda-b@mail.ru), <sup>2</sup>[surayyo.khajiboyeva@mail.ru](mailto:surayyo.khajiboyeva@mail.ru)

The sine-Gordon equation arises in applications as diverse as the description of surfaces of constant mean curvature.

In the work [1],[2] were shown that the sine-Gordon equation with a self-consistent source and loaded sine-Gordon equation with a self-consistent source can be solved using the inverse scattering problem method.

In this paper, we are consider the system of equations

$$\begin{cases} u_{xt} = \sin u + \gamma(t)u_x(0,t)u_{xx} + \int_{-\infty}^{\infty} (\phi_1^2 - \phi_2^2) d\eta \\ L(t)\phi = \eta\phi \end{cases} \quad (1)$$

with the initial condition

$$u(x,0) = u_0(x), \quad x \in R, \quad (2)$$

where  $\gamma(t)$  – given continuous function,

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & \frac{u_x}{2} \\ \frac{u_x}{2} & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}.$$

The initial function  $u_0(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) has the following properties:

$$1. \quad u_0(x) \equiv 0 \pmod{2\pi} \quad \text{at } x \rightarrow \infty;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0'(x)| + |u_0''(x)| dx < \infty$$

2. The operator  $L(0)$  has not spectral singularities and in the upper half of the complex plane it has  $N$  simple eigenvalues  $\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_N(0)$  lying in the upper semi-plane of the complex plane.

In the problem, the vector function  $\phi = (\phi_1(x, \eta, t), \phi_2(x, \eta, t))^T$  is the solution of the system of equations  $L(t)\phi = \eta\phi$  determined by the asymptotics

$$\phi \rightarrow M(\eta, t) \begin{pmatrix} \exp(-i\eta x) \\ \exp(i\eta x) \end{pmatrix}, \quad \text{at } x \rightarrow \infty$$

Where  $M(\eta, t)$  - is a initially given continuous function that satisfies the conditions

$$M(-\eta, t) = M(\eta, t), \quad \int_{-\infty}^{\infty} |M(\eta, t)|^2 d\eta < \infty \quad (3)$$

for all non-negative values of  $t$ .

The solution  $u(x, t)$  of problem (1)-(3) is sought for a class of functions that have sufficient smoothness and rather quickly tends to its limits at  $x \rightarrow \pm\infty$ ,

$$u(x, t) \equiv 0 \pmod{2\pi}, \quad |x| \rightarrow \infty;$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_x(x, t)| + |u_{xx}(x, t)| dx < \infty \quad (4)$$

Equation (1) refers to the class of so-called loaded equations[2].

In this work, we obtained representations for the solutions  $u(x, t), \phi(x, \eta, t)$  of problem (1)-(4) with in the framework of the inverse scattering problem method for the operator  $L(t)$ .

## References

1. A. B. Khasanov, G. U. Urazboev, On the Sine–Gordon equation with a selfconsistent source of the integral type, Zh. Mat. Fiz. Anal. Geom., 2006, Volume 2, Number 3, 287–298
2. Нахушев А. М. Нагруженные уравнения и их приложения. Дифференциальный уравнения, 1983. Т.19, № 1. С. 86-94

**FORWARD AND INVERSE PROBLEMS FOR THE BARENBLATT-ZHELTOV-KOCHINA TYPE EQUATION WITH THE INITIAL CONDITION GIVEN BY A FRACTIONAL DERIVATIVE**

**Fayziev Yu.E.**

*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

E-mail: [fayziev.yusuf@mail.ru](mailto:fayziev.yusuf@mail.ru)

Let  $H$  be a separable Hilbert space and  $A:H \rightarrow H$  be an arbitrary unbounded positive selfadjoint operator in  $H$ . We assume that  $A$  has compact inverse  $A^{-1}$ . Let  $\lambda_k$  and  $v_k$  be the eigenvalues and corresponding eigenfunctions of  $A$ :

$$Av_k = \lambda_k v_k,$$

where  $0 < \lambda_1 \leq \lambda_2 \leq \dots \rightarrow +\infty$  and the domain of this operator has the form

$$D(A) = \{h \in H : \sum_{k=1}^{\infty} \lambda_k^2 |h_k|^2 < \infty\}.$$

Consider the following problem

$$\begin{cases} u_t(t) + A(u_t(t)) + Au(t) = 0, & 0 < t \leq T; \\ B_t^\rho u(+0) = \varphi, \end{cases} \quad (1)$$

where  $\varphi \in H$ . These problems are also called *the forward problems*.

The initial condition is defined by  $B_t^\rho$ . In particular, initial conditions can be given through the one-sided Marchaud, Grunwald-Letnikov or Liouville-Weyl fractional derivatives. Note  $B_t^\rho$  satisfies the following property

$$B_t^\rho e^{-at} = a^\rho e^{-at}, \quad t > 0, \quad a > 0. \quad (2)$$

This formula played an essential used in our paper here.

In this paper, we prove the existence and uniqueness of a solution to the forward problem (1).

**Theorem 1.** *Let  $\varphi \in D(A)$ . Then there exists a unique solution of the forward problem (1) and it has the representation*

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_k}{\mu_k^\rho} e^{-\mu_k t} v_k, \quad (3)$$

where  $\mu_k = \frac{\lambda_k}{1 + \lambda_k}$  and  $\varphi_k = (\varphi, v_k)$ .

Moreover, we study the inverse problem of finding the initial conditions of the problem (1). For this, we need an additional condition and as an additional condition, we will get the following condition:

$$u(\tau) = \Psi, \quad 0 < \tau \leq T, \quad (4)$$

where  $\tau$  – a fixed point.

**Theorem 2.** *Let  $\varphi, \Psi \in D(A)$ . Then the inverse problem (1), (4) has a unique solution  $\{u(t), \varphi\}$  and this solution has the following form*

$$u(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\varphi_k}{\mu_k^\rho} e^{-\mu_k t} v_k, \quad (5)$$

where

$$\varphi_k = \Psi_k \mu_k^\rho e^{\mu_k \tau},$$

and

$$\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} \Psi_k \mu_k^\rho e^{\mu_k \tau} v_k. \quad (6)$$

## References

1. Gorenflo R., Luchko Yu.F. and Umarov S.R. *On some boundary value problems for pseudo-differential equations with boundary operators of fractional order*. Fract. Calc. Appl. Anal.,3 (4), 454 - 468 (2000)
2. S.G. Samko, A.A. Kilbas, O.I. Marichev, *Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications*. New York and London, Gordon and Breach Science Publishers (1993). Translated from the Russian, Minsk, Nauka i Technika (1987).
3. Umarov S. *Introduction to fractional and pseudo-differential equations with singular symbols*. Springer. 2015.
4. Turmetov B.X. *On the smoothness of the solution of a boundary value problem with a fractional order boundary operator*. Mathematical works, T.7, No 1, pp. 189-199, (2004).
5. Ashurov R. R., Fayziev Yu. E. *On some boundary value problems for equations with boundary operators of fractional order*. International Journal of Applied Mathematics, V 34, No. 2 (2021), 283-295, doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v34i2.6>

## ON STABILIZATION PROBLEM FOR A LOADED HEAT EQUATION: THE TWO-DIMENSIONAL CASE

Imanberdiyev K.B.<sup>1,2</sup>, Ayazbayeva A.M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Al-Farabi Kazakh National University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [kanzharbek75ikb@gmail.com](mailto:kanzharbek75ikb@gmail.com)

**Introduction.** One of the important properties that characterize the behavior of solutions of boundary value problems for differential equations is stabilization, which has a direct relationship with the problems of controllability. The problems of solvability of stabilization problems of two-dimensional loaded equations of parabolic type with the help of feedback control given on the boundary of the region are investigated in the paper. These equations have numerous applications in the study of inverse problems for differential equations. The problem consists in the choice of boundary conditions (controls), so that the solution of the boundary value problem tends to a given stationary solution at a certain speed at  $t \rightarrow \infty$ . This requires that the control is feedback, i.e. that it responds to unintended fluctuations in the system, suppressing the results of their impact on the stabilized solution. The spectral properties of the loaded two-dimensional Laplace operator, which are used to solve the initial stabilization problem, are also studied. The paper presents an algorithm for solving the stabilization problem, which consists of constructively implemented stages. The idea of reducing the stabilization problem for a parabolic equation by means of boundary controls to the solution of an auxiliary boundary value problem in the extended domain of independent variables belongs to A.V. Fursikov [1]. At the same time, recently, the so-called loaded differential equations are actively used in problems of mathematical modeling and control of nonlocal dynamical systems.

**Statement of the problem.** Let  $\Omega = \{x, y : -\pi/2 < x, y < \pi/2\}$  be a domain with a boundary  $\partial\Omega$ . In the cylinder  $Q = \Omega \times \{t > 0\}$  with lateral surface  $\Sigma = \partial\Omega \times \{t > 0\}$  we consider the boundary value problem for the loaded heat equation

$$u_t - \Delta u + \alpha u(0, y, t) + \beta u(x, 0, t) = 0, \quad \{x, y, t\} \in Q, \quad (1)$$

$$u(x, y, 0) = u_0(x, y), \quad \{x, y\} \in \Omega, \quad (2)$$

$$u(x, y, t) = p(x, y, t), \quad \{x, y, t\} \in \Sigma, \quad (3)$$

where  $\alpha, \beta \in \mathbb{C}$  are given (in general case are complex) bounded constants,  $u_0(x, y)$  is given function. The aim is to find a function  $p(x, y, t)$  such that a solution of the boundary value problem (1)–(3) satisfies the inequality

$$\|u(x, y, t)\|_{L_2(\Omega)} \leq C_0 e^{-\sigma t}, \quad \sigma > 0, \quad t > 0. \quad (4)$$

Note that here  $\sigma$  is a given constant and  $C_0$  is an arbitrary bounded constant.

Equation (1) is called a loaded equation [2,3]. We note that problem (1)–(4) with a single load point was studied in [4], and with a two-dimensional case was studied in [5–7].

**Auxiliary boundary value problem (BVP).** Let  $\Omega_1 = \{x, y: -\pi < x, y < \pi\}$  and  $Q_1 = \Omega_1 \times \{t > 0\}$ .

$$z_t - \Delta z + \alpha z(0, y, t) + \beta z(x, 0, t) = 0, \quad \{x, y, t\} \in Q_1, \quad (5)$$

$$z(x, y, 0) = z_0(x, y), \quad \{x, y\} \in \Omega_1, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^j z(-\pi, y, t)}{\partial x^j} = \frac{\partial^j z(\pi, y, t)}{\partial x^j}, \quad \{y, t\} \in (-\pi, \pi) \times \{t > 0\},$$

$$\frac{\partial^j z(x, -\pi, t)}{\partial y^j} = \frac{\partial^j z(x, \pi, t)}{\partial y^j}, \quad \{x, t\} \in (-\pi, \pi) \times \{t > 0\}, \quad j = 0, 1. \quad (7)$$

The problem is to find an initial function  $z_0(x, y)$  such that a solution of the BVP (5)–(7) satisfies the inequality

$$\|z(x, y, t)\|_{L_2(\Omega_1)} \leq C_0 e^{-\sigma t}, \quad \sigma > 0, \quad t > 0. \quad (8)$$

We recall, as we indicated above, that here  $\sigma$  is a given constant and  $C_0$  is an arbitrary bounded constant.

We will define the function  $z_0(x, y)$  as a continuation of the function  $u_0(x, y)$ , which was given in the original domain  $\Omega$ . Thus in the auxiliary boundary value problem (5)–(7) it is needed to find the function  $z_0(x, y)$  on the square  $\Omega_1$ , so that the requirement (8) is satisfied for a solution  $z(x, y, t)$  of the problem (5)–(7). In this case the condition (4) holds for restriction  $u(x, y, t)$  of  $z(x, y, t)$  too and a required boundary control  $p(x, y, t)$ ,  $\{x, y\} \in \Sigma$  is defined as trace of function  $z(x, y, t)$  for  $\{x, y, t\} \in \Sigma$ .

### References

1. Fursikov A.V. Stabilizability of quasi linear parabolic equation by feedback boundary control // *Sbornik Mathematics*, London Mathematical Society (United Kingdom), 192, No. 4 (2001), P. 593–639.
2. Nakhushiev A.M. Loaded equations and their applications // Moscow: Nauka, 2012, 232 p. (in Russian).
3. Amangaliev M., Akhmanova D., Dzhentaliev (Jenaliyev) M., Ramazanov M. Boundary value problems for a spectrally loaded heat operator with load line approaching the time axis at zero or infinity // *Differential Equations*, 47 (2011), P. 231–243.
4. Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I. Stabilization of solutions of loaded on zero-dimensional manifolds heat equation with using boundary controls // *Mathematical journal*, 15, No. 4 (2015), P. 33–53 (in Russian).
5. Jenaliyev M., Imanberdiyev K., Kassymbekova A. and Sharipov K. Spectral problems arising in the stabilization problem for the loaded heat equation: a two-dimensional and multi-point cases // *Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications*, 7, No. 1 (2019), P. 23–37.
6. Jenaliyev M., Imanberdiyev K., Kassymbekova A. and Sharipov K., Stabilization of solutions of two-dimensional parabolic equations and related spectral problems // *Eurasian Math. J.*, 11(1) (2020), P. 72–85.
7. Ayazbayeva A.M., Imanberdiyev K.B., Kassymbekova A.S. On stabilization problem for a loaded heat equation: the two-dimensional case // *JMMCS*, 3(111) (2021), P. 3–15.

## A NONLOCAL PROBLEM FOR ESSENTIALLY LOADED DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH INTEGRAL CONDITIONS

Kadirbayeva Zh.M.,<sup>1,2</sup> Bakirova E.A.<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics and Mathematical Modeling, Almaty, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*International Information Technology University, Almaty, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*Kazakh National Women's Teacher Training University, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [zhkadirbayeva@gmail.com](mailto:zhkadirbayeva@gmail.com)

We consider the following linear boundary value problem for systems of essentially loaded differential equations with integral conditions:

$$\frac{dx}{dt} = A_0(t)x + \sum_{i=1}^m A_i(t)x(\theta_i) + \sum_{i=1}^m M_i(t)\dot{x}(\theta_i) + f(t), \quad t \in (0, T), (1)$$

$$\sum_{j=0}^{m+1} \int_{\theta_{j-1}}^{\theta_j} B_j(t)x(t) dt = d, \quad d \in R^n, \quad x \in R^n, \quad (2)$$

where  $(n \times n)$ -matrices  $A_k(t)$ ,  $(k = \overline{0, m})$ ,  $M_i(t)$ ,  $(i = \overline{1, m})$ ,  $B_j(t)$ ,  $(j = \overline{0, m+1})$ , and  $n$ -vector-function  $f(t)$  are continuous on  $[0, T]$ ; and  $0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T$ ,  $\|x\| = \max_{i=1, n} |x_i|$ .

Let  $C([0, T], R^n)$  denote the space of continuous functions  $x: [0, T] \rightarrow R^n$  with the norm  $\|x\|_1 = \max_{t \in [0, T]} \|x(t)\|$ .

A solution to problem (1), (2) is a continuously differentiable on  $(0, T)$  function  $x(t) \in C([0, T], R^n)$  satisfying the system of essentially loaded differential equations (1) and the integral conditions (2).

In recent years the theory of problems for loaded differential equations has been advanced. Various important problems of mathematical physics and mathematical biology lead to boundary value problems for loaded differential equations [1, 2]. Different problems for loaded differential equations with integral conditions and methods for finding their solutions are considered in [3-6].

In this paper we use the approach offered in [7-9] to solve the boundary value problem for systems of essentially loaded differential equations with integral conditions (1), (2). This approach based on the algorithms of the Dzhumabaev parameterization method [10] and numerical methods for solving Cauchy problems for ordinary differential equations. Dzhumabaev parameterization method was previously developed for boundary value problems for loaded differential equations [6]. Conditions for the unique solvability of the investigating problems were established and algorithms for finding approximate solutions were constructed [7].

This research is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09258829).

## References

1. Nakhushiev A.M. Loaded Equations and their Applications. –M.: Nauka, 2012 [in Russian].
2. Dzhenaliev M.T., Ramazanov M.I. Loaded equations as perturbations of differential equations. –Almaty: Gylym, 2010 [in Russian].
3. Parasidis I.N. Extension method for a class of loaded differential equations with nonlocal integral boundary conditions // Bulletin of the Karaganda univ. -2019. –Vol. 96, № 4. –P. 58-68.
4. Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. On the numerical solution to loaded systems of ordinary differential equations with non-separated multipoint and integral conditions // Numer. Anal. Appl. -2014. –Vol. 7, № 1. –P. 1-14.
5. Abdullaev V.M., Aida-zade K.R. Solution to a class of inverse problems for a system of loaded ordinary differential equations with integral conditions // J. Inverse Ill-Posed Probl. -2016. –Vol. 24, № 5. –P. 543-558.
6. Kadirbayeva Zh.M. On the method for solving linear boundary-value problem for the system of loaded differential equations with multipoint integral condition // Mathematical journal. - 2017. -Vol. 17, №4(66). -P. 50-61.
7. Assanova A.T., Imanchiyev A.E., Kadirbayeva Zh.M. Numerical solution of systems of loaded ordinary differential equations with multipoint conditions // Comput. Math. Math. Phys. -2018. –Vol. 58, № 4. –P. 508– 516.
8. Dzhumabaev D.S. On one approach to solve the linear boundary value problems for Fredholm integro-differential equations // J. Comput. Appl. Math. -2016. –Vol. 294. –P. 342–357.
9. Kadirbayeva Zh.M. A numerical method for solving boundary value problem for essentially loaded differential equations // Lobachevskii J. Math. -2021. –Vol. 42, № 3. –P. 551–559.
10. Dzhumabaev D.S. Criteria for the unique solvability of a linear boundary-value problem for an ordinary differential equation // USSR Comput. Math. Math. Phys. -1989. –Vol. 29. –P. 34–46.

# A GENERALIZED $(G'/G)$ - EXPANSION METHOD FOR THE LOADED MODIFIED BURGERS–KdV EQUATION

**Khasanov M., Baltaeva I., Saparbaeva D.**  
*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan,*  
 E-mail: [hmuzaffar@mail.ru](mailto:hmuzaffar@mail.ru), [irod-b@mil.ru](mailto:irod-b@mil.ru)

This paper is dedicated to find the exact solutions of the equation of the loaded modified Burgers–KdV equation. It is shown to find the exact solutions via generalized  $(G'/G)$ - expansion method, that is one of the most effective way of finding exact solutions.

Consider the following loaded modified Burgers–KdV equation

$$u_t + pu^2u_x + qu_{xx} - ru_{xxx} + \gamma(t)u(0,t)u_x = 0, \quad (1)$$

where  $u(x,t)$  is an unknown function,  $x \in R$ ,  $t \geq 0$ ,  $\gamma(t)$  - is the given real continuous function.

## Description of the generalized $(G'/G)$ -expansion method

Let us be given a nonlinear partial differential equation in the form below

$$F(u, u_t, u_x, u_{tt}, u_{xx}, u_{xt}, \dots) = 0 \quad (2)$$

with two independent variables  $x$  and  $t$ .  $u = u(x,t)$  is a unknown function,  $F$  is a polynomial in  $q$  and its partial derivatives in which the highest order derivatives and nonlinear terms are involved. Now we give the main steps of the generalized  $(G'/G)$ -expansion method [3]:

**Step 1.** We look for the  $u$  in the travelling form:

$$u(x,t) = u(\xi), \quad \xi = kx - \Omega(t), \quad (3)$$

where  $k$  is parameter and  $\Omega(t)$  is a continuous function dependent on  $t$ . We reduce equation (2) to the following nonlinear ordinary differential equation:

$$P(u, u', u'', u''', \dots) = 0, \quad (4)$$

where  $P$  is a polynomial of  $q(\xi)$  and its all derivatives  $u' = du(\xi)/d\xi$ ,  $u'' = d^2u(\xi)/d\xi^2$ .

**Step 2.** We assume that the solution of equation (4) has the form:

$$u(\xi) = \sum_{j=0}^m a_j \left( \frac{G'}{G} \right)^j, \quad (5)$$

where  $G = G(\xi)$  satisfies the following second order ordinary differential equation

$$G'' + \lambda G' + \mu G = 0, \quad (6)$$

where  $G' = dG(\xi)/d\xi$ ,  $G'' = d^2G(\xi)/d\xi^2$  and  $\lambda, \mu, a_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) are constants that can be determined later, provided  $a_m \neq 0$ .

**Step 3.b** We determine the integer number  $m$  by balancing the nonlinear terms of the highest order and the partial product of the highest order of (4).

**Step 4.** Substitute (5) along with (6) into (4) and collect all terms with the same order of  $\left( \frac{G'(\xi)}{G(\xi)} \right)$ ,

the left-hand side of (4) is converted into a polynomial in  $\left( \frac{G'(\xi)}{G(\xi)} \right)$ . Then, set each coefficient of this polynomial to zero to derive a set of over-determined partial differential equations for  $a_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) and  $\xi$ .

**Step 5.** Substituting the values  $a_j$  ( $j=1,2,\dots,m$ ) and  $\xi$  as well as the solutions of equation (6) into (5) we have the exact solutions of equation (2).

## References

1. A. Bekir, Application of the  $(G'/G)$ -expansion method for nonlinear evolution equations, Phys. Lett. A, 372, 3400 (2008).



2. S. Zhang, J. L. Tong, W. Wang, A generalized (G'/G)-expansion method for the mKdV equation with variable coefficients, Phys. Lett. A, 372, 2254 (2008).
3. M. Wang, X. Li, J. Zhang, The (G'/G)-expansion method and travelling wave solutions of nonlinear evolution equations in mathematical physics, PhysLett. A., 372, 417 (2008).

## INTEGRATION OF THE LOADED SECOND-ORDER KORTEWEG-DE VRIES EQUATION WITH A FREE TERM INDEPENDENT OF THE SPATIAL VARIABLE

**Matyakubov M.M. and O. Xayitova S.**

*Urgench State University, Urgench, Uzbekistan*

E-mail: [mmm2210410@mail.ru](mailto:mmm2210410@mail.ru)

Solutions in the class of periodic functions for KdV equation were studied in [1]–[3] in various formulations. In the works of [4] the KdV equation with free a term independent of the spatial variable, and in the work of [5], [6] the KdV equation with a loaded term was studied.

In this work, we study the loaded second-order KdV equation with a free term independent of the spatial variable, namely, we consider the following equation

$$q_t = \frac{1}{4}q_{xxxxx} - 5q_x q_{xx} - \frac{5}{2}q q_{xxx} + \frac{15}{2}q^2 q_x + \gamma(t) \cdot q|_{x=0} \cdot q_x + f(t), \quad x \in R, t > 0 \quad (1)$$

with initial condition

$$q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \quad (2)$$

where  $\gamma(t) \in C[0, \infty)$  and  $f(t)$  is given real continuous function and  $q_0(x) \in C^5(R^1)$  is given real function. It is required to find a real function  $q(x, t)$ , that is  $\pi$ -periodic in a variable  $x$ :

$$q(x + \pi, t) \equiv q(x, t), \quad x \in R, t > 0 \quad (3)$$

and satisfies the smoothness conditions:

$$q(x, t) \in C_x^5(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0). \quad (4)$$

**Theorem.** Let  $q(x, t)$  be the solution of problem (1)-(4). Then the boundaries  $\lambda_n(t)$ ,  $n \geq 0$  of the spectrum of the following operator

$$L(\tau, t)y \equiv -y'' + q(x + \tau, t)y = \lambda y, \quad x \in R \quad (5)$$

satisfy the system of equations

$$\dot{\lambda}_n(t) = f(t), \quad n \geq 0, \quad (6)$$

and the spectral parameters  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $n \geq 1$  satisfy the analogue of the system of equations of Dubrovin:

$$\frac{\partial \xi_n}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) \left[ -\frac{1}{2}q_{\tau\tau}(\tau, t) + \frac{3}{2}q^2(\tau, t) + 2\xi_n^2 q(\tau, t) + 4\xi_n^2 - \gamma(t)q(0, t) \right] h_n(\xi) + f(t)$$

$$h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n)} \times \sqrt{(\xi_n - \lambda_0) \prod_{\substack{k=1 \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n)(\lambda_{2k} - \xi_n)}{(\xi_k - \xi_n)^2}}, \quad n \geq 1, \quad (7)$$

the sign  $\sigma_n(\tau, t)$  changes at each collision of the point  $\xi_n(\tau, t)$  with the boundaries of its gap  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ . Moreover, the following initial conditions are fulfilled:

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \quad \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau), \quad n \geq 1, \quad (8)$$

where  $\xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0(\tau)$ ,  $n \geq 1$  are the spectral parameters of the Sturm-Liouville equation corresponding to the coefficients  $q_0(x + \tau)$ .

**Remark.** Using the trace formula

$$q(\tau, t) = \lambda_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k} - 2\xi_k(\tau, t)) \quad (9)$$

$$q^2(\tau, t) - \frac{1}{2}q_{\tau\tau}(\tau, t) = \lambda_0^2 + \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_{2k-1}^2 + \lambda_{2k}^2 - 2\xi_k^2(\tau, t)) \quad (10)$$

system equations of Dubrovin can be rewritten in the “closed” form.

**Corollary 1.** The theorem gives a method for solving problem (1)-(4). First we find the spectral data  $\lambda_n^0$ ,  $n \geq 0$ ;  $\xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0(\tau)$ ,  $n \geq 1$  of the Sturm-Liouville equation

$$-y'' + q_0(x + \tau)y = \lambda y, \quad x \in R.$$

Solving equations (6) with initial conditions  $\lambda_n^0(t)|_{t=0} = \lambda_n^0$ ,  $n \geq 0$ , we find

$$\lambda_n(t) = \lambda_n^0 + \int_0^t f(s) ds, \quad n \geq 0. \quad (11)$$

Further, solving the Cauchy problem (7), (8) for  $\tau = 0$  we get  $\xi_n(0, t)$ ,  $n \geq 1$ . Then substituting this data into equation (7) and solving the Cauchy problem  $\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau)$ ,  $n \geq 1$  for Dubrovin system (7) we find  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $n \geq 1$ . Finally, by using the trace formula (9) and (10) we obtain  $q(\tau, t)$ .

**Remark.** Equations (6) show that the spectrum of the Sturm-Liouville operator (5) moves on the axis while keeping the initial structure, that is, the lengths of the gaps do not change.

**Corollary 2.** In [7], there was proved the theorem which states that the lengths of the gaps of the Sturm-Liouville equation with  $\pi$ -periodic real-valued coefficient decrease exponentially if and only if the coefficient is analytic. From this theorem we conclude that if  $q_0(x)$  is real analytical function, then the lengths of the gaps corresponding to this coefficient decrease exponentially. For the coefficient  $q(x, t)$  there correspond the same gaps. Thus the solution  $q(x, t)$  of problem (1)-(4) is real analytical functions on  $x$ .

**Corollary 3.** In [8], a generalization of Borg’s inverse theorem was proved: the number  $\pi / n$  is a period of the coefficient of the Sturm-Liouville equation with  $\pi$ -periodic real-valued coefficient if and only if all the lacunae whose numbers are not divisible by  $n$  are vanished. Here  $n \geq 2$  is a natural number and the lacuna  $(\lambda_{2k-1}, \lambda_{2k})$  has a number  $k$ . Therefore, if  $q_0(x)$  has a period  $\pi / n$  then the solution to problem (1)-(4) is the  $\pi / n$  - periodic function on  $x$ .

## References

- [1]. Новиков С.П. Периодическая задача Кортевега-де Фриза I. // Функц. анализ и прил., 1974, т. 8, № 3, с. 54-66.
- [2]. Дубровин Б.А., Новиков С.П. Периодический и условно периодический аналоги многосолитонных решений уравнения Кортевега-де Фриза. // ЖЭТФ, 1974, т. 67, № 12, с. 2131-2143.
- [3]. Lax P. Periodic Solutions of the KdV equation. // Comm. Pure Appl. Math., 1975, v. 28, p. 141-188.
- [4]. Yakshimuratov, A.B. Integration of the Korteweg-de Vries equation with a special free term in the class of periodic functions. // Ufa Mat. Journal. 2011, vol. 3, no. 4, p. 144-150.
- [5]. Яхшимуратов А.Б., Матякубов М.М. Интегрирование уравнения Кортевега-де Фриза с нагруженным членом в классе периодических функций// Известия вузов. Математика. 2016 г., N 2, с. 87-92.
- [6]. A. B. Khasanov and M. M. Matyakubov., Integration of the nonlinear Korteweg–de Vries equation with an additional term//Theoretical and Mathematical Physics, 2020, v. 203, No. 2, 596–607.
- [7]. Trubowitz E. The inverse problem for periodic potentials.// Comm. Pure. Appl. Math., 1977, v. 30, p. 321-337.
- [8]. Hochstadt H. A Generalization of Borg’s Inverse Theorem for Hill’s Equations. // Journal of math. analysis and applications, 1984, 102, p. 599-605.

# ON AN ABSOLUTE STABILITY OF CONTROL SYSTEMS WITH TACHOMETRIC FEEDBACK TAKING INTO ACCOUNT EXTERNAL LOAD

**Zhumatov S.S.**

*Institute of Mathematics and Mathematical modelling, Almaty, Kazakhstan*

E-mail: [sailau.math@mail.ru](mailto:sailau.math@mail.ru)

Letov A.M.[1] proposed the following formula:

$$\dot{\xi} = \phi(\sigma) \cdot \psi(\nu), \quad (1)$$

where the function  $\phi(\sigma)$  is continuous in  $\sigma$  and satisfies condition

$$\phi(0) = 0 \wedge \phi(\sigma)\sigma > 0 \quad \forall \sigma \neq 0. \quad (2)$$

He led to a convenient form for the study of the equation of the hydraulic actuator, taking into account the external load, obtained by V.A. Khokhlov[1]:

$$\dot{x} = \mu \sqrt{\frac{g}{\gamma}} \cdot \frac{l}{F} \sqrt{p_0 - \Delta p \text{sign} \sigma} \cdot \sigma \quad (3)$$

Here  $\mu \sqrt{\frac{g}{\gamma}} \cdot \frac{l}{F}$  is the constructive constant,  $\mu$  is the flow coefficient,  $\sigma$  is the spool displacement,  $p_0 = p_k - p_a$  is pressure in the supply line,  $p_k$  is pressure at the drain,  $\Delta p$  is pressure difference in the chambers of the actuator, determined by the load.

The function  $\phi(\sigma)$  replaces the expression  $\sqrt{\frac{gp_0}{\gamma}} \cdot \frac{l}{F} \mu \sigma$ , which determines the speed of an unloaded executor, and the multiplier  $\psi(\nu) = \sqrt{1 - \frac{\Delta p}{p_0} \text{sign} \sigma}$  takes into account the influence of the load.

The multiplier  $\psi(\nu)$ , when  $\nu$  depends on the deflection of the control element  $\xi$ , its speed  $\dot{\xi}$  and its acceleration  $\ddot{\xi}$  is determined as follows:

$$\psi(\nu) = \begin{cases} 1 & \text{at } \nu \geq 1, \\ \sqrt{\nu} & \text{at } 0 < \nu < 1, \\ 0 & \text{at } \nu \leq 0, \end{cases} \quad (4)$$

where in the general case  $\nu$  has the following form [1]:

$$\nu = 1 - (a\dot{\xi} + b\ddot{\xi} + c\xi) \text{sign} \sigma. \quad (5)$$

Here  $a, b, c$  are real numbers, and  $\text{sign} \sigma$  is the Kronecker function

We consider the problem of constructing on a given smooth program manifold  $\Omega(t)$  the following indirect automatic control system with tachometric feedback taking into account external load [2]:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(t, x) - b_1 \dot{\xi}, \quad t \in I_\theta = [0, \infty), \\ \dot{\xi} &= \phi(\sigma) \cdot \psi(\nu), \quad \sigma = p^T \omega - q\xi - N\dot{\xi}, \end{aligned} \quad (6)$$

where the coefficients  $b_1 \in R^n$ ,  $p \in R^s$  are constant,  $q, N$  are constant coefficients of rigid and tachometric feedback,  $\sigma$  is a total impulse-signal and the differentiable function  $\xi$  satisfies the following conditions

$$\begin{aligned} \phi(0) &= 0 \wedge \phi(\sigma)\sigma > 0 \quad \forall \sigma \neq 0, \\ \frac{d\phi}{d\sigma} \Big|_{\sigma=0} &= \chi > 0, \end{aligned} \quad (7)$$

a multiplier  $\psi(\nu)$  deforms the function  $\phi(\sigma)$  when the coordinates  $\xi, \sigma$  change. Here,  $\nu$  is a complex discontinuous function of the automatic control system. The program manifold  $\Omega(t)$  is determined by the following equations

$$\Omega(t) \equiv \omega(t, x) = 0, \quad (8)$$

In the simplest case, it looks like this:

$$v = 1 - c\xi \text{sign}\sigma. \quad (9)$$

Definition 1. The program manifold of an indirect control system with rigid and tachometric feedback, taking into account the external load, is called absolutely stable if it is globally stable on solutions of system (6) for any  $\omega(t_0, x_0)$  and  $\phi(\sigma)$ ,  $\psi(v)$  satisfying conditions (7), (9).

Statement of the problem. Find a condition for the absolute stability of the program manifold of the indirect control system with rigid and tachometric feedback, taking into account the external load

Due to the fact that the manifold (8) is an integral manifold also for the system (6) - (9) and taking the Erugin function to be linear with respect to the vector function  $\omega$ :

$$F(t, x, \omega) = -A\omega, \quad (10)$$

we arrive at the following system with respect to  $\omega$ :

$$\begin{aligned} \dot{\omega} &= -A\omega - b\xi, \quad t \in I_\theta = [0, \infty), \\ \dot{\xi} &= \phi(\sigma) \cdot \psi(v), \quad \sigma = p^T \omega - q\xi - N\xi, \end{aligned} \quad (11)$$

where  $b = Hb_1$ ,  $H = \frac{\partial \omega}{\partial x}$  and  $-A(s \times s)$  is a constant Hurwitz matrix, the nonlinearity  $\phi(\sigma)$  satisfies conditions (7), and the multiple  $\psi(v)$  is determined by formula (9).

System (11) is reduced to the canonical form [1]

$$\begin{aligned} \dot{\eta} &= -\rho\eta + \sigma, \\ \dot{\sigma} &= \beta^T \eta - M\xi - N\phi(\sigma, \eta) \text{sign}\sigma, \end{aligned} \quad (12)$$

where  $\rho = \text{diag}(\rho_1, \dots, \rho_s)$ ,  $\beta$ ,  $M$ ,  $N$  are constants.

For system (12), we construct the Lyapunov function as follows

$$V = \sum_{i=1}^s \sum_{k=1}^s \frac{l_i \cdot l_k}{\rho_i + \rho_k} \eta_i \eta_k + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^s L_k \eta_k^2 + \sum_{i=1}^{s-m} C_i \eta_{m+i} \eta_{m+i+1} + \frac{1}{2} l_{s+2} \sigma^2.$$

Here  $l_{s+2} > 0$ ,  $l_1, \dots, l_m$  are real,  $l_{m+1}, \dots, l_{s+1}$  are complex pairwise conjugate numbers and  $L_k, C_i$  are positive real numbers.

The following theorem is valid.

Theorem. If the Erugin function is linear with respect to  $\omega$  and there are  $L_k, C_i$  positive real numbers,  $l_{s+2} > 0$ , in addition, the nonlinearity  $\phi(\sigma)$  satisfies condition (6), and the function  $\psi(v)$  satisfies conditions (7) and (4) - (5), then in order for the program manifold of the automatic system of indirect control with rigid and tachometric feedback, taking into account the external load, was absolutely stable with respect to the vector function  $\omega$ , it suffices to satisfy equalities

$$\begin{aligned} L_k + l_{s+2} \beta_k + 2l_k \sum_{i=1}^{s+1} \frac{l_i}{\rho_i + \rho_k} &= 0 \quad (k = 1, \dots, m), \\ C_j + l_{s+2} \beta_{m+j} + 2l_{m+j} \sum_{i=1}^s \frac{l_i}{\rho_i + \rho_k} &= 0 \quad (j = 1, \dots, s - m + 1), \end{aligned}$$

where  $l_1, \dots, l_m$  are real and  $l_{m+1}, \dots, l_{s+1}$  are complex pairwise conjugate numbers.

Funding: This results are supported by grant of the Ministry education and science of Republic Kazakhstan No. AP 09258966 for 2021-2023 years.

## References

- 1 Maygarin B.G. Stability and quality of process of nonlinear automatic control system, Alma-Ata. Nauka. 1981. (In Russ.)
- 2 Zhumatov S.S. Stability of the program manifold of different automatic indirect control systems, News of the Khoja Akhmet Yassawi Kazakh-Turkish International University. Mathematics, physics, computer science series.-2021. 16: 1 (2021), P. 69-82 (In Kazakh)

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ В ЭКОНОМИКЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕМ ЛАПЛАСА

Абдрахман Н.М.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [nurrs.di@gmail.com](mailto:nurrs.di@gmail.com)

**Введение.** Математический аппарат интегро-дифференцирования дробного порядка описывает процессы в системах, где существенен учет нелокальных свойств по времени и пространству, для моделирования динамических систем, характеризующихся дальними корреляциями и постоянной памятью, долгосрочной памятью. Производные дробного порядка используются для описания экономических процессов с динамической памятью.

Микроэкономическая интерпретация производных напрямую связана с предельным анализом и понятием предельной (маржинальной) величины, использующий математический аппарат производных целого порядка.

Производная первого порядка от функции некоторого показателя по определяющему его фактору задает предельную (маржинальную) величину, соответствующую данному показателю. Предельная величина отражает прирост соответствующего показателя в расчете на единицу прироста определяющего его фактора. К базовым предельным величинам в микроэкономике относятся предельная производительность, предельная полезность, предельные затраты, предельная себестоимость, предельный доход, предельный спрос и некоторые другие

**Необходимые определения и понятия.** Мы знаем, что в дифференциальных уравнениях целого порядка экспоненциальная функция  $e^z$  играет важную роль. Это также может быть записано в форме уравнения, которая выражается как:

$$e^z = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(k+1)}.$$

Это обобщение называется функцией Миттаг-Лефлера, а двухпараметрическая функция очень полезна в дробном исчислении, особенно в дробных дифференциальных уравнениях.

Поскольку ряд для функции Миттаг-Лефлера (1) равномерно сходится на всех компактных подмножествах  $C$ , мы можем дифференцировать его почленно, чтобы получить следующее выражение, которое также необходимо в дальнейшем

Следствие. Допустим  $z \in C, \alpha, \beta \in C, \text{Re}(\alpha) > 0$  и  $m \in N$ , и  $m \in N$ , тогда  $m$ -кратно дифференцированная функция Миттаг-Лефлера имеет вид:

$$E_{\alpha, \beta}^{(m)}(z) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(k+m)!}{k!} \frac{z^k}{\Gamma(ak + am + \beta)}.$$

В следующей таблице показаны некоторые частные случаи выражения (37), а также преобразование Лапласа степенной функции.

$F(s)$	$f(t) = L^{-1}\{F(s)\}$
$\frac{1}{s^a}$	$\frac{t^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$
$\frac{1}{s^a - \alpha}$	$t^{a-1} E_{\alpha, \alpha}(\alpha t^a)$
$\frac{1}{s(s^\alpha + \alpha)}$	$E_\alpha(-\alpha t^\alpha)$
$\frac{\alpha}{s(s^\alpha + \alpha)}$	$1 - E_\alpha(-\alpha t^\alpha)$
$\frac{1}{s^\alpha(s - \alpha)}$	$t^\alpha E_{1, \alpha+1}(\alpha t)$

$\frac{s^{\alpha-\beta}}{s^{\alpha}-\alpha}$	$t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(\alpha t^{\alpha})$
--	--

**Задача об ожидании роста цен в условиях инфляции.** Современные исследования отражают факт влияния ожидания роста цен на товары и услуги основной группы населения на экономику, в условиях инфляции. Соответственно, если ожидание населения – это увеличение цен, проявляется тенденция к увеличению спроса на повседневные товары, в результате – цены растут. Если же ожидание населения заключается в экономическом росте, замедления темпов инфляции – увеличивается спрос на товаров длительного использования, начинается инвестирование в проекты, пополняются депозитные счета и как правило наступает рост экономики. Данное явление именуется инфляционным ожиданием и используется в макроэкономических исследованиях. Описание данного процесса предложил лауреат Нобелевской премии по экономике Милтан Фридман, в виде дифференциального уравнения.

$$\frac{dE}{dt} = -\beta(E - R(t)).$$

где  $E=E(t)$  – ожидаемый населением темп роста цен в момент времени  $t$ ,

$R(t)$  – фактический темп рост цен в момент времени  $t$ ,

$\beta > 0$  - коэффициент адаптации населения к изменениям темпа инфляции.

Смысл уравнения инфляционных ожиданий заключается в том, что скорость  $\frac{dE}{dt}$  изменения ожидаемого темпа роста цен во времени прямо пропорциональна ошибке инфляционного ожидания, т.е. разности  $(E - R(t))$  между ожидаемым  $E$  и фактическим  $R$  темпами роста цен, и имеет знак обратный этой разности.

В итоге получаем линейное неоднородное дифференциальное уравнение первого порядка

$$\frac{dE}{dt} + \beta * E = \beta * R(t),$$

где  $E=E(t)$  – неизвестная нам функция инфляционного ожидания населения,  $R(t)$  – заданная функция фактического роста цен. Решение этого уравнения находится по схеме Бернулли или методом Лагранжа:  $E(t) = C * e^{-\beta t} + \beta * e^{-\beta t} \int R(t)e^{\beta t} dt$ .

В этих уравнениях величина  $\beta$  характеризует скорость адаптации населения к новым экономическим условиям: чем больше  $\beta$ , тем быстрее происходит адаптация.

Если ввести начальное условие:  $E(0) = C_0$  то решение можно переписать в виде:  $E(t) = C_0 e^{-\beta t} + \beta \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} R(\tau) d\tau$

**Аппроксимация дробным дифференциальным уравнением.** Если мы хотим аппроксимировать дробным дифференциальным уравнением, то перепишем уравнение в виде:  ${}_0D_t^{\alpha} E(t) + \beta E(t) = \beta R(t)$ , где  $0 < \alpha \leq 1$ . (5)

Мы можем решить уравнение (5), применяя преобразование Лапласа с обеих сторон. Итак, используя преобразование Лапласа по формуле (4) при  $n=1$ , получим  $s^{\alpha} \overline{E(s)} + {}_0D_t^{\alpha-1} E(0) + \beta \overline{E(s)} = \beta \overline{R(s)}$ , где  $\overline{E(s)}$ ,  $\overline{R(s)}$  – образы функций  $E(t)$  и  $R(t)$  по определению \*(6)

Предположим, что  ${}_0D_t^{\alpha-1} E(0)$  существует и равно  $C_0$ . Тогда из (6) имеем:

$$E(t) = C_0 t^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-\beta t^{\alpha}) + \beta \left( t^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-\beta t^{\alpha}) \right) * R(t), \text{ так как } \lim_{t \rightarrow 0+} t^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(-\beta t^{\alpha}) = 1.$$

Параметр  $\alpha$  характеризует степень угасания памяти об изменениях показателя и фактора на интервале  $[0, T]$ .

### Список использованной литературы

1. V.V. Tarasova, V.E. Tarasov, Concept of dynamic memory in economics, Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul., 55 (2018), 127–145. MR3693376
2. V.V. Tarasova, V.E. Tarasov, Notion of dynamic memory in economic theory, Journal of Economy and Entrepreneurship, 11:6 (2017), 868–880.
3. Самко С. Г. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. / С. Г. Самко, А. А. Килбас, О. И. Маричев./Минск, 1987.
4. Podlubny, I. Fractional Differential Equations. San Diego: Academic Press, 1998. – 340с.

## ОГРАНИЧЕННОЕ НА ПОЛУОСИ МНОГОПЕРИОДИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ОДНОГО ЛИНЕЙНОГО ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С КОНЕЧНОЙ ЭРЕДИТАРНОСТЬЮ

Айтенова Г.М., Сартабанов Ж.А.

Западно-Казахстанский университет имени М.Утемисова, Уральск, Казахстан  
Актюбинский региональный университет имени К.Жубанова, Актюбе, Казахстан

E-mail: [gulsezim-88@mail.ru](mailto:gulsezim-88@mail.ru), [sartabanov42@mail.ru](mailto:sartabanov42@mail.ru)

Рассматривается линейное интегро-дифференциальное уравнение относительно искомой  $n$ -вектор-функций  $u(x, t, \tau)$  вида

$$D_c u(x, t, \tau) - \frac{\partial^2 u(x, t, \tau)}{\partial x^2} = A(x, t, \tau)u(x, t, \tau) + \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} B(x, t, \tau, t-c\tau+cs, s)u(x, t-c\tau+cs, s)ds + f(x, t, \tau) \quad (1)$$

с оператором дифференцирования  $D_c = \frac{\partial}{\partial \tau} - \left\langle c, \frac{\partial}{\partial t} \right\rangle$  по  $(t, \tau)$ , где  $c = (c_1, \dots, c_m)$  -

постоянный вектор,  $\frac{\partial}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial t_1}, \dots, \frac{\partial}{\partial t_m} \right)$  - векторный оператор,  $\tau \in (-\infty, +\infty) = R$ ,

$t = (t_1, \dots, t_m) \in R \times \dots \times R = R^m$ ,  $x \in (0, +\infty) = R_+$ ,  $\varepsilon > 0$  - постоянная, называемая периодом эредитарности;  $A(x, t, \tau)$ ,  $B(x, t, \tau)$  -  $n \times n$ -матрицы и  $f(x, t, \tau)$  -  $(\omega, \theta)$ -периодическая по

$(t, \tau)$   $n$ -вектор-функция переменных  $(x, t, \tau) \in R_+ \times R^m \times R$ ,  $\omega = (\omega_1, \dots, \omega_m)$ .  $\Delta_c = D_c - \frac{\partial^2}{\partial x^2}$  - оператор дифференцирования по  $(x, t, \tau)$ .

Рассматриваются задачи для различных вариантов уравнения (1) при  $(\omega, \theta)$ -периодическом граничном режиме

$$u(x, t, \tau)|_{x=0} = u^0(t, \tau). \quad (1^0)$$

Исследуются вопросы о многопериодичности по  $(t, \tau)$  и ограниченности по  $x \in R_+$  решений этих задач.

В частности, рассматривается уравнение

$$\Delta_c u(x, t, \tau) = 0, \quad (2)$$

решения которого называются нулями оператора  $\Delta_c$ .

С указанным граничным условием  $(1^0)$  рассматривается задача для неоднородного уравнения

$$\Delta_c u(x, t, \tau) = f(x, t, \tau). \quad (3)$$

На основе методик исследования краевых задач для уравнений (2) и (3) с граничным условием  $(1^0)$  изучаются вопросы качественного исследования для линейного однородного интегро-дифференциального уравнения

$$\Delta_c u(x, t, \tau) = A(x, t, \tau)u(x, t, \tau) + \int_{\tau-\varepsilon}^{\tau} B(x, t, \tau, t - c\tau + cs, s)u(x, t - c\tau + cs, s)ds \quad (4)$$

и неоднородного уравнения (1) с условием  $(1^0)$ .

Исследование задач проводится при  $t_j \in \Pi_\rho = \left\{ t_j : \frac{2\pi}{\omega_j} |\operatorname{Im} t_j| < \rho \right\}$ ,

$j = \overline{0, m}, t_0 = \tau, \omega_0 = \theta, \rho = \text{const} > 0$ . Все входные данные системы (1) считаются вещественно аналитическими по  $t$  в многомерной полосе  $\Pi_\rho^{m+1}$ , а по  $x \in \overline{R}_+ = [0, +\infty)$  голоморфными.

1. Установлены достаточные условия существования единственного  $(\omega, \theta)$ -периодического по  $(t, \tau)$  и ограниченного по  $x \in \overline{R}_+$  решения задачи  $\{(2), (1^0)\}$ .

2. При вещественно аналитичности  $f(x, t, \tau)$  по  $(t, \tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$  и голоморфности по  $x \in \overline{R}_+$  и при условиях рациональной несоизмеримости частот колебаний систем доказана теорема о существовании единственного  $(\omega, \theta)$ -периодического по  $(t, \tau)$  и ограниченного по  $x \in \overline{R}_+$  вещественно аналитического при  $(t, \tau) \in \overline{\Pi}_{\rho-\delta}^{m+1}$  решения задачи  $\{(3), (1^0)\}$ , где  $\delta \in (0, \rho)$ .

3. Указаны достаточные условия существования вещественно-аналитического по  $(t, \tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$  фундаментального матричного решения  $U(t, \tau, \sigma, s)$  интегро-дифференциального уравнения (4), когда матрицы  $A$  и  $B$  не зависят от  $x$ , где  $\sigma = t - c\tau + cs$ . Выяснены условия отсутствия нетривиальных  $(\omega, \theta)$ -периодических решений задачи  $\{(4), (1^0)\}$ .

4. Доказана теорема о существовании единственного многопериодического вещественно аналитического по  $(t, \tau) \in \Pi_\rho^{m+1}$  и ограниченного по  $x \in \overline{R}_+$  решения задачи (1)-  $(1^0)$ .

Исследование тесно связано с результатами работ [1]-[3].

#### Список использованной литературы

1. Aitenova G. M., Sartabanov Zh.A., Abdikalikova G.A. Multiperiodic bounded oscillations in quasilinear finite-hereditary integro-differential systems convection-diffusion type // Lobachevskii Journal of Mathematics. (В процессе публикации)
2. Сартабанов Ж.А., Айтенова Г.М., Абдикаликова Г.А. Многопериодическое решение начально-краевой задачи для интегро-дифференциального уравнения параболического типа // Изв.всш.учебн.зав.Математика. (В печати)
3. Sartabanov Zh.A., Aitenova G.M., Abdikalikova G.A. Multiperiodic solutions of quasilinear systems of integro-differential equations with  $D_c$ -operator and  $\mathcal{E}$ -period of hereditary. Eurasian Mathematical Journal, 13:1 (2022), 86-100 p.

#### КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА СОДЕРЖАЩЕЕ ВТОРОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ПО ВРЕМЕНИ

Апаков Ю.П.<sup>1;2;a</sup>, Мамажонов С.М.<sup>1;b</sup>

<sup>1</sup>Институт Математика им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан

E-mail: [yusupjonapakov@gmail.com](mailto:yusupjonapakov@gmail.com), [sanjarbekmamajonov@gmail.com](mailto:sanjarbekmamajonov@gmail.com)

Изучение многих задач газовой динамике, теории упругости, теории пластин и оболочек приводится к рассмотрению дифференциальных уравнений в частных производных высоких порядков. С точки зрения физических приложений представляют большой интерес и дифференциальные уравнения четвертого порядка (см. [1]-[4]). Монография Джураева Т.Д.,



Сопуева А. [5] посвящена классификаций дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка и решению краевых задач для таких уравнений.

Аманов Д., Мурзамбетова М.Б. в работе [6] рассмотрели задачу с краевыми условиями для неоднородного уравнения четвертого порядка с кратными характеристиками с одним младшим членом.

Сабитов К. Б, Фадеева О. В. в работе [7] решили задачу с начальными и граничными условиями для уравнения колебания балки.

Уринов А.К., Азизов М.С. в работе [8] исследовали задачу для уравнения четвертого порядка с неизвестной правой частью.

Рассмотрим следующее уравнение четвертого порядка вида:

$$U_{xxxx}(x, y) + A_1(x)U_{xxx}(x, y) + A_2(x)U_{xx}(x, y) + A_3(x)U_x(x, y) + A_4(x)U(x, y) + A_5(x)U_y(x, y) - U_{yy}(x, y) = F(x, y),$$

где  $A_i(x)$ ,  $i = \overline{1,5}$ ,  $F(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции. Заменой

$$U(x, y) = \exp\left[-\frac{1}{4}\int_0^x A_1(\xi)d\xi + \frac{A_5(x)}{2}y\right]u(x, y),$$

это уравнения можно привести к уравнению

$$u_{xxxx}(x, y) + a_1(x)u_{xx}(x, y) + a_2(x)u_x(x, y) + a_3(x)u(x, y) - u_{yy}(x, y) = f(x, y), \quad (1)$$

где  $a_i(x)$ ,  $i = \overline{1,3}$  выражается через  $A_j(x)$ ,  $j = \overline{1,5}$ ,

$$f(x, y) = \exp\left[\frac{1}{4}\int_0^x A_1(\xi)d\xi - \frac{A_5(x)}{2}y\right]F(x, y).$$

Для уравнения (1) в области  $\Omega = \{(x, y) : 0 < x < p, 0 < y < q\}$  изучим следующую задачу.

**Задача А.** Найти функцию  $u(x, y)$  из класса  $C_{x,y}^{4,2}(\Omega) \cap C_{x,y}^{3,1}(\overline{\Omega})$ , удовлетворяющую уравнению (1) в области  $\Omega$  и следующим краевым условиям:

$$u_y(x, 0) = u(x, q) = 0, 0 \leq x \leq p,$$

$$u_x(0, y) = \psi_1(y), u_x(p, y) = \psi_2(y), u_{xxx}(0, y) = \psi_3(y), u_{xxx}(p, y) = \psi_4(y), 0 \leq y \leq q,$$

где  $\psi_i(y)$ ,  $i = \overline{1,4}$ ,  $f(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции.

Отметим, что в работе [6] рассмотрен случай  $a_1 = a_2 = 0$ ,  $a_3 \neq 0$ , а в работах [8-10] исследованы краевые задачи для уравнений четвертого порядка спектральном методом. В работе [11], метод Фурье используется для решения краевой задачи для модельного уравнения произвольного четного порядка.

**Теорема 1.** Если задача А имеет решение, то при выполнении условий  $a_1'(0) - a_2(0) \geq 0$ ,  $a_2(p) - a_1'(p) \geq 0$ ,  $2a_3(x) + a_1''(x) - a_2'(x) \geq 0$ ,  $a_1(x) \leq 0$ , оно единственно.

**Теорема 2.** Если выполняются следующие условия:

$$1) \psi_i(t) \in C^3[0, q], \psi_i(q) = \psi_i'(0) = \psi_i''(q) = 0, i = \overline{1,4};$$

$$2) f_{xyy}(x, y) \in C(\overline{\Omega}), \int_0^q |f_{yy}(x, y)| dy < \infty, \int_0^q |f_{xyy}(x, y)| dy < \infty, f(x, q) = 0, 0 \leq x \leq p;$$

$$3) C < \frac{\mu_1^3 (1 - e^{-2\mu_1 p})^2}{p(2\mu_1^2 + 3\mu_1(1 + e^{-4\mu_1 p}) + 3)},$$

то решение задачи А существует. Здесь,

$$C = \max_{\xi \in [0, p]} \left\{ |a_i^{(j)}(\xi)|, |a_1''(\xi)|, i = \overline{1,3}, j = \overline{0,1} \right\}, \mu_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2q}}.$$

Единственность решения поставленной задачи доказана методом интегралов энергии. Решение выписано через построенную функцию Грина.

### Список использованной литературы

1. Турбин М.В. Исследование начально-краевой задачи для модели движения жидкости Гершеля - Балкли // Вест. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физ. Мат. 2013. № 2. - С. 246-257.
2. Уизем Дж. Линейные и нелинейные волны.-М.: Мир,1977.
3. Шабров С.А. Об оценках функций влияния одной математической модели четвертого порядка // Вест. Воронеж. Гос. Ун-та. Сер. Физ. Мат. 2015. № 2. - С. 168-179.
4. Venney D.J., Luke J.C. Interactions of permanent waves of finite amplitude // J. Math. Phys. 1964. 43. P.309-313.
5. Джураев Т.Д., Сопуев А. К теории дифференциальных уравнений в частных производных четвертого порядка. Т: Фан, 2000.-144 с.
6. Аманов Д., Мурзамбетова М. Б. Краевая задача для уравнения четвертого порядка с младшим членом, Вестн. Удмуртск. ун-та. Матем. Мех. Компьют. науки, 2013, выпуск 1, 3–10.
7. Сабитов К. Б., Фадеева О. В. Начально-граничная задача для уравнения вынужденных колебаний консольной балки // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки, 25:1 (2021), 51–66.
8. Urinov A.K., Azizov M.S. Boundary Value Problems for a Fourth Order partial Equation with an Unknown Right – hand Part // Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, Vol. 42 №3 pp.632-640
9. Аманов Д., Бекиев А.Б., Отарова Ж.А. Об одной краевой задаче для уравнения четвертого порядка // УзМЖ. 2015. -№4. -с.11-18.
10. Сабитов К. Б. Обратные задачи для уравнения колебаний балки по определению правой части и начальных условий // Дифференциальные уравнения, 2020, том 56, №6, с. 761 – 774.
11. Б. Ю. Иргашев, Краевая задача для уравнения высокого четного порядка, Вестн. Волгогр. гос. ун-та. Сер. 1, Мат. Физ., 2016, выпуск 3(34), 6–18.

## О НЕКОТОРЫХ КРАЕВЫХ И ВНУТРЕННЕ-КРАЕВЫХ ЗАДАЧАХ ДЛЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Аттаев А. Х.

ИПМА КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: [attaev.anatoly@yandex.ru](mailto:attaev.anatoly@yandex.ru)

В 1969 году в статье [1] А.М. Нахушева был предложен ряд задач нового типа, вошедших в математическую литературу под названием задач со смещением. В соответствии с классификацией, предложенной им же [2] эти задачи являются, во-первых, нелокальными, во-вторых, с краевым смещением. Исследованию регулярных краевых задач для гиперболических уравнений в том числе и нелокальных, которые являются обобщением задачи Дарбу и Дирихле посвящены работы [3, 4].

В данном докладе в качестве модельного уравнения рассматривается волнового уравнение

$$u_{xx} - u_{yy} = 0. \quad (1)$$

Пусть  $\Omega$  – односвязная область комплексной переменной  $z = xi + y$ , ограниченная характеристиками  $AC: x + y = 0$ ,  $BC: x - y = l$ ,  $AD: x - y = 0$ ,  $DB: x + y = l$  уравнения (1).

**Определение 1.** Регулярным решением уравнения (1) в области  $\Omega$  будем называть любую функцию, представимую в виде

$$u(x, y) = f(x - y) + g(x + y),$$

$$f(x), g(x) \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega}).$$

**Задача 1.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} u\left(\frac{x}{2}, \frac{x}{2}\right) + \alpha u\left(\frac{l}{2}, \frac{l}{2} - x\right) &= \gamma(x), \quad 0 \leq x \leq l, \\ u(x, 0) &= \tau(x), \quad 0 \leq x \leq l. \end{aligned} \quad (2)$$

**Задача 2.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условию (2) и условию

$$u\left(\frac{x}{2}, \frac{x}{2}\right) + \beta u\left(\frac{l}{2}, \frac{x}{2}\right) = F(x).$$

При определённых условиях на  $\alpha$  и  $\beta$  и точечных условиях на функции  $\tau(x)$ ,  $\gamma(x)$  и  $F(x)$  доказаны теоремы существования и единственности решения задачи 1 и задачи 2.

#### Список использованной литературы

1. Нахушев А. М. О некоторых краевых задачах для гиперболических уравнений и уравнений смешанного типа // Дифференц. уравнения. 1969. Т. 5. № 1. С. 44-59.
2. Нахушев А. М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа, 1995. 301 с.
3. Кальменов Т. Ш. О регулярных краевых задачах для волнового уравнения // Дифференц. уравнения. 1981. Т. 17. № 6.
4. Кальменов Т. Ш., Садыбеков М. А. О задаче Дирихле и нелокальных краевых задачах для волнового уравнения // Дифференц. уравнения. 1990. Т. 26. № 1.

### ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ С ВЫРОЖДЕННЫМ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ЧАСТИ ОБЛАСТИ

Балтаева У.И., Саидмуратова Г., Юлдашева Г.У., Султонбоева З.Б.

*Хорезмская Академия Маъмуна, Хива, Узбекистан*

*Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан*

E-mail: [umida\\_baltayeva@mail.ru](mailto:umida_baltayeva@mail.ru), [gavxaroy\\_yuldasheva@mail.ru](mailto:gavxaroy_yuldasheva@mail.ru)

Исследование уравнений смешанного парабола-гиперболического и эллиптико-гиперболического типов приобретает особое значения в силу своей теоретической и прикладной важности, где эти уравнения представляют один из самостоятельных и интенсивно развивающихся разделов современной теории дифференциальных уравнений с частными производными.

Теория краевых задач для нагруженных уравнений парабола-гиперболического, эллиптико-гиперболического и параболического типов второго порядка изучены во многих работ. Как нам известно, краевые задачи для нагруженного уравнения смешанного типа с дробными операторами третьего порядка изучены сравнительно мало.

В настоящей работе исследуется краевая задача для нагруженного уравнения [1] третьего порядка с парабола-гиперболическим оператором вида

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( u_{xx} - \frac{1 - \operatorname{sgn} y}{2} (-y)^m u_{yy} - \frac{1 + \operatorname{sgn} y}{2} u_y \right) = Mu(\theta(x), 0), \quad (1)$$

где  $Mu(\theta(x), 0) = \mu_2 D_{0x}^\alpha u(x, 0)$ , при  $y > 0$ ,  $Mu(\theta(x), 0) = \mu_2 D_{0\xi}^\beta u(\xi, 0)$ , при  $y < 0$ ,

$D_{0x}^\gamma$  ( $\gamma = \alpha, \beta$ ) - оператор дробного (в смысле Римана-Лиувилля) интегрирования порядка  $\gamma$  при  $\gamma < 0$ , дробного дифференцирования порядка  $\gamma$  при  $\gamma > 0$  [1] и  $D_{0x}^{-\gamma} D_{0x}^\gamma f = D_{0x}^0 f = f(x)$ . Предположим, что  $\gamma < 1$  и коэффициенты  $\mu_1, \mu_2$  - действительные числа, в области  $D$ , ограниченной отрезками  $AB, BB_0, B_0A_0, A_0A$  прямых  $y=0, x=1, y=h, x=0$  при  $y>0$  и характеристиками:

$$AC: \xi = x - \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 0, \quad BC: \eta = x + \frac{2}{m+2} (-y)^{\frac{m+2}{2}} = 1,$$

оператора  $L_1 u = u_{xx} - (-y)^m u_{yy}$ ,  $m = \text{const} \geq 0$ , выходящими из точки  $C\left(\frac{1}{2}, y_C\right)$ .

Через  $D_1$  и  $D_2$  обозначим параболическую и гиперболическую части смешанной области  $D$ , соответственно.

**Задача А.** Требуется найти функцию  $u(x,y)$ , обладающую следующими свойствами:

- 1)  $u(x,y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D)$ ;
- 2)  $u_x(u_y)$  – непрерывная функция вплоть до  $AA_0 \cup AC$  ( $AC$ );
- 3)  $u(x,y)$  является регулярным решением уравнения (1) в области  $D$  при  $y \neq 0$ ;
- 4)  $u(x,y)$  удовлетворяет условиям:

$$u|_{x=0} = \varphi_1(y), \quad u|_{x=1} = \varphi_2(y), \quad u_x|_{x=0} = \varphi_3(y), \quad 0 \leq y \leq h, \quad (2)$$

$$u|_{AC} = \psi_1(x), \quad \frac{\partial u}{\partial n}|_{AC} = \psi_2(x), \quad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad (3)$$

где  $n$  – внутренняя нормаль,  $\varphi_1(y), \varphi_2(y), \varphi_3(y)$  и  $\psi_1(x), \psi_2(x)$  – заданные действительные функции, причем  $\varphi_1(0) = \psi_1(0) = 0$ ,  $\psi_1'(0) = \sqrt{2}\psi_2(0) - 2\varphi_1'(0)$ .

Имеет место

**Лемма.** Регулярное решение уравнения (1) (при  $y \neq 0$ ) представляется в виде

$$u(x,y) = v(x,y) + w(x), \quad (6)$$

где  $v(x,y)$  – решение уравнения

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( v_{xx} - \frac{1 - \operatorname{sgn} y}{2} (-y)^m v_{yy} - \frac{1 + \operatorname{sgn} y}{2} v_y \right) = 0,$$

$w(x)$  – решение следующего интегро-дифференциального уравнения

$$w'''(x) - \mu_i w(\theta(x)) = \mu_i v(\theta(x), 0). \quad (7)$$

С помощью леммы задача А сводится к интегральному уравнению Вольтерра второго рода со сдвигом. Существование решения задачи доказывается методом интегральных уравнений [2]. И из теории интегральных уравнений следует однозначная разрешимость задачи А.

#### Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. - 301 с.
2. Балтаева У.И. О некоторых краевых задачах для нагруженных интегро-дифференциальных уравнений третьего порядка с действительными параметрами // Вестник Удмуртского Университета, 2012, Т. 3, -№.3. -С.3-12.

### РАЗРЕШИМОСТЬ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

**Бекиев А.Б.**

*Каракалпакский государственный университет, г.Нукус, Узбекистан*

E-mail: [ashir1976@mail.ru](mailto:ashir1976@mail.ru)

Пусть в области  $\Omega = \{(x,t) : 0 < x < 1, -\alpha < t < \beta\}$  рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv u_{xxxx}(x,t) + \operatorname{sgn} t \cdot [u_t(x,t) - u_n(x,t)] + b^2 u(x,t) = 0,$$

где  $b$  - заданное число.

**Задача 1.** Найти функцию  $u(x, t)$  удовлетворяющую следующим условиям:

$$u(x, t) \in C_{x,t}^{3,1}(\bar{\Omega}) \cap C_{x,t}^{4,2}(\Omega_+ \cup \Omega_-), \quad (1)$$

$$Lu(x, t) \equiv 0, (x, t) \in \Omega_+ \cup \Omega_- \quad (2)$$

$$u(0, t) = 0, u_x(0, t) = u_x(1, t), u_{xx}(1, t) = 0, u_{xxx}(0, t) = u_{xxx}(1, t), -\alpha \leq t \leq \beta, \quad (3)$$

$$u(x, \beta) = \varphi(x), u(x, -\alpha) = \psi(x), 0 \leq x \leq 1, \quad (4)$$

где  $\Omega_+ = \Omega \cap \{t > 0\}$ ,  $\Omega_- = \Omega \cap \{t < 0\}$  и  $\varphi(x), \psi(x)$  - заданные достаточно гладкие функции.

Система функций

$$X_0(x) = 2x, X_{2k-1}(x) = 2 \sin \lambda_k x, X_{2k}(x) = \frac{e^{\lambda_k x} - e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k} - 1} + \cos \lambda_k x \quad (5)$$

$$Y_0(x) = 1, Y_{2k-1}(x) = \frac{e^{\lambda_k x} + e^{\lambda_k(1-x)}}{e^{\lambda_k} - 1} + \sin \lambda_k x, Y_{2k}(x) = 2 \cos \lambda_k x, \quad (6)$$

$$\lambda_k = 2\pi k, k = 1, 2, \dots$$

биортогональными образуют базис Рисса в  $L_2(0, 1)$  [1].

Решение задачи найдено в виде ряда составленных из базисных функций Рисса (5). Единственность решения задачи вытекает из полноты ортонормированных систем (6).

**Теорема 1.** Если существует решение задачи (1)-(4), то оно единственно только тогда, когда выполнены условия

$$\Delta_k(\alpha, \beta) = \mu_k \cos \frac{1}{2} \mu_k \alpha \cdot \operatorname{sh} \frac{1}{2} v_k \beta + v_k \sin \frac{1}{2} \mu_k \alpha \cdot \operatorname{ch} \frac{1}{2} v_k \beta \neq 0$$

при всех  $k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$ ,  $v_k = \sqrt{4(\lambda_k^4 + b^2) + 1}$ ,  $\mu_k = \sqrt{4(\lambda_k^4 + b^2) - 1}$ ,  $\lambda_0 = 0$ .

**Теорема 2.** Если функции  $\varphi(x)$  и  $\psi(x)$  удовлетворяют условиям:  $\varphi(x), \psi(x) \in C^5[0, 1]$ ,  $\varphi(0) = 0$ ,  $\varphi'(0) = \varphi'(1)$ ,  $\varphi''(1) = 0$ ,  $\varphi'''(0) = \varphi'''(1)$ ,  $\psi(0) = 0$ ,  $\psi'(0) = \psi'(1)$ ,  $\psi''(1) = 0$ ,  $\psi'''(0) = \psi'''(1)$ ,  $\varphi^{(IV)}(0) = \psi^{(IV)}(0) = 0$  и выполнены условия  $|\Delta_k(\alpha, \beta)| \geq C k^2 e^{\lambda_k^2 \beta}$ , то существует единственное решение задачи (1)-(4).

### Список использованной литературы

1. Berdyshev A.S., Cabada A., Kadirkulov B.J. The Samarskii–Ionkin type problem for the fourth order parabolic equation with fractional differential operator // Computers and Mathematics with Applications 62 (2011) 3884–3893

## О ЗАДАЧЕ ДИРИХЛЕ ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С ТРЕМЯ ПЛОСКОСТЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Гималтдинова А.А.

Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия

E-mail: [aa-gimaltdinova@mail.ru](mailto:aa-gimaltdinova@mail.ru)

Рассмотрим уравнение смешанного эллиптического-гиперболического типа

$$Lu \equiv (\operatorname{sgn} x)u_{xx} + (\operatorname{sgn} y)u_{yy} + (\operatorname{sgn} z)u_{zz} = 0,$$

в области  $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | -1 < x < 1, -1 < y < 1, -\alpha < z < \beta\}$ , где  $\alpha, \beta$  - заданные действительные положительные числа.

**Задача Дирихле.** Найти функцию  $u(x, y, z)$ , удовлетворяющую условиям

$$u(x, y, z) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C^2(\Omega),$$

$$Lu(x, y, z) = 0, (x, y, z) \in \bigcup_{i=1}^8 \Omega_i,$$

$$u(x, y, z)|_{x=-1} = u(x, y, z)|_{x=1} = 0, -1 \leq y \leq 1, -\alpha \leq z \leq \beta,$$

$$u(x, y, z)|_{y=-1} = u(x, y, z)|_{y=1} = 0, \quad -1 \leq x \leq 1, -\alpha \leq z \leq \beta,$$

$$u(x, y, z)|_{z=-\alpha} = f(x, y), \quad u(x, y, z)|_{z=\beta} = g(x, y), \quad -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1,$$

где  $f(x, y), g(x, y)$  – заданные достаточно гладкие функции,  $\Omega_i$  – подобласти области  $\Omega$ , расположенные в 1-8 октантах пространства  $OXYZ$ .

Задача является продолжением и обобщением работы [1] на случай трехмерного пространства.

В работе используется метод разделения переменных, устанавливается критерий единственности решения задачи. Решение задачи ищется в виде суммы ряда по биортогональной системе двух взаимно-сопряженных задач для обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с разрывным коэффициентом при старшей производной.

### Список использованной литературы

1. Гималтдинова А.А. Задача Дирихле для уравнения Лаврентьева –Бицадзе с двумя линиями изменения типа в прямоугольной области // Доклады Академии наук, 2015, Т.460, № 3, С.1-6.

## ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ТРЁХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА С ПОЛУНЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ УСЛОВИЕ В ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Джамалов С.З.<sup>1</sup>, Сипатдинова Б.К.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Институт математики имени В.И.Романовского при академии наук Республики Узбекистан

E-mail: <sup>1</sup>[siroj63@mail.ru](mailto:siroj63@mail.ru), <sup>2</sup>[sbiybinaz@mail.ru](mailto:sbiybinaz@mail.ru)

В данной работе, для исследования однозначности разрешимости обратных задач для трехмерного уравнения смешанного типа второго рода в неограниченной призматической области предлагается метод, который основан на сведении обратной задачи к прямым полунелокальным краевым задачам для семейства нагруженных интегро-дифференциальных уравнений смешанного типа второго рода в ограниченной прямоугольной области [1-4].

Напомним, что нагруженным уравнением принято называть уравнение с частными производными, содержащее в коэффициентах или в правой части значения тех или иных функционалов от решения уравнения [5].

В области

$$G = (0,1) \times (0,T) \times R = Q \times R = \{(x,t,z); x \in (0,1), 0 < t < T < +\infty, z \in R.\}$$

рассмотрим трехмерное уравнение Трикоми:

$$Lu = k(t)u_{tt} - \Delta u + a(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \quad (1)$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$  - оператор Лапласа. Здесь  $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t) \cdot f(x,t,y)$ ,  $g(x,t,y)$  и  $f(x,t,y)$  - заданные функции, а функция  $h(x,t)$  подлежит определению.

**Линейная обратная задача.** Найти функции  $(u(x,t,z), h(x,t))$  удовлетворяющие уравнению (1) в области  $G$ , такие что, функция  $u(x,t,z)$  удовлетворяет следующим полунелокальным краевым условиям

$$\gamma u|_{t=0} = u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$u|_{x=0} = u|_{x=1} = 0, \quad (3)$$

Далее будем считать, что  $u(x,t,z)$  и  $u_z(x,t,z) \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ ,  $u(x,t,z)$  абсолютно интегрируема по  $z$  на  $R$  при любом  $(x,t)$  в  $\bar{Q}$ ,

(4)  
с дополнительному условию

$$u(x, t, \ell_0) = \varphi_0(x, t), \quad \text{где } \ell_0 \in R \quad (5)$$

и с функций  $h(x, t)$  принадлежит классу

$$U = \{(u, h) \mid u \in W_2^{2,3}(G); h \in W_2^2(Q)\}.$$

Здесь  $W_2^{2,3}(G)$  Банахово пространство с нормой

$$\|u\|_{W_2^{2,3}(G)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{u}(x, t, \lambda)\|_{W_2^2(Q)}^2 d\lambda,$$

$W_2^2(Q)$  – пространство Соболева,

$$\hat{u}(x, t, \lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x, t, z) e^{-i\lambda z} dz$$

преобразование Фурье по переменной  $z$ , функции  $u(x, t, z)$ .

### Список использованной литературы

1. Djamalov.S.Z. Linear inverse problem for Trikomu equation in three-dimensional space. // Bulletin KRASES. Phys. & Math.Sci.-2016.v.13.no2, pp.10-15. (РИНЦ)
2. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // *Дифференциальные уравнения. 2019.Т.55. № 1, с.34-44. (Scopus)*
- 3.С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка. // *Известия вузов. Математика.2019, №6, с.1-12. (Scopus)*
4. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа. // *Монография. Ташкент.2021г, с.176.*
5. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения. // *Дифференц, уравнения, 1983, Т.19, №1, С.86-94.*

## ОБ ОДНОЙ ЛИНЕЙНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ТРЁХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ ТРИКОМИ С НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ УСЛОВИЕ В ПРИЗМАТИЧЕСКОЙ НЕОГРАНИЧЕННОЙ ОБЛАСТИ

Джамалов С.З.<sup>1</sup>, Туракулов Х.Ш.<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>*Институт математики имени В.И.Романовского при академии наук Республики Узбекистан*

E-mail: <sup>1</sup>[siroj63@mail.ru](mailto:siroj63@mail.ru), <sup>2</sup>[hamidtsh87@gmail.com](mailto:hamidtsh87@gmail.com)

В процессе исследования нелокальных задач была выявлена тесная взаимосвязь задач с нелокальными краевыми условиями и обратными задачами. К настоящему времени достаточно хорошо изучены обратные задачи для классических уравнений таких как, параболических, эллиптических и гиперболических типов [1]. Для уравнений смешанного типа, как первого, так и второго рода в ограниченных областях изучено в работах [2-5].

Значительно менее изученными являются обратные задачи для уравнений смешанного типа (в частности для уравнение Трикоми) в неограниченных областях[6,7].

С этой целью в данной работе, для исследования однозначности разрешимости обратных задач для трехмерного уравнения Трикоми в неограниченной призматической области предлагается метод, который основан на сведение обратной задачи к прямым нелокальным краевым задачам для семейство нагруженных интегро-дифференциальных уравнений Трикоми в ограниченной прямоугольной области.

В области  $G = (-1, 1) \times (0, T) \times R = Q \times R = \{(x, t, z); x \in (-1, 1), 0 < t < T < +\infty, z \in R\}$  рассмотрим трехмерное уравнение Трикоми:

$$Lu = xu_{tt} - \Delta u + a(x,t)u_t + c(x,t)u = \psi(x,t,z), \quad (1)$$

где  $\Delta u = u_{xx} + u_{zz}$  - оператор Лапласа. Здесь  $\psi(x,t,y) = g(x,t,y) + h(x,t) \cdot f(x,t,y)$ ,  $g(x,t,y)$  и  $f(x,t,y)$  - заданные функции, а функция  $h(x,t)$  подлежит определению.

**Линейная обратная задача.** Найти функции  $(u(x,t,z), h(x,t))$  удовлетворяющие уравнению (1) в области  $G$ , такие что, функция  $u(x,t,z)$  удовлетворяет следующим нелокальным краевым условиям

$$\gamma D_t^p u|_{t=0} = D_t^p u|_{t=T}, \quad (2)$$

$$\eta D_x^p u|_{x=-1} = D_x^p u|_{x=1} \quad (3)$$

Далее будем считать, что  $u(x,t,z)$  и  $u_z(x,t,z) \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ ,  $u(x,t,z)$  абсолютно интегрируема по  $z$  на  $R$  при любом  $(x,t)$  в  $\bar{Q}$ . (4)

при  $p = 0, 1$ , где  $D_t^p u = \frac{\partial^p u}{\partial t^p}$ ,  $D_t^0 u = u$ ,  $\gamma, \eta$  - некоторые постоянные числа, отличное от нуля, величины которого будет уточнены ниже, с дополнительному условию

$$u(x,t,\ell_0) = \varphi_0(x,t), \quad \text{где } \ell_0 \in R \quad (5)$$

и с функций  $h(x,t)$  принадлежит классу

$$U = \{(u, h) \mid u \in W_2^{2,3}(G); h \in W_2^2(Q)\}.$$

Здесь через  $W_2^{2,3}(G)$  обозначено Банахово пространство с нормой

$$\|u\|_{W_2^{2,3}(G)}^2 = (2\pi)^{-1/2} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + |\lambda|^2)^3 \cdot \|\hat{u}(x,t,\lambda)\|_{W_2^2(Q)}^2 d\lambda,$$

где  $W_2^2(Q)$  пространства Соболева с нормой

$$\|g\|_2^2 = \|g\|_{W_2^2(Q)}^2 = \sum_{|\alpha| \leq 2} \int_Q |D^\alpha g|^2 dx dt.$$

Здесь

$\alpha$  - мультииндекс,  $D^\alpha$  - обобщённая производная по переменным  $x$  и  $t$ .

$$\hat{u}(x,t,\lambda) = (2\pi)^{-1/2} \int_{-\infty}^{+\infty} u(x,t,z) e^{-i\lambda z} dz$$

преобразование Фурье по переменной  $z$ , функции  $u(x,t,z)$ .

#### Список использованной литературы

1. Лаврентьев М.М., Романов В.Г., Васильев В.Г. *Многомерные обратные задачи для дифференциальных уравнений*. - Новосибирск. Наука, 1969.-67
2. Djamalov.S.Z. Linear inverse problem for Tricomy equation in three-dimensional space.//Bulletin KRASES. Phys. & Math.Sci.-2016.v.13.no2, pp.10-15. (РИНЦ)
3. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа второго рода, второго порядка // *Дифференциальные уравнения*. 2019.Т.55. № 1 ,с.34-44. (Scopus)
4. С.З.Джамалов. Р.Р.Ашуров. Об одной линейной обратной задаче для многомерного уравнения смешанного типа первого рода, второго порядка. // *Известия вузов. Математика*.2019,№6,с.1-12. (Scopus)



5. Джамалов С.З. Нелокальные краевые и обратные задачи для уравнений смешанного типа. // *Монография. Ташкент. 2021г, с.176.*
6. S.Z.Dzhamalov, R.R.Ashurov, Kh.Sh. Turakulov. The Linear Inverse Problem for the Three- Dimensional Tricomi Equation in a Prismatic Unbounded Domain. // *Lobachevskii Journal of Mathematics, 2021, 42(15), pp. 3606–3615. (Scopus)*
7. S.Z.Dzhamalov, M.G.Aliev, Kh.Sh. Turakulov. On a linear inverse problem for the three-dimensional Tricomi equation with nonlocal boundary conditions of periodic type in a prismatic unbounded domain. // *Trans. Natl. Acad. Sci. Azerb. Ser. Phys.-Tech. Math. Sci. Math. 2022, (42)(1), pp.1-12. (Scopus)*

## НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТИПА БУССИНЕСКА В УСЕЧЕННОМ КОНУСЕ

Дженалиев М. Т.<sup>1</sup>, Касымбекова А.С.<sup>2</sup>, Қалибекова А.Қ.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан*

<sup>2</sup>*Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан*

E-mail: [muvasharkhan@gmail.com](mailto:muvasharkhan@gmail.com), [kasar1337@gmail.com](mailto:kasar1337@gmail.com), [kalibekova.aidana2014@gmail.com](mailto:kalibekova.aidana2014@gmail.com)

Теория уравнений Буссинеска и его модификаций всегда привлекает внимание математиков. Уравнение Буссинеска, а также их модификации занимают важное место при описании движения жидкости и газа, в том числе, в теории нестационарной фильтрации в пористых средах [1]–[7]. В последние годы граничные задачи для этих уравнений активно исследуются [8]–[14].

В работе изучается начально-граничная задача для двумерного уравнения типа Буссинеска в области, представляющей собой конус. Для применения методов, связанных с теорией монотонных операторов, конус преобразовывается в цилиндрическую область. Однако при этом оператор задачи теряет свойство монотонности. Комбинируя методы теории монотонных операторов и априорных оценок, в соболевских классах устанавливаются теорема об однозначной слабой разрешимости изучаемой начально-граничной задачи, а также теорема о повышении гладкости слабого решения.

Постановка начально-граничной задачи и основной результат.

Пусть  $x = \{x_1, x_2\}$  и  $Q_{xt} = \{x, t: |x| = \sqrt{x_1^2 + x_2^2} < \varphi(t), 0 < t_0 < t < T < \infty\}$  – криволинейный усеченный конус, где  $\varphi(t_0) > 0$ ,  $\varphi'(t) \geq 0$ .  $\Omega_t = \{|x| < \varphi(t)\}$  – сечение области  $Q_{xt}$  для фиксированного  $t \in (t_0, T)$ .  $\Sigma_{x,t} = \partial\Omega_t \times (t_0, T)$  – боковая поверхность конуса, где  $\partial\Omega_t$  – граница области  $\Omega_t$ . В области, представляющей собой криволинейный конус, рассматривается начально-граничная задача для уравнения типа Буссинеска

$$\partial_t u - \sum_{i=1}^2 \partial_{x_i} (|u| \partial_{x_i} u) = f, \quad \{x, t\} \in Q_{xt}, \quad (1)$$

с граничными

$$u = 0, \quad \{x, t\} \in \Sigma_{x,t} = \partial\Omega_t \times (t_0, T), \quad (2)$$

и начальными условиями

$$u = u_0, \quad x \in \Omega_{t_0} = \{|x| < t_0\}, \quad (3)$$

где  $f(x, t), u_0(x)$  – заданные функции.

Установлены следующие теоремы.

**Теорема 1** (Основной результат). Пусть

$$f \in L_{3/2} \left( (t_0, T); W_{3/2}^{-1}(\Omega_t) \right), \quad u_0 \in H^{-1}(\Omega_{t_0}).$$

Тогда начально-граничная задача (1)–(3) имеет единственное решение

$$u \in L_3((t_0, T); L_3(\Omega_t)) \cap L_\infty((t_0, T); H^{-1}(\Omega_t)).$$

**Теорема 2** (О гладкости). Пусть

$$f \in L_{3/2}((t_0, T); L_{3/2}(\Omega_t)), \quad u_0 \in L_2(\Omega_{t_0}).$$

Тогда начально-граничная задача (1)–(3) имеет единственное решение

$$u \in L_\infty((t_0, T); L_2(\Omega_t)),$$

$$|u|^{1/2}u \in L_2((t_0, T); H_0^1(\Omega_t)),$$

$$\partial_t u \in L_{3/2}((t_0, T); W_{3/2}^{-1}(\Omega_t)).$$

Для доказательства Теорем 1,2 рассматривается вспомогательная начально-граничная задача. Для этой цели от переменных  $\{x, t\}$  перейдем к переменным  $\{y, t\}$  по формулам  $x_i = y_i \cdot \varphi(t)$ ,  $t = t$  и преобразуем криволинейный конус  $Q_{xt}$  в цилиндрическую область  $Q_{yt} = \Omega \times (t_0, T)$ ,  $\Omega = \{0 \leq |y| < 1\}$ , где  $\Sigma_{yt} = \partial\Omega \times (t_0, T)$ . Это преобразование является взаимно-однозначным. Введем обозначения  $u(x_i, t) = u(y_i \cdot \varphi(t), t) = w(y_i, t) = w\left(\frac{x_i}{\varphi(t)}, t\right)$ ,  $w_0(y) = u_0(y \cdot \varphi(t_0), t_0)$  и  $g(y, t) = f(y \cdot \varphi(t), t)$ .

Вспомогательная начально-граничная задача для задачи (1)–(3) записывается в следующем виде:

$$\partial_t w - \sum_{i=1}^2 \frac{1}{[\varphi(t)]^2} \partial_{y_i} (|u| \partial_{y_i} u) - \sum_{i=1}^2 y_i \frac{\varphi'(t)}{\varphi(t)} \partial_{y_i} w = g(y, t), \quad \{y, t\} \in Q_{yt},$$

$$w = 0, \quad \{y, t\} \in \Sigma_{yt},$$

$$w = w_0, \quad y \in \Omega,$$

где  $g \in L_{3/2}((0, T); W_{3/2}^{-1}(\Omega))$ ,  $w_0 \in H^{-1}(\Omega)$ .

### Список использованной литературы

1. Н. Р. McKean, Boussinesq's Equation on the Circle // Communications on Pure and Applied Mathematics, Vol. XXXIV, (1981), 599–691.
2. Z. Y. Yan, F.D. Xie, H.Q. Zhang, Symmetry Reductions, Integrability and Solitary Wave Solutions to Higher-Order Modified Boussinesq Equations with Damping Term // Communications in Theoretical Physics, Vol. 36, No.1 (2001), 1–6.
3. J. L. Vazquez, The Porous Medium Equation. Mathematical Theory, Oxford University Press, Oxford (2007) XXII+625p.
4. П. Я. Полубаринова-Кочина, Об одном нелинейном дифференциальном уравнении, встречающемся в теории инфильтрации // Докл. Акад. Наук СССР, 63(6) (1948), 623–627.
5. P.Ya. Polubarinova-Kochina, Theory of Groundwater Movement, Princeton Univ. Press, Princeton (1962).
6. Ya. B. Zel'dovich and A. S. Kompaneets, Towards a theory of heat conduction with thermal conductivity depending on the temperature // In Collection of Papers Dedicated to 70th Anniversary of A. F. Ioffe. Izd. Akad. Nauk SSSR, Moscow (1950), 61–72.
7. Ya. B. Zel'dovich and G. I. Barenblatt, On the dipole-type solution in the problems of a polytropic gas flow in porous medium // Appl. Math. Mech., 21(5) (1957), 718–720.
8. X. Zhong, Strong solutions to the nonhomogeneous Boussinesq equations for magnetohydrodynamics convection without thermal diffusion // Electronic Journal of Qualitative Theory Differential Equations, No.24 (2020), 1–23.
9. H. Zhang, Q. Hu, G. Liu, Global existence, asymptotic stability and blow-up of solutions for the generalized Boussinesq equation with nonlinear boundary condition // Mathematische Nachrichten, 293: 2 (2020), 386–404.
10. G. Oruc, G. M. Muslu, Existence and uniqueness of solutions to initial boundary value problem for the higher order Boussinesq equation // Nonlinear Analysis – Real World Applications, 47 (2019), 436–445.
11. W. Ding, Zh.-A. Wang, Global existence and asymptotic behavior of the Boussinesq-Burgers system // Journal of Mathematical Analysis and Applications, 424: 1 (2015), 584–597.
12. N. Zhu, Zh. Liu, K. Zhao, On the Boussinesq-Burgers equations driven by dynamic boundary conditions // Journal of Differential Equations, 264: 3 (2018), 2287–2309.

13. J.-L. Lions, E. Magenes, Non-Homogeneous Boundary Value Problems and Applications. V. 1, Springer Verlag, Berlin (1972).
14. M.T. Jenaliyev, A.S. Kassymbekova, M.G. Yergaliyev, A.A. Assetov, An initial boundary value problem for the Boussinesq equation in a Trapezoid // Bulletin of the Karaganda University, №2(106) 2022.

## ОБ ОДНОЙ КОЭФФИЦИЕНТНОЙ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧЕ И СВЯЗАННОЙ С НЕЙ НАЧАЛЬНО-ГРАНИЧНОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ БЮРГЕРСА

Дженалиев М.Т., Ергалиев М.Г.

*Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан*

E-mail: [muvasharkhan@gmail.com](mailto:muvasharkhan@gmail.com), [ergaliev@math.kz](mailto:ergaliev@math.kz)

В области  $Q_{xt} = \{x, t \mid 0 < x < t, t_0 < t < T < \infty, t_0 > 0\}$ , где  $\Omega_t = \{0 < x < t, t_0 > 0\}$  сечение области  $Q_{xt}$  для фиксированного значения временной переменной  $t \in (t_0, T)$ , исследуется коэффициентная обратная задача для уравнения Бюргерса: найти пару функций  $\{u(x, t), \lambda(t)\}$  из условий

$$\partial_t u + u \partial_x u - \nu \partial_x^2 u = \lambda(t) f(x), \quad (x, t) \in Q_{xt}, \quad (1)$$

$$\partial_x^j u(0, t) = \partial_x^j u(t, t), \quad j = 0, 1, \quad t \in (t_0, T), \quad (2)$$

$$u(x, t_0) = 0, \quad x \in (0, t_0), \quad (3)$$

$$\int_0^t u(x, t) dx = E(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (4)$$

где заданная постоянная  $\nu$  и функции  $f(x), E(t)$  удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \nu = \text{const} > 0, \quad f(x) \in L^2(0, t), \quad \bar{f}(t) \equiv \int_0^t f(x) dx \neq 0, \quad \forall t \in [t_0, T], \\ E(t) \in W^{1, \infty}(t_0, T). \end{cases} \quad (5)$$

Отметим, что из (5) следует:  $\bar{f}(t) \in L^\infty(t_0, T)$ .

**Теорема.** Пусть выполнены условия (5). Тогда обратная задача (1)–(4) имеет единственное решение

$$u \in H_{per}^{2,1}(Q_{xt}) \equiv \left\{ L^2(t_0, T; H_{per}^2(0, t)) \cap H^1(t_0, T; L^2(0, t)) \right\}, \quad \lambda(t) \in L^\infty(t_0, T).$$

### Список использованной литературы

1. Apraiz J., Doubova A., Fernandez-Cara E., Yamamoto M. Some inverse problems for the Burgers equation and related systems. Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2022;107:106113.
2. Montoya C. Inverse source problems for the Korteweg-de Vries-Burgers equation with mixed boundary conditions. J. Inverse Ill-Posed Probl. 2019;27:1-18.
3. Baglan I., Kanca F. Two-dimensional inverse quasilinear parabolic problem with periodic boundary condition. Appl. Anal. 2019;98:1549-1565.
4. Kamynin V.L. The inverse problem of determining the lower-order coefficient in parabolic equations with integral observation. Math. Notes. 2013;94:205-213.
5. Jenaliyev M., Ramazanov M., Yergaliyev M. On the coefficient inverse problem of heat conduction in a degenerating domain. Appl. Anal. 2020;99:1026-1041.

**О СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЯХ НАГРУЖЕННОГО  
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО ОПЕРАТОРА ПЕРВОГО ПОРЯДКА НА ОТРЕЗКЕ  
Иманбаев Н.С.**

*Институт Математики и Математического Моделирования,  
г. Алматы, Казахстан;  
Южно-Казахстанский государственный педагогический университет,  
г. Шымкент, Казахстан  
E-mail: [imanbaevnur@mail.ru](mailto:imanbaevnur@mail.ru)*

В функциональном пространстве  $W_2^1(-1,1)$  рассмотрим задачу на собственные значения нагруженного оператора дифференцирование

$$L_1 y = y'(t) + \lambda y(-1)\Phi(t) = \lambda y(t), \quad -1 \leq t \leq 1 \quad (1)$$

с краевым условием

$$y(-1) = y(1), \quad (2)$$

где  $\Phi(t)$  - функция ограниченной вариации и  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ ,  $\lambda \in \mathbb{C}$ , - спектральный параметр.

Требуется найти те комплексные значения  $\lambda$ , при которых операторное уравнение (1), имеет не нулевые решения.

Одной из особенностей рассматриваемой задачи, сопряженной к (1)-(2) является спектральная задача с вхождением спектрального параметра  $\bar{\lambda}$  в краевую условие с интегральным возмущением:

$$L_1^* v = v'(t) = \bar{\lambda} v(t), \quad -1 \leq t \leq 1, \quad (3)$$

$$v(-1) - v(1) = -\bar{\lambda} \cdot \int_{-1}^1 v(t)\Phi(t)dt, \quad (4)$$

где  $\Phi(t)$  - ограниченной вариации и  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ ,  $\bar{\lambda} \in \mathbb{C}$  - спектральный параметр.

**Лемма 1.** Характеристический определитель  $\Delta_1(\lambda)$  спектральных задач (1)-(2) и (3)-(4) представляется в виде

$$\Delta_1(\lambda) = e^{-\lambda} - e^{\lambda} + \lambda \cdot \int_{-1}^1 e^{\lambda t} \Phi(t) dt \quad (5)$$

На основе формулы (5) делаются выводы о собственных значениях дифференциальных операторов первого порядка  $L_1$  и  $L_1^*$ . Имеет место следующая

**Теорема 1.** Если  $\Phi(t)$ -функция ограниченной вариации и  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ , - то все нули целой функции  $\Delta_1(\lambda)$ , то есть все собственные значений операторов дифференцирования  $L_1$  и  $L_1^*$  принадлежат полосе  $|\operatorname{Re} \lambda| = |x| < k$ , при некотором  $k$ , где  $\lambda = x + iy$ , а также образуют счётное множество и имеют асимптотику  $\lambda_n^1 = im + O(1)$  при  $n \rightarrow \infty$ .

Заметим, что  $\lambda_0 = 0$  - является собственным значением,  $y_0(t) = C \neq 0$  собственной функцией операторов  $L_1$  и  $L_1^*$ .

В случае, когда функция  $\Phi(t) \equiv 0$ , получается  $\Delta_0(\lambda) = e^{-\lambda} - e^{\lambda}$  - характеристический определитель «невозмущённой» спектральной задачи:

$$L_0 y = y'(t) = \lambda y(t), \quad -1 \leq t \leq 1, \quad (6)$$

$$y(-1) = y(1)$$

Числа  $\lambda_n^0 = in\pi$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  являются собственными значениями, при этом  $\forall C > 0$ ,  $y_{n_0}^0 = C \cdot e^{in\pi}$  - собственными функциями «невозмущённого» оператора  $L_0$ , которая образует полную ортонормированную систему и базис Рисса в  $L_2(-1, 1)$ .

**Лемма 2.** Система собственных функций  $y_n^{(i)} = v_n^{(i)} \approx C \cdot e^{in\pi} \cdot e^{\epsilon t}$  спектральных задач (1)-(2) и (3)-(4) при  $n \rightarrow \infty, \forall C > 0$  одновременно обладают свойством базисности Рисса в  $L_2(-1, 1)$ , но не является ортонормированным.

**Теорема 2.** Пусть в краевом условии (4) отсутствует спектральный параметр  $\bar{\lambda}$  и подынтегральная функция  $\Phi(t)$ -непрерывная,  $\Phi(-1) = \Phi(1) = 1$ . Тогда все собственные значений оператора  $L_1^*$  будут сосредоточены в некоторой вертикальной полосе  $|\operatorname{Re} \bar{\lambda}| = |x| < k \cdot r \cdot \omega \left(\frac{1}{r}\right)$ , при некотором  $k$ ,  $r = |\bar{\lambda}|$ , которое расширяется в зависимости от свойств  $\omega(\delta)$  - модуля непрерывности  $\Phi(t)$ , образует счётное множество и справедлива асимптотическая формула  $\lambda_n = i\pi n + O\left(n\omega\left(\frac{1}{n}\right)\right)$ , при  $n \rightarrow \infty$ .

Работа выполнена при финансовой поддержке КН МНВО РК (грант № AP09260752).

#### Список использованной литературы

1. Кангужин Б.Е., Садыбеков М.А. Дифференциальные операторы на отрезке. Распределение собственных значений. Шымкент: «Гылым», 1996. – 270 с.
2. Иманбаев Н.С., Садыбеков М.А. Базисные свойства корневых функций нагруженных дифференциальных операторов второго порядка// Доклады НАН РК. 2010, №2. С. 11-13.
3. [Imanbaev N.S., On nonlocal perturbation of the problem on eigenvalues of differentiation operator on a segment/Vestnik Udmurtskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Komp'yuternye Nauki, 31, issue 2 \(2021\), 186-193. https://doi.org/10.35634/vm210202](https://doi.org/10.35634/vm210202)

### ВОЛЬТЕРРА ЕРЕКШЕ ИНТЕГРАЛДЫҚ ТЕНДЕУДІҢ СИПАТТАУШЫ ТЕНДЕУІ ЖАЙЫНДА

Искаков С.А., Омаров М.Т., Танин А.О.

Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан

E-mail: [tan\\_alibek@mail.ru](mailto:tan_alibek@mail.ru)

$G = \{x, t | 0 < x < \gamma(t), t > 0\}$  облысында келесі шекаралық есепті қарастырамыз:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \quad \{0 < x < \gamma(t), \quad t > 0\} \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = u_0(t), \quad \frac{d\tilde{u}(t)}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=\gamma(t)} = u_1(t), \quad (2)$$

мұнда  $\tilde{u}(t) = u(\gamma(t), t)$ ,  $\gamma(0) = 0$ , ал  $\gamma(t) = [t(1 + \alpha_0(t))]^\omega$ ,  $\omega > \frac{1}{2}$

$\gamma(t): (0, \infty) \rightarrow (0, \infty)$  функциясы келесі шарттарды қанағаттандырады:

1.  $t \rightarrow 0$  және  $t \rightarrow \infty$   $\gamma(t)$  функциясының асимптотикасының бейнесі  $t^\omega$ , мұнда  $\omega > \frac{1}{2}$
2. қандайда бір  $t_1^*$  уақыт мезетінен бастап  $t_2^*$  уақыт мезетіне дейін  $\gamma(t)$  функциясы еркін, қатаң бірсарынды және өзара бірімәнді, яғни кері түрлендіруі  $\gamma^{-1}(t)$  бар.

Шешімінің және берілген функцияларының класын келесі түрде енгіземіз:

$$(x + [\gamma(t)]^{\frac{3}{2\omega-1}})^{-1} u(x, t) \in L_\infty(G), \quad \text{яғни } u(x, t) \in L_\infty(G; (x + [\gamma(t)]^{\frac{3}{2\omega-1}})^{-1}),$$

$$f(x, t) \in W_\infty^{1,0} \left( G; [\gamma(t)]^{3/2\omega-1} \exp \left\{ [\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} / (4a^2) \right\} \right);$$

$$u_0(t) \in L_\infty(R_+; [\gamma(t)]^{-(3/2\omega-1)}); \quad u_1(t) \in L_\infty(R_+; [\gamma(t)]^{3/2\omega-1}).$$

(1)-(2) шекаралық есепті шешу барысында есеп келесі интегралдық теңдеуге келтіріледі:

$$\varphi(t) + \int_0^t K_\gamma(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau = F(t). \quad (3)$$

(3) интегралдық теңдеуінің шешімін, келесі функциялар классында іздейміз:

$$\varphi(t) \in L_\infty\left(0, \infty; [\gamma(t)]^{\frac{3}{2\omega}-1}\right).$$

Ал,  $K_\gamma(t, \tau)$  ядросы келесі қасиеттерге ие:

- 1)  $K_\gamma(t, \tau)$  үзіліссіз  $0 < \tau \leq t \leq \infty$ ;
- 2)  $\lim_{t \rightarrow t_0} \int_0^t K_\gamma(t, \tau) d\tau = 0, \quad t_0 \geq \varepsilon > 0$ ;
- 3)  $\lim_{t \rightarrow 0^+} \int_0^t K_\gamma(t, \tau) d\tau = 1$ .

(3) интегралдық теңдеуінің ерекшелігі  $K_\gamma(t, \tau)$  ядросының 3 қасиетінде. Бұдан  $K_\gamma(t, \tau)$  ядросымен анықталған интегралдық оператордың нормасы бірге тең екендігі шығады. Ал бұл жайт, берілген теңдеудің шешімі бар және жалғыз болатын классикалық екінші текті Вольтерра теңдеуінен түбегейлі өзгеше екенін көрсетеді.

(3) интегралдық теңдеуді шешу үшін, сәйкес сипаттамалық интегралдық теңдеуін құрастырайық.

$$\varphi(t) + \int_0^t \left[ \frac{\gamma(t)}{\gamma(\tau)} \right]^{\frac{3}{2\omega}-1} K_h(t, \tau) \varphi(\tau) d\tau = g(t), \quad (4)$$

мұнда

$$K_h(t, \tau) = \sum_{i=1}^4 K_h^{(i)}(t, \tau),$$

(4) интегралдық теңдеуінің ядросы  $K_\gamma(t, \tau)$  ядросының 3 қасиетіне ұқсас қасиетке ие.

(4) сипаттамалық теңдеудің шешімі келесі түрде табылады:

$$\varphi(t) = g(t) + \int_0^t \left( \frac{t}{\tau} \right)^{\frac{3}{2\omega}-1} R_h(t, \tau) g(\tau) d\tau + C \varphi_{\text{hom}} \left( (2\omega - 1)(2\omega - 1) [\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} \right),$$

Мұнда,  $R_h(t, \tau)$  резольвентасы үшін келесі бағалау дұрыс:

$$R_h(t, \tau) \leq C_1(\omega) \cdot \frac{[\gamma(t)]^{\frac{5\omega-3}{\omega}} \left\{ [\gamma(\tau)]^{\frac{1}{\omega}} \right\}'}{\left( [\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} - [\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} \right)^{\frac{3}{2}}} \times e^{-\frac{(2\omega-1)[\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} \cdot [\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}}}{a^2 \left( [\gamma(t)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} - [\gamma(\tau)]^{\frac{2\omega-1}{\omega}} \right)}} \quad (5)$$

**Теорема 1.2.2** (4) интегралдық теңдеуінің кез келген  $g(t) \in L_\infty\left(R; [\gamma(t)]^{\frac{3-2\omega}{2\omega}}\right)$  оң жағы үшін шешімі бар  $\varphi(t) \in L_\infty\left(R; [\gamma(t)]^{\frac{3-2\omega}{2\omega}}\right)$ :

$$\varphi(t) = g(t) + \int_0^t \left( \frac{\gamma(t)}{\gamma(\tau)} \right)^{\frac{3}{2\omega}-1} R_h(t, \tau) g(\tau) d\tau + C \cdot \varphi_{\text{hom}}((2\omega - 1)t^{2\omega-1}),$$

мұнда  $\varphi_{\text{hom}}(t)$  біртекті теңдеудің шешімі, ал  $R_h(t, \tau)$  резольвента үшін (5) бағалауы орынды.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Солонников В.А., Фазано А. Об одномерной параболической задаче, возникающей при изучении некоторых задач со свободными границами // Записки научных семинаров ПОМИ. 2000. Т.269. С.322–338.
2. Jenaliev M.T., Ramazanov M.I., Iskakov S.A. On a homogeneous parabolic problem in an infinite angular domain // Eurasian Journal of Mathematical and Computer Applications. 2019. - Volume 7.-Issue 1.- P.32-52.
3. Jenaliyev M.T., Ramazanov M.I., Kosmakova M.T., Tanin A.O. To the solution of one pseudo-Volterra integral equation // Bulletin of the Kara-ganda University. Mathematics Series. – Karaganda, 2019.-No. 1(93).-P. 19-30

### О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

<sup>1,2</sup> Искакова Н., <sup>1,3</sup> Темешева С., <sup>2</sup> Байбакты Б.

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

<sup>3</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: [narkesh@mail.ru](mailto:narkesh@mail.ru), [temeshevasvetlana@gmail.com](mailto:temeshevasvetlana@gmail.com), [b.baurzhan99@bk.ru](mailto:b.baurzhan99@bk.ru)

На отрезке  $[-\tau, T]$  рассматривается задача для линейной системы дифференциальных уравнений с запаздыванием [1]

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)x(t - \tau) + f(t), \quad x \in R^n, \quad t \in (0, T), \quad \tau > 0, \quad (1)$$

$$x(t) = \text{diag}[x(0)] \cdot \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

с существенно нелинейными двухточечными краевыми условиями

$$g(x(0), x(T)) = 0. \quad (3)$$

Здесь  $(n \times n)$ -матрицы  $A(t)$ ,  $B(t)$ , и вектор-функция  $f(t)$  непрерывны на  $[0, T]$ ,  $\varphi: [-\tau, 0] \rightarrow R^n$  - непрерывно дифференцируемая вектор-функция такая, что  $\varphi_i(0) = 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\tau$  - постоянное запаздывание,  $\|A(t)\| \leq \alpha$ ,  $\|B(t)\| \leq \beta$ , где  $\alpha, \beta - \text{const}$ .

Решением краевой задачи (1)-(3) является непрерывная на  $[-\tau, T]$ , непрерывно дифференцируемая на  $(0, T)$  вектор-функция  $x^*(t)$ , удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача с запаздыванием (5)-(7) исследуется методом параметризации. Предложена одна модификация метода параметризации, где на каждом шаге решается система нелинейных уравнений, а также решаются задачи Коши для дифференциальных уравнений без запаздывания. Установлены достаточные условия существования изолированного решения задачи (1)-(3).

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант АР 08855726)

### Список использованной литературы

1. Iskakova N.B., Temesheva S.M., Abildayeva A.D. On the conditions of solvability of a nonlinear boundary value problem for a system of differential equations with a delay argument // Kazakh Mathematical Journal. – 2020. – Vol. 20, №4. – P.59-74.

### О ЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

<sup>1,2</sup> Искакова Н.Б., <sup>2</sup> Рысбек А.С., <sup>2</sup> Серік А.М.

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

E-mail: [narkesh@mail.ru](mailto:narkesh@mail.ru), [aiganym.rysbek@mail.ru](mailto:aiganym.rysbek@mail.ru), [alisher\\_m\\_16@mail.ru](mailto:alisher_m_16@mail.ru)

На отрезке  $[-\tau, T]$  рассматривается линейная краевая задача для дифференциального уравнения второго порядка с запаздыванием

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} = q_1(t) \frac{dx(t)}{dt} + q_2(t)x(t) + q_3(t)x(t - \tau) + f(t), \quad t \in [0, T], \quad (1)$$

$$x(t) = x(0) \cdot \varphi_1(t), \quad \frac{dx(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=0} \cdot \varphi_2(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$x(0) = x(T), \quad \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=T}, \quad (3)$$

где функции  $q_i(t)$ ,  $i = \overline{1,3}$ , и  $f(t)$  непрерывны на  $[0, T]$ ,  $\varphi_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ , - непрерывно дифференцируемые функции такие, что  $\varphi_i(0) = 1$ ,  $i = 1, 2$ ,  $\tau > 0$  - постоянное запаздывание.

Решением задачи (1)-(3) является непрерывная на  $[-\tau, T]$ , дважды непрерывно дифференцируемая на  $(0, T)$  функция  $x^*(t)$ , удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача (1)-(3) исследуется методом параметризации [1]. Разработана одна модификация метода параметризации исследования и решения рассматриваемой задачи, учитывающая ее структуру, и установлены условия ее однозначной разрешимости.

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

### Список использованной литературы

1. Dzhumabaev D.S., "Conditions the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations", *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, **29**:1 (1989), 34-46.

## О РАЗРЕШИМОСТИ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ

<sup>1,2</sup> Искакова Н.Б., <sup>2</sup> Рысбек А.С., <sup>2</sup> Нурылда А.М.

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

E-mail: [narkesh@mail.ru](mailto:narkesh@mail.ru), [aiganym.rysbek@mail.ru](mailto:aiganym.rysbek@mail.ru), [aknur.nurylda@bk.ru](mailto:aknur.nurylda@bk.ru)

Рассматривается линейная периодическая краевая задача для дифференциального уравнения с запаздывающим аргументом

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)x(t - \tau) + \sum_{j=1}^{n-1} K_j x(j\tau) + f(t), \quad t \in [0, T], \quad x \in R^2, \quad (1)$$

$$x(t) = \text{diag}[x(0)] \cdot \varphi(t), \quad t \in [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$x(0) = x(T), \quad (3)$$

где матрицы второго порядка  $A(t)$ ,  $B(t)$  и вектор-функция  $f(t)$  непрерывны на  $[0, T]$ , вектор-функция  $\varphi(t)$  - непрерывно дифференцируемая, такая что  $\varphi_i(0) = 1$ ,  $i = 1, 2$ ,  $\tau > 0$  - постоянное запаздывание,  $\text{praz}$  укладывающаяся на  $[0, T]$ , матрицы  $K_j$ ,  $j = \overline{1, n-1}$ , - постоянные,  $\|A(t)\| \leq \alpha$ ,  $\|B(t)\| \leq \beta$ , где  $\alpha, \beta - \text{const}$ .

Решением задачи (1)-(3) является непрерывная на  $[-\tau, T]$ , непрерывно дифференцируемая на  $(0, T)$  функция  $x^*(t)$ , удовлетворяющая уравнению (1) и условиям (2), (3).

Задача (1)-(3) исследуется методом параметризации [1]. Исследуемая краевая задача сводится к эквивалентной краевой задаче для нагруженного дифференциального уравнения с параметрами. При фиксированном значении параметра решается задача Коши для нагруженного дифференциального уравнения. Используя фундаментальную матрицу дифференциальной части уравнения и предполагая однозначную разрешимость задачи Коши, исходная краевая задача сводится к системе линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров. Существование решения этой системы обеспечивает разрешимость задачи (1)-(3).

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)



### Список использованной литературы

1. Dzhumabaev D.S., "Conditions the unique solvability of a linear boundary value problem for an ordinary differential equations", *Computational Mathematics and Mathematical Physics*, 29:1 (1989), 34-46.

### О РАЗРЕШИМОСТИ НЕЛОКАЛЬНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ГИПЕРБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ СО СМЕШАННЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ С ПОСТОЯННЫМ ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО ВРЕМЕНИ

<sup>1,2</sup>Искакова Н.Б., <sup>1,3</sup>Темешева С., <sup>2</sup>Тыныштықбай А.К.

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы

<sup>3</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: [narkesh@mail.ru](mailto:narkesh@mail.ru), [temeshevasvetlana@gmail.com](mailto:temeshevasvetlana@gmail.com), [abylay.tynyshtykbay@fizmat.kz](mailto:abylay.tynyshtykbay@fizmat.kz)

Рассматривается нелинейная нелокальная двухточечная краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени

$$\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} = A_1(x,t) \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} + A_2(x,t) \frac{\partial u(x,t-\tau)}{\partial x} + A_3(x,t)u(x,t) + f(x,t), (1)$$

$$(x,t) \in \Omega_T = [0, \omega] \times [0, T],$$

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} = \text{diag} \left( \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0} \right) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau = [0, \omega] \times [-\tau, 0], \quad (2)$$

$$g \left( x, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=0}, \frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \Big|_{t=T} \right) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (3)$$

$$u(0,t) = \psi(t), \quad t \in [-\tau, T], \quad (4)$$

где  $(n \times n)$ -матрицы  $A_k(x,t)$ ,  $k = \overline{1,3}$ , и вектор-функция  $f(x,t)$  непрерывны на  $[0, \omega] \times [0, T]$ ,  $\varphi(x,t): [0, \omega] \times [-\tau, 0] \rightarrow R^n$  — непрерывно-дифференцируемая по  $t$  и непрерывная по  $x$  вектор-функция такая, что  $\varphi_i(x, 0) = 1$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $\tau$  — постоянное запаздывание,  $\|A_k(x,t)\| \leq \alpha_k$ , где  $\alpha_k - \text{const}$  ( $k = \overline{1,3}$ ),  $\Omega = \Omega_\tau \cup \Omega_T$ ,  $\Omega_0 = \{(x,t): x \in [0, \omega], t = 0\}$ .

Функция  $u(x,t) \in C(\Omega, R^n)$ , имеющая частные производные  $\frac{\partial u(x,t)}{\partial x} \in C(\Omega \setminus \Omega_0, R^n)$ ,  $\frac{\partial^2 u(x,t)}{\partial x \partial t} \in C(\Omega_T \setminus \Omega_0, R^n)$  называется классическим решением задачи (1)-(4), если она удовлетворяет системе гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени (1) при всех  $(x,t) \in \Omega_T$  и условиям (2)-(4).

Введением новой функции  $v(x,t) = \frac{\partial u(x,t)}{\partial x}$  задача (1)-(3) сводится к эквивалентной задаче

$$\frac{\partial v(x,t)}{\partial t} = A_1(x,t)v(x,t) + A_2(x,t)v(x,t-\tau) + A_3(x,t)(\psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi) + f(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_T, \quad (5)$$

$$v(x,t) = \text{diag}(v(x,0)) \cdot \varphi(x,t), \quad (x,t) \in \Omega_\tau, \quad (6)$$

$$g(x, v(x,0), v(x,T)) = 0, \quad x \in [0, \omega], \quad (7)$$

которая представляет собой семейство краевых задач для системы обыкновенных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом с параметром семейства  $x \in [0, \omega]$ .

Если функция  $v(x,t)$  является решением задачи (5)-(7), то функция  $u(x,t) = \psi(t) + \int_0^x v(\xi,t)d\xi$  есть решение задачи (1)-(4).

Задача (5)-(7) исследуется методом параметризации [1]. Эквивалентность задач (1)-(4) и (5)-(7) позволила построить алгоритм нахождения решения задачи (1)-(4) и установить условия ее разрешимости.

Настоящая работа поддержана Министерством образования и науки Республики Казахстан (грант AP 08855726)

### Список использованной литературы

1. Iskakova N.B., Temesheva S.M., Abildayeva A.D. On the conditions of solvability of a nonlinear boundary value problem for a system of differential equations with a delay argument // *Kazakh Mathematical Journal.* – 2020. – Vol. 20, №4. – P.59-74.

## РАЗРЕШИМОСТЬ И СУЩЕСТВОВАНИЕ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С ОПЕРАТОРОМ ГЕРАСИМОВА-КАПУТО

<sup>1</sup>Исломов Б.И., <sup>2</sup>Ахмадов И.А.

<sup>1,2</sup>Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: [islomovbozor@yandex.ru](mailto:islomovbozor@yandex.ru)<sup>1</sup>, [ahmadov.ilhom@mail.ru](mailto:ahmadov.ilhom@mail.ru)<sup>2</sup>

С семидесятых годов XX века интенсивно изучаются краевые задачи для уравнений смешанного типа со спектральным параметром. Первые существенные научные результаты по спектральной теории уравнений смешанного типа получены Т.Ш.Кальменовым, Е.И.Моисеевым, С.М.Пономаревым. Дальнейшее развитие этой теории связано с именами учёных В.А. Ильина, Н.Ю.Капустина, М.С.Салахитдинова и А.К.Уринова, М.А.Садыбекова.

Эффективные методы исследования некоторых задач спектральной теории для не самосопряженных краевых задач были созданы Д. Биркгофом, Я.Д. Тамаркиным, Т. Карлеманом, М.В. Келдышем, В.А. Ильиным.

Отметим, что наши результаты статьи связаны с работами работы Н.Ю.Капустина и Е.И.Моисеева [1], Н.Ю.Капустина [2], К.Б. Сабитова [3], М.А. Садыбекова, Г.Д. Тойжанова [4] и А.С. Бердышева [5].

Приведенная ниже задача, которую мы решим, связана с решением спектральной задачи для параболической части уравнения смешанного парабола-гиперболического типа с оператором Герасимова-Капуто, никем не исследованным.

В настоящей статье изучается разрешимость и существование собственных значений краевой задачи для смешанного парабола-гиперболического уравнения с оператором Герасимова-Капуто.

Пусть  $\Omega \in R^2$ -конечная область, ограниченная при  $y > 0$  отрезками  $AA_0$ ,  $A_0B_0$ ,  $B_0B$ ,  $A = (0, 0)$ ,  $A_0 = (0, 1)$ ,  $B_0 = (1, 1)$ ,  $B = (1, 0)$ , а при  $y < 0$  гладкой кривой  $AC$ :  $y = -\gamma(x)$ ,  $0 \leq x \leq l$ ,  $0.5 \leq l \leq 1$ ,  $\gamma(0) = 0$ ,  $l + \gamma(l) = 1$ , расположенной внутри характеристического треугольника:  $0 \leq x + y \leq x - y \leq l$ , характеристикой  $BC$ :  $y = x - 1$  уравнения

$$Lu = \begin{cases} {}_c D_{0x}^\alpha u - u_{yy}, & y \geq 0 \\ u_{xx} - u_{yy}, & y < 0 \end{cases} = f(x; y), \quad (1)$$

где  ${}_c D_{\sigma x}^\alpha [\square]$  – оператор дробного порядка  $\alpha$  в смысле Герасимова-Капуто [4]:

$${}_c D_{\sigma x}^\alpha g(x) = \begin{cases} \frac{\text{sgn}(x - \sigma)}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_{\sigma}^x |x - t|^{-\alpha} g'(t) dt, & 0 < \alpha < 1, \\ g'(x), & \alpha = 1. \end{cases} \quad (2)$$

Относительно  $\gamma(x)$  будем предполагать, что она принадлежит классу  $C^1[0, l]$  и такая,  $x - \gamma(x)$  монотонно возрастает.

**Задача  $M_\alpha$ .** Найти решение уравнения (1), удовлетворяющее условиям,

$$u|_{AA_0 \cup A_0B_0} = 0, \quad (3)$$

$$(u_x + u_y)|_{AC \cup BC} = 0. \quad (4)$$

Через  $W_2^1(\Omega) = H^1(\Omega)$  обозначим пространство С. Л. Соболева с нормой  $\|\cdot\|_1$ ,  $W_2^0(\Omega) = L_2(\Omega)$ ;  $L_2[0,1]$  - пространство квадратично суммируемых функций на  $[0,1]$ ,  $\Omega_0 = \Omega \cap \{y > 0\}$ ,  $\Omega_1 = \Omega \cap \{y < 0\}$ .

**Определение 1.** Классическим решением задачи  $M_\alpha$  назовем функцию из класса  $P_1 = \{u(x, y) : u(x, y) \in C^1(\bar{\Omega}) \cap C_y^2(\Omega_0) \cap C_{x,y}^{2,2}(\Omega_1)\}$ , удовлетворяющую краевым условиям (1), (3) и (4) задачи  $M_\alpha$  и обращающую уравнение (1) в тождество.

**Определение 2.** Функцию  $u \in L_2(\Omega)$  назовем *сильным решением задачи  $M_\alpha$* , если существует последовательность функций  $\{u_n(x)\}$ ,  $u_n \in P_1$ , удовлетворяющих краевым условиям (3), (4) задачи  $M_\alpha$ , такая, что последовательности  $u_n$  и  $Lu_n$  сходятся в  $L_2(\Omega)$  к функциям  $u$  и  $f$  соответственно. ( $\|u_n - u\|_0 \rightarrow 0$ ,  $\|Lu_n - f\|_0 \rightarrow 0$  при  $n \rightarrow \infty$ .)

**Доказаны следующие теоремы.**

**Теорема 1.** Для любой  $f \in L_2(\Omega)$  существует единственное сильное решение и задачи  $M_\alpha$ . Это решение принадлежит классу  $P_2 = \{u(x, y) : u(x, y) \in W_2^1(\Omega) \cap W_{2,x,y}^{1,2}(\Omega_1) \cap C(\bar{\Omega})\}$ , удовлетворяет неравенству

$$\|u\|_1 \leq C \|f\|_0 \quad (5)$$

и может быть представлено в виде

$$u(x, y) = \iint_{\Omega} K(x, y; x_1, y_1) f(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (6)$$

где  $K(x, y; x_1, y_1) \in L_2(\Omega \times \Omega)$ .

**Теорема 2.** Пусть  $\gamma \neq 0$ . Тогда существует  $\lambda \in C$  такое, что уравнение  $Lu = \lambda u$  имеет нетривиальное решение  $u \in P_1$ .

### Список использованной литературы

1. Н.Ю.Капустин., Е.И.Моисеев. О спектральных задачах со спектральным параметром в граничном условии. //Дифференциальные уравнения. 1997.Т.33. №1. С.115-119.
2. Н.Ю.Капустин. О классической задаче с комплекснозначным коэффициентом и спектральным параметром в граничном условии. //Дифференциальные уравнения.2012.Т.48. №10. С. 1361-1367.
3. К. Б. Сабитов, К теории уравнений смешанного парабола- гиперболического типа со спектральным параметром, // Дифференциальные уравнения. 1989.Т.25.№ 1. С. 117–126.
4. М. А. Садыбеков, Г. Д. Тойжанова, Спектральные свойства одного класса краевых задач для парабола-гиперболического уравнения.// Дифференциальные уравнения. 1992.Т.28.№ 1. С. 176–179.
5. Бердышев А.С. Краевые задачи и их спектральные свойства для уравнения смешанного парабола-гиперболического и смешанного-составного типов. Алматы. 2015.224 с.
6. А.В. Псху. Уравнения в частных производных дробного порядка. М.: Наука. 2005. 199 с.
7. В. I. Isломov and I. A. Akhmadov. A Nonlocal Boundary Value Problem with the Frankl Condition for an Equation of Mixed Parabolic-Hyperbolic Type with the Fractional Gerasimov–Caputo Operator. //Lobachevskii Journal of Mathematics. 2022. Vol. 43. №. 3. pp. 1508–1514. DOI: 10.1134/S1995080222060129.

# МНОГОПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ЗАДАЧИ ФИЛЬТРАЦИИ ФЛЮИДОВ В ТРЕХСЛОЙНОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ

Каюмов Ш., Бекчанов Ш.Э.

Ташкентский государственный технический университет, г.Ташкент, Узбекистан.

[E-mail: sherzodbekjonov@gmail.com](mailto:sherzodbekjonov@gmail.com),

Известно, что математические модели в многопластовых системах, содержащие в себе ньютоновские флюиды почти полностью изучено [1]. Относительно неньютоновских флюидов эти среды исследованы не полностью, особенно когда функциональная связь между градиентом давления и скоростью фильтрации имеет различные модификации. Она связано с тем, что не всегда удаётся определить, какой вид аппроксимации функционала соответствуют к данной слоистой среде. Поэтому исследователи вынуждены эти задачи решать отдельно в каждом конкретном случае [2-4]. Эти особенности наиболее проявляется, когда многослойная пористая среда и содержащие в нем флюиды имеет структурные свойства. На наш взгляд наиболее эффективным является изучение процесса фильтрации флюидов в многослойных средах содержащие ньютоновские, неньютоновские и структурированных флюидов путем построение в них, многопараметрических математических моделей с параметризованными начальными, граничными и краевыми условиями.

Многопараметрические математические модели, для однопластовых системы была разработана за определенный период времени и она охватило почти все существующие математические модели, построенного и изученного различными авторами. Эти модели сначала было построена до четырех законов фильтрации и в последующим дополнена до 13 законов фильтрации [5-7].

Рассмотрим трехслойный среду (область  $\Omega$ ) имеющие различные пластовые характеристики, где средний, хорошо проницаемы (область  $D_2$ ) и в ней преобладает горизонтальные составляющие (т.е. движения происходят по горизонтали) а две верхние ( $D_1$ ) и нижние ( $D_3$ ) пласты плохопроницаемые (предполагается что движения в них происходят по вертикали), тогда для хорошо проницаемого пласта можно построить многопараметрической модель а две соседних использовать непараметризованную обычную модель. Предполагается что отбор флюида производится из области  $D_2$ .

С началом работы скважин расположенную в области  $D_2$ , в результате возмущения области начинается переток из области  $D_1$  и  $D_3$  в область  $D_2$ . Если область  $D_2$  насыщена структурированными флюидами то в ней образует три зоны фильтрации с неизвестными подвижными границами и соответственно с ними, коэффициенты перетока для различных зон будет отличаться от друг друга.

Для построенных моделей разработан вычислительный алгоритм решение с применением метода итераций и потокового варианта разностной прогонки [8] и проводится испытания их на гипотетических данных.

## Список использованной литературы

1. Баренблатт Г.И. Ентов В.М., Рьжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. М.: Недра, 1972. 288 с.
2. Мирзажанзаде А.Х. Вопросы гидродинамики вязко- пластических и вязких жидкостей в нефтедобыче. Баку. Азнефтеиздат. 1959. 360 с.
3. Каюмов Ш. Приближенно-аналитические методы решения задач теории фильтрации вязкопластических флюидов. Ташкент. Издательство «ФАН». 1991 г. 156 с.
6. Каюмов Ш. Многопараметрические математические модели задачи теории фильтрации структурированных и аномально структурированных флюидов. Вестник ТГТУ. №4. 2010 г., с.20-24.
7. Каюмов Ш. Математическое моделирование задачи теории фильтрации со свободными границами. Ташкент. ТГТУ. 2017 г. 274 с.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука. 1989 г. 484 с.

## БӨЛШЕКТІК ЖҮКТЕЛГЕН ЖЫЛУ ӨТКІЗГІШТІК ШЕТТІКЕСЕБІ ҮШІН ШЕШІМДІЛІК ШАРТТАРЫ

**Космакова М.Т., Ахманова Д.М., Жумагулова Э.К.**

*Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*  
E-mail: [svetlanamir578@gmail.com](mailto:svetlanamir578@gmail.com); [danna.67@mail.ru](mailto:danna.67@mail.ru); [elmira09@inbox.ru](mailto:elmira09@inbox.ru)

Бірінші квадранта бөлшектік жүктелген жылуөткізгіштік теңдеуі үшін шеттік есептер қарастырылады. Жүктелген мүше кеңістіктік айнаымалыға қатысты алынған. Бұл мүше Риман-Лиувилль түріндегі бөлшек туынды болып табылады және жүктелген мүшедегі туындының реті дифференциалдық бөліктің ретінен кіші. Зерттеу шеттік есебін екінші текті Вольтерра интегралдық теңдеуіне келтіруге негізделген. Алынған интегралдық теңдеудің ядросында арнайы функция, Райт типті функция бар. Интегралдық теңдеудің шешілу шарттары алынды және интегралдық теңдеудің шешімдерінің бар болуы мен бірегейлігі бастапқы-шектік есептің жүктелген мүшесіндегі бөлшек туындының ретіне де, заңына да тәуелді екендігі көрсетілген.

$G = \{(x, t) | x > 0; t > 0\}$  облысында теңдеудің шешімін табу керек.

$$u_t = u_{xx} + \lambda \left\{ {}_r D_{0,x}^\beta u(x, t) \right\} \Big|_{x=\gamma(t)} + f(x, t), \quad (1)$$

$$u|_{t=0} = 0; u|_{x=0} = 0. \quad (2)$$

Мұнда:

${}_r D_{0,x}^\beta f(x)$  -Риман-Лиувилль түріндегі туынды  $\beta, 1 < \beta < 2$ . Шешім  $u(x, t) \in L_1(G)$ .

$\gamma(t)$  үздіксіз өспелі функция және  $\gamma(0) = 0$ .

Келесі белгіленулер енгізіледі:

$$\mu(t) = \left\{ {}_r D_{0,x}^\beta u(x, t) \right\} \Big|_{x=\gamma(t)}, f_1(x, t) = \int_0^t \int_0^\infty G(x, \xi, t - \tau) f(\xi, \tau) d\xi d\tau \quad (3)$$

Сонда (1)-(2) есептің шешімін [8] түрінде көрсетуге болады.

$$u(x, t) = -\lambda \int_0^t \int_0^\infty G(x, \xi, t - \tau) \mu(\tau) d\xi d\tau + f_1(x, t), \quad (4)$$

мұндағы:

$$G(x, \xi, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi t}} \left\{ \exp\left(-\frac{(x-\xi)^2}{4t}\right) - \exp\left(-\frac{(x+\xi)^2}{4t}\right) \right\}$$

Грин функциясы болып табылады.

$$u(x, t) = -\lambda \int_0^t \operatorname{erf}\left(\frac{x}{2\sqrt{t-\tau}}\right) \mu(\tau) d\tau + f_1(x, t).$$

(4) түрінде көрсетейік

$$u(x, t) = -\lambda \int_0^t K\left(\frac{x}{2\sqrt{t-\tau}}\right) \mu(\tau) d\tau + f_1(x, t), \quad (5)$$

мұндағы

$$K\left(\frac{x}{2\sqrt{t-\tau}}\right) = 1 - \phi\left(-\frac{1}{2}; 1; -\frac{x}{\sqrt{t-\tau}}\right) \quad (6)$$

(5)-ге (3) формула бойынша бөлшек дифференциалдау операциясын қолданамыз. Бізде бар

$${}_r D_{0,x}^\beta \left( K\left(\frac{x}{2\sqrt{t-\tau}}\right) \right) = x^{-\beta} \left( \frac{1}{\Gamma(1-\beta)} - e^{1-\beta, 1} \left( -\frac{x}{\sqrt{t-\tau}} \right) \right) =$$

$$= \frac{x^{1-\beta}}{\sqrt{t-\tau}} e^{2-\beta, \frac{1}{2}} \left( -\frac{x}{\sqrt{t-\tau}} \right) = -z e^{2-\beta, \frac{1}{2}}(z), 1 < \beta < 2,$$

мұндағы

$$e_{\alpha, \beta}^{\mu, \delta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \mu) \Gamma(\delta - \beta n)}, \mu \in C, \delta \in C, \quad (7)$$

- Райт типті функция [9, б.23]. Есептеу кезінде [9, 24 б.] автотрансформация формуласын (3) қолдандық.

Біз интегралдық теңдеуді алдық

$$\mu(t) + \lambda \int_0^t K_{\beta}(t, \tau) \mu(\tau) d\tau = f_2(t); 1 < \beta < 2, \quad (8)$$

мұндағы:

$$f_2(t) = {}_r D_{0,x}^{\beta} (f_1(x, t)) |_{x=\gamma(t)}, K_{\beta}(t, \tau) = \frac{(\gamma(t))^{1-\beta}}{\sqrt{t-\tau}} e^{2-\beta, \frac{1}{2}} \left( -\frac{\gamma(t)}{\sqrt{t-\tau}} \right) \quad (9)$$

Осы жерде  $\gamma(t) \sim t^{\omega}$  сағ  $t \rightarrow 0; \omega > 0$ .

Өйткені  $\omega > \frac{1}{2}$  және  $1 < \beta < 2$  үшін үзіліссіз функциялар класында әрекет ететін (8)

теңдеуінің интегралдық операторымен шектелетін болады.  $\omega(1 - \beta) + 1/2 \geq 0$

Ал  $1 < \beta < 2$  және ядросы (9) бар интегралдық теңдеу (8) біркелкі шешіледі және  $\omega(\beta - 1) \leq \frac{1}{2}$  үшін  $1 < \beta < 2$  және ядросы (9) бар (8) интегралдық теңдеу біркелкі шешіледі.  $\omega = \frac{1}{2}$

**Теорема.** (9) түріндегі теңдеудің ядросы бар (8) интегралдық теңдеу  $1 < \beta < 2$  және  $\gamma(t) \sim t^{\omega}$  ( $t=0$  нүктесінің маңайында) үзіліссіз функциялар класында біркелкі шешіледі, егер  $\omega \geq \frac{1}{2}$ .

### Пайдаланылған әдебиеттер тізімі

1. Нахушев А.М. Математикалық биологияның теңдеулері. – М.: Жоғары мектеп, 1995. – 205 б.
2. Нахушев А.М. Жүктелген теңдеулер және олардың қолданылуы, дифференциалды. теңдеулер. - 1983. - Т.19, No 1. - С.86-94.
3. Аттаев А.Х., Исақов С.А., Қаршигина Г.Ж., Рамазанов М.И. Бөлшек ретті жүктемемен жылуөткізгіштік теңдеуі үшін бірінші шекаралық есеп. I. // Қарағанды университетінің хабаршысы-математика. - 2014. - Т.76, No4. - 11-16.
4. Ысқақов С.А., Рамазанов М.И., Иванов И.А. (2015). Бөлшек ретті жүктемесі бар жылу өткізгіштік теңдеуі үшін бірінші шекаралық есеп. II. // Қарағанды университетінің хабаршысы-математика. - 2015. - Т.78, No2. - Р. 25-30.
5. Қосмақова М.Т., Исақов С.А., Қасымова Л.Ж. Бөлшек жүктелген жылу теңдеуін шешуге // Қарағанды университетінің хабаршысы-математика. - 2021. - Т. 1, № 101. – 65-77 б.
6. Рамазанов М.И., Қосмақова М.Т., Қасымова Л.Ж. Бөлшек жүктемесі бар жылу теңдеуінің мәселесі туралы // Лобачевский журналы математика. - 2020. - Т. 41, № 9. – 1873-1885 жж.
7. Қосмақова М.Т., Рамазанов М.И., Қасымова Л.Ж. Бөлшек жүктемемен жылу теңдеуін шешу // Лобачевский журналы математика. - 2021. - Т. 42, № 12. - Б. 2854-2866.
8. Полянин А.Д. Математикалық физиканың сызықтық теңдеулер анықтамалығы. – М.: Физматлит, 2001. – 576 б.
9. Псху А.В. Бөлшек ретті жеке туындылардағы теңдеулер. – М.: Наука, 2005. – 199 б.

# О РАЗРЕШИМОСТИ НАГРУЖЕННОЙ ЗАДАЧИ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С НАГРУЗКОЙ В ВИДЕ ДРОБНОГО ИНТЕГРАЛА

Космакова М.Т., Ижанова К.А., Газизова Д.К.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*  
E-mail: [svetlanamir578@gmail.com](mailto:svetlanamir578@gmail.com), [kamila.izhanova@alumni.nu.edu.kz](mailto:kamila.izhanova@alumni.nu.edu.kz), [gdk8@yandex.ru](mailto:gdk8@yandex.ru)

Рассмотрена краевая задача для неоднородного уравнения теплопроводности с нагрузкой в виде дробного интеграла Римана-Лиувилля порядка  $\beta$ , где  $\beta \in (0,1)$ . Обращением дифференциальной части задача сведена к интегральному уравнению с ядром со специальной функцией. Специальная функция представлена в виде обобщенной гипергеометрической функции. Исследованы предельные случаи порядка  $\beta$  дробной производной. Произведена оценка ядра интегрального уравнения. Получены условия разрешимости интегрального уравнения.

## I Необходимые сведения из теории дробного исчисления и специальных функций

*Определение 1.* Пусть  $\varphi(x) \in \mathcal{L}_1[a; b]$ . Тогда интеграл:

$$(I_{ax}^\alpha \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{\varphi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, x > a,$$

где  $\alpha > 0$ , называется дробным интегралом Римана-Лиувилля порядка  $\alpha$ ;  $\alpha > 0$ .

$$(I_{ax}^0 \varphi)(x) = \varphi(x). [1]$$

*Замечание 1.* Достаточным условием существования дробного интеграла является условие  $\varphi(t) \in \mathcal{L}_1([a; b])$ .

*Замечание 2.* Известно, что [2] для первой краевой задачи в области  $0 \leq x < \infty$  при условиях:

$$w = f(x) \text{ при } t = 0,$$

$$w = g(x) \text{ при } x = 0,$$

дифференциальное уравнение вида:

$$\frac{\partial w}{\partial t} = a \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \Phi(x, t),$$

имеет решение:

$$u(x, t) = \int_0^\infty f(\xi) G(x, \xi, t) d\xi + \int_0^t g(\tau) H(x, t - \tau) d\tau + \int_0^t \int_0^\infty \Phi(\xi, \tau) G(x, \xi, t - \tau) d\xi d\tau,$$

где

$$G(x, \xi, t) = \frac{1}{2\sqrt{\pi at}} \left\{ \exp\left[-\frac{(x-\xi)^2}{4at}\right] - \exp\left[-\frac{(x+\xi)^2}{4at}\right] \right\},$$

$$H(x, t) = \frac{x}{2\sqrt{\pi at^{\frac{3}{2}}}} \exp\left(-\frac{x^2}{4at}\right).$$

*Определение 2.* Обобщённым гипергеометрическим рядом [3] называется ряд:

$${}_pF_q(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p; \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q; z) = {}_pF_q\left(\begin{matrix} \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p \\ \rho_1, \rho_2, \dots, \rho_q \end{matrix} \middle| z\right) = \sum_{k=0}^{\infty} \left[ \frac{\prod_{h=1}^p (\alpha_h)_k z^k}{\prod_{h=1}^q (\rho_h)_k k!} \right],$$

где  $(\alpha)_k = \frac{\Gamma(\alpha+k)}{\Gamma(\alpha)}$  – символ Похгаммера.

*Определение 3.* Функция в виде ряда

$$e_{\alpha, \beta}^{\mu, \delta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(\alpha n + \mu) \Gamma(\delta - \beta n)}, \alpha > \beta, \alpha > 0, z \in \mathbb{C},$$

при  $\alpha = \mu = 1$  совпадает с функцией Райта:

$$e_{1, \beta}^{1, \delta}(z) = \phi(\beta, \delta, z),$$

## II Постановка задачи.

В области  $Q = \{x, t\}: x > 0, t > 0\}$  найти решения уравнения:

$$u_t - u_{xx} + \lambda I_{0x}^\beta u(x, t)|_{x=\gamma(t)} = f(x, t), \quad (1)$$
$$u|_{x=0} = 0; u|_{t=0} = 0. \quad (2)$$

III Сведение задачи (11)-(12) к интегральному уравнению: В силу замечания 2 задача (1) – (2) сводится к интегральному уравнению

$$\mu(t) + \lambda \int_0^t K_\beta(t, \tau)\mu(\tau)d\tau = f_2(t), \quad (3)$$

где

$$K_\beta(t, \tau) = \frac{(\gamma(t))^{\beta+1}}{\sqrt{\pi(t-\tau)}\Gamma(\beta+2)} {}_2F_2\left(\frac{1}{2}, 1; \frac{\beta+2}{2}, \frac{\beta+3}{2}; -\frac{(\gamma(t))^2}{4(t-\tau)}\right) \quad (4)$$

$$f_2(t) = I_{0x}^\beta f_1(x, t)|_{x=\gamma(t)} \quad (5)$$

Здесь  ${}_2F_2(a_1, a_2; b_1, b_2; z)$  – обобщенный гипергеометрический ряд, сходится для всех конечных  $z$ .

## III Исследование предельных случаев

Показано, что для краевой задачи (1) - (2) имеет место непрерывность по порядку дробной производной в нагруженном слагаемом уравнения задачи.

## IV Оценка ядра интегрального уравнения

Если  $(\gamma(t)) \sim t^w$  при  $t \rightarrow 0$ , то для ядра (4) имеет место оценка

$$|K_\beta(t, \tau)| \leq \frac{t^{w(\beta+1)}}{\Gamma(\beta+2)\sqrt{\pi(t-\tau)}} \quad (6)$$

Поскольку:  $\omega(\beta + 1) \geq 0, \forall \omega \geq 0$  и  $\beta \in [0; 1]$ , то можно сделать вывод, что интегральное уравнение (3) однозначно разрешимо в классе непрерывных функций при любой непрерывной правой части (5).

Это исследование финансируется Комитетом науки и Министерства образования и науки Республики Казахстан (Грант AP09259780, 2021-2023.)

## Список использованной литературы

1. Псху, А. (2005). Уравнения в частных проихводных дробного порядка. Москва: Наука.
2. Полянин, А. (2001). In *Справочник по линейным уравнениям математической физики* (р. 57). Москва: Физико-математическая литература .
3. Ю.Люк. (1975). In *Специальные математические функции и их аппроксимации* (р. 163). New York: Academic press.

## ОБОДНОМ СПОСОБЕУПРАВЛЕНИЯ ПУЧКАМИ ТРАЕКТОРИЙ

Мамадалиев Н.А., Абдуалимова А.М.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,

Андижанский госуниверситет имени З.М.Бабура,

E-mail: [m\\_numana59@mail.ru](mailto:m_numana59@mail.ru); [abduolimova81@inbox.ru](mailto:abduolimova81@inbox.ru)

В данной работе изучены конфликтно-управляемый процесс, описываемой системой дифференциально - разностных уравнений нейтрального типа. Получено достаточное условие для разрешимости игровых задач управления пучками траекторий. Данная работа примыкает к исследованиям [2].

В пространстве  $\mathbf{R}^n$  рассматривается линейная дифференциальная игра преследования, описываемая системой уравнений нейтрального типа [2]



$$\dot{z}(t) = \sum_{i=1}^m A_i \dot{z}(t - h_i) + \sum_{i=0}^m B_i z(t - h_i) - Cu(t) + Dv(t), \quad (1)$$

Где  $z(t) \in \mathbb{R}^n$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$ ,  $v(t) \in \mathbb{R}^q$ ,  $n \geq 1$ ;  $A_i (i = 1, 2, \dots, m)$ ,  $B_i (i = 0, 1, 2, \dots, m)$  – постоянные квадратные матрицы порядка  $(n \times n)$ ,  $(n \times n)$ ;  $C, D$  – постоянные матрицы порядка  $(n \times p)$ ,  $(n \times q)$ , соответственно.  $0 = h_0, h_1, \dots, h_m$  – действительные числа. Допустимые управления – измеримые функции  $u = u(\cdot), v = v(\cdot)$ , определенные на  $[0, +\infty)$  и удовлетворяющие ограничениям вида

$$u(t) \in P, \quad v(t) \in Q, \quad 0 \leq t < +\infty, \quad (2)$$

где  $P$  и  $Q$  – непустые компактные подмножества  $\mathbb{R}^p$  и  $\mathbb{R}^q$ , соответственно.

Терминальное множество  $M$  имеет вид  $M = M_0 + M_1$ , где  $M_0$  – линейное подпространство пространства  $\mathbb{R}^n$ ,  $M_1$  – компактное подмножество подпространства  $L$ ,  $L$  – ортогональное дополнение к подпространству  $M_0$  в  $\mathbb{R}^n$  (т.е.  $M_0 \oplus L = \mathbb{R}^n$ ); через  $\pi$  – обозначим матрицу оператора ортогонального проектирования из  $\mathbb{R}^n$  на  $L$ :  $\pi: \mathbb{R}^n \rightarrow L[1]$ ; В пространстве  $\mathbb{R}^n$ , кроме множества  $M$  выделено множество  $N(\Phi(\cdot))$ , из точек которого исходят траектории игры (1), называется начальным множеством. В качестве начального множества  $N(\Phi(\cdot))$ , берется множество измеримых однозначных ветвей многозначного отображения  $\Phi(s)$ ,  $-h_m \leq s \leq 0$ :  $N(\Phi(\cdot)) = \{z_0(s) : z(s) = z_0(s), z_0(s) \in \Phi(s), -h_m \leq s \leq 0\}$ .

Пусть  $u = u(t), 0 \leq t < +\infty$  и  $v = v(t), 0 \leq t < +\infty$ , – допустимые управления в игре (1), (2). Через  $Z(u(\cdot), v(\cdot), N(\Phi(\cdot)))$ , обозначим множество (пучок) всех траекторий уравнения (1), исходящих из точек множества  $N(\Phi(\cdot))$  при допустимых управлениях  $u(\cdot), v(\cdot)$  преследующего и убегающего игроков, соответственно. В этом случае наша цель заключается в приведении пучка траекторий  $Z(u(\cdot), v(\cdot), N(\Phi(\cdot)))$  на терминальное множество  $M$ .

Задача управления пучками траекторий состоит в нахождении числа  $T \geq 0$  и конструировании при каждом  $t \in [0, +\infty)$  значения  $u[t]$  параметра  $u$  так, чтобы каждая траектория  $z(t), 0 \leq t < +\infty$ , пучка  $Z(u[\cdot], v(\cdot), N(\Phi(\cdot)))$  попала на терминальное множество  $M$  за время, не превосходящее  $T$ , т.е. для каждой траектории  $z(t), t \in [0, +\infty)$ , пучка  $Z(u[\cdot], v(\cdot), N(\Phi(\cdot)))$  при некотором  $t = t^* \in [0, T]$  должно иметь место включение  $z(t^*) \in M$ . Число  $T$  называется *временем перевода*. В случае, когда задача управления пучками траекторий разрешима, то говорят, что в игре (1) пучок траекторий из начального множества  $N(\Phi(\cdot))$  можно перевести на терминальное множество  $M$  за время  $T$ .

$$\text{Рассмотрим множества } \hat{w}(t) = \pi K(\tau - t) C P^* \pi K(\tau - t) D Q, \quad W(\tau) = \int_0^\tau \hat{w}(t) dt.$$

Далее, через  $\Omega[t, N(\Phi(\cdot))]$  обозначим следующее множество

$$\begin{aligned} \Omega[t, N(\Phi(\cdot))] &= -\sum_{i=0}^m \pi K(t - h_i) A_i \Phi(0) + \sum_{i=0}^m \int_{-h_i}^0 \pi K(t - s - h_i) [A_i \dot{\Phi}(s) + B_i \Phi(s)] ds = \\ &= \left\{ \sum_{i=0}^m \pi K(t - h_i) A_i z_0(0) + \sum_{i=0}^m \int_{-h_i}^0 \pi K(t - s - h_i) [A_i \dot{z}_0(s) + B_i z_0(s)] ds : \right. \end{aligned}$$

$z_0(s) \in \Phi(s), -h_m \leq s \leq 0\}$ .

Пусть  $d$  – произвольная точка множества  $M_1 * \Omega[\tau, N(\Phi(\cdot))]$ ,  $\tilde{w}(t), 0 \leq t \leq \tau$ , произвольная суммируемая функция  $\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$ . Зафиксируем некоторое начальное положение  $z_0(\cdot) \in N(\Phi(\cdot))$ . Положим  $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - f(\tau)$ , где  $f(\tau) \in W(\tau)$ . Далее, в соответствии с определением интеграла  $W(\tau)$  существует измеримый по Борелю суммируемый селектор

$\tilde{w}(t) \in \hat{w}(t), 0 \leq t \leq \tau$ , такой, что выполнено равенство  $f(\tau) = \int_0^\tau \tilde{w}(t) dt$ . Тогда функция

$\xi[\tau, z_0(\cdot)]$  имеет вид  $\xi[\tau, z_0(\cdot)] = -d - \int_0^\tau \tilde{w}(t) dt$ . Зафиксируем его. Для произвольного вектора

$v \in Q$  определим числовую функцию  $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v)$  и  $\eta[\tau, z_0(\cdot)]$  определенными следующим образом [2]:

$$\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) = \begin{cases} \sup\{\lambda \geq 0 : \lambda \eta[\tau, z_0(\cdot)] \in F(\tau, u, v) - \tilde{w}(\tau - t)\}, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] \neq 0, \\ \tau^{-1}, & \text{если } \xi[\tau, z_0(\cdot)] = 0, \end{cases}$$

где  $F(\tau, u, v) = \pi K(\tau - t)CP - \pi K(\tau - t)Dv$ ,  $\eta[\tau, z_0(\cdot)] = \xi[\tau, z_0(\cdot)] / |\xi[\tau, z_0(\cdot)]|$ . Введем обозначение  $\lambda(z_0(\cdot), \tau, t) = \inf\{\lambda(z_0(\cdot), \tau, t, v) : v \in Q\}$ .

**Теорема.** Предположим, что существуют положительное число  $\tau_1$ , вектор  $d \in [M_1 * \Omega[\tau_1, N(\Phi(\cdot))]]$  и суммируемая функция  $\tilde{w}(t), 0 \leq t \leq \tau_1, \tilde{w}(t) \in \hat{w}(t)$ , такие, что: а)  $d + \int_0^{\tau_1} \tilde{w}(t) dt \neq 0$ ; б) выполнено неравенство  $|\xi[\tau_1, z_0(\cdot)]| - \int_0^{\tau_1} \lambda(z_0(\cdot), \tau_1, t) dt \leq 0$ .

Тогда в игре (1) при ограничениях (2) пучок траекторий можно перевести из множества  $N(\Phi(\cdot))$  на множество  $M$  за время  $T[N(\Phi(\cdot))] = \tau_1$ . При этом для конструирования  $u[t]$  преследователь в каждый момент  $t$  использует значения  $v(t)$  параметра  $v$  и  $z(r)$  при  $t - h \leq r \leq t$ .

#### Список использованной литературы

1. Понтрягин Л.С. Избранные труды. М.: Наука, 1988. Т. 2. 576 с.
2. Мамадалиев Н. Об игровых задачах управления пучками траекторий при наличии запаздывания // Международный научно-технический журнал «Кибернетика и системный анализ». Киев. 2012. № 5. С. 154 – 164.

#### ДОСТАТОЧНОЕ УСЛОВИЕ ДЛЯ ИНВАРИАНТНОСТИ МНОГОЗНАЧНОГО ОТОБРАЖЕНИЯ В ЗАДАЧЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я., Абдуалимова А.М.

Национальный университет Узбекистана имени Мирзо Улугбека,

Андижанский госуниверситет имени З.М.Бабура,

E-mail: [m\\_numana59@mail.ru](mailto:m_numana59@mail.ru); [abduolimova81@inbox.ru](mailto:abduolimova81@inbox.ru)

В данной работе рассмотрен вопрос о сильной и слабой инвариантности постоянного многозначного отображения относительно уравнения теплопроводности при наличии запаздывания. Получены достаточные условия для сильной и слабой инвариантности данного многозначного отображения.

Через  $A$  обозначим следующий дифференциальный оператор [1]

$A\varphi = -\sum_{i,j=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)$ , где функции  $a_{ij}(x) \in L^\infty(\Omega)$  удовлетворяют условиям:

a)  $a_{ij}(x) = a_{ji}(x)$ ,  $i, j = 1, 2, \dots, n$ ,  $x \in \Omega$ ; б) существует положительная константа  $\gamma$  такая, что

$\sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \xi_i \xi_j \geq \gamma \sum_{i=1}^n \xi_i^2$ , для любых  $x \in \Omega$  и  $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) \in R^n$ ,  $\sum_{i=1}^n \xi_i^2 \neq 0$ . Это неравенство называется условием равномерной эллиптичности оператора  $A$ . В качестве области определения оператора  $A$  берется пространство  $C^2(\Omega)$  – множество дважды непрерывно дифференцируемых в  $\Omega$  и непрерывных в  $\Omega \cup \partial\Omega$  функций.

**Определение 1.** То значение число  $\lambda$ , при котором имеет место равенство

$$-\int_{\Omega} \sum_{i,j=1}^n a_{ij}(x) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x_i} \frac{\partial \psi(x)}{\partial x_j} dx = \lambda \int_{\Omega} \varphi(x) \psi(x) dx,$$

для произвольных функций  $\psi(\cdot) \in W_2^1(\Omega)$  – называется собственным значением, а ненулевое решение  $\varphi_\lambda(\cdot) \in W_2^1(\Omega)$  собственной функцией следующей краевой задачи

$$A\varphi(x) = \lambda\varphi(x), \quad x \in \Omega, \quad \varphi(x) = 0, \quad x \in \partial\Omega.$$

Рассмотрим задачу управления теплообмена с запаздыванием [1]

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} + Au(x,t) = u_0(x,t-h) + F(x,t,\mu), \quad 0 < t \leq T, \quad x \in \Omega, \quad (1)$$

$$\text{с граничным } u(x,t) = 0, \quad 0 \leq t \leq T, \quad x \in \partial\Omega, \quad (2)$$

$$\text{и начальным } u(x,0) = u_0(x,0), \quad x \in \Omega, \quad (3)$$

условиями, где  $u = u(x,t)$  – неизвестная функция,  $T > 0$  – некоторое положительное число,  $u_0(\cdot, \cdot) \in X$ ,  $X = W_2^{1,1}(\Omega \times [-h, 0])$ ,  $\mu$  – управляющий параметр, где функция  $F$  сформулируется в общую постановку задачи об управлении с импульсом.

Пусть  $\{t_i\}_{i=0}^\infty$ ,  $t_0 > 0$  – последовательность моментов времени, занумерованных в порядке возрастания, без конечных точек сгущения. Предположим, что управление может воздействовать на систему (6) только в моменты  $\{t_i\}$  и воздействие в эти моменты имеет импульсный характер, что выражается при помощи дельта-функции Дирака [1]

$$F(x,t,\mu(\cdot)) = \sum_{i=0}^\infty \mu(x) \delta(t - t_i), \quad x \in \Omega, \quad t \geq 0. \text{ Предположим, что управление } \mu(\cdot) -$$

представляет собой измеримую функцию.

**Определение 2.** Функцию  $\mu(\cdot)$  – удовлетворяющую условию

$$F(x,t,\mu(\cdot)) = \sum_{i=0}^\infty \left( \int_{\Omega} \mu(\xi) \varphi_k(\xi) d\xi \right)^2 = \sum_{i=0}^\infty \mu_k^2 \leq \rho^2, \text{ где } \rho - \text{ некоторая положительная}$$

константа,  $\mu_k$  – коэффициенты Фурье функции  $\mu(\cdot)$  по системе  $\{\varphi_k\}$ , назовем допустимым управлением.

**Определение 3.** Многозначное отображение  $W: [-h, T] \rightarrow 2^R$ , где  $R = (-\infty, \infty)$ , называется сильно инвариантным на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (6) – (8), если для любых  $\langle u_0(\cdot, t) \rangle \in W(t)$ ,  $-h \leq t \leq 0$  и допустимых  $\mu(\cdot)$  выполняется включение

$\langle u(\cdot, t) \rangle \in W(t)$  при всех  $0 < t \leq T$ , где  $\langle \cdot \rangle$  – соответствующая норма,  $\langle u(x, t) \rangle$  – соответствующее решение задачи (1) – (3).

**Определение 4.** Мнозначное отображение  $W: [-h, T] \rightarrow 2^R$ , где  $R = (-\infty, \infty)$ , называется слабо инвариантным на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (6) – (8), если для любого  $\langle u_0(\cdot, t) \rangle \in W(t)$ ,  $-h \leq t \leq 0$  существует допустимое управление  $\mu(\cdot)$  такое, что выполняется включение  $\langle u(\cdot, t) \rangle \in W(t)$  при всех  $0 < t \leq T$ .

Далее, исследуются сильная и слабая инвариантность отображения вида  $W(t) = [0, b]$ ,  $t \in [-h, T]$ , где  $b$  – некоторое положительное число. Наша цель – найти соотношения между параметрами  $T, b, \rho, \lambda_i$  таким образом, чтобы обеспечить сильную инвариантность множества  $W(t)$  на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (1) – (3).

Обозначим  $N(t) = \max\{i \in N \cup \{0\} : t_i \leq t \leq T\}$ . Пусть  $\langle u(\cdot, t) \rangle = \|u(\cdot, t)\| = \|u(\cdot, t)\|_{L_2(\Omega)}$ ,  $0 \leq t \leq T$ ,  $\mu_k$  – коэффициенты Фурье функции  $\mu(\cdot)$  по системе  $\{\varphi_k\}$ .

**Теорема 1.** 1<sup>0</sup>. Допустим  $t_0 > T$  и  $\lambda_1 > 1$ , то при любом  $\rho \geq 0$  многозначное отображение  $W(t) = [0, b]$ ,  $t \in [-h, T]$  сильно инвариантно на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (6) – (8); 2<sup>0</sup>. Допустим  $t_0 \leq T$ . Если  $\rho \leq b \cdot (\lambda_1 - 1)(e^{\lambda_1 t_0} - 1) / \left( \lambda_1 \sum_{i=0}^{N(T)} e^{\lambda_1 t_i} \right)$ , то многозначное отображение  $W(t) = [0, b]$ ,  $t \in [-h, T]$  сильно инвариантно на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (1) – (3).

**Примечание.** Можно показать, что многозначное отображение  $W(t)$  всегда слабо инвариантно на отрезке времени  $[-h, T]$  относительно задачи (1) – (3).

#### Список использованной литературы

1. Tukhtasinov M., Ibragimov G.I., Mamadaliev N.O. On an Invariant Set in the Heat Conductivity Problem with Time Lag // Abstract and Applied Analysis Volume – 2013. ArticleID 108482. – 7 pages.

### ОДНА КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА С НЕХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЙ ЛИНИЕЙ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА

Муминов З.М., Номонова С.О.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: [zaylobiddinmuminov@mail.ru](mailto:zaylobiddinmuminov@mail.ru), [sarvinoz.abdulaxatova@gmail.com](mailto:sarvinoz.abdulaxatova@gmail.com)

Рассмотрим уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( a \frac{\partial}{\partial x} + b \frac{\partial}{\partial y} \right) Lu = 0 \quad (1)$$

в смешанной области  $D$ , ограниченной отрезками  $A(0;0)B(1;0)$ ,  $B(1;0)B_0(1;1)$ ,  $B_0(1;1)A_0(0;1)$  прямых  $y = 0$ ,  $x = 1$ ,  $y = 1$  и характеристиками  $AC: x + y = 0$ ,  $A_0C: y - x = 1$  уравнения

$u_{xx} - u_{yy} = 0$ , пересекающимися в точке  $C \left( -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right)$ , т.е.

$$D = D_1 \cup AA_0 \cup D_2, \quad AA_0 = \{(x, y) : x = 0, 0 < y < 1\},$$

$$D_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, 0 < y < 1\},$$

$$D_2 = \left\{ (x, y) : -\frac{1}{2} < x < 0, -x < y < 1+x \right\};$$

здесь  $a$  и  $b$  - заданные вещественные числа  $(a^2 + b^2) \neq 0$  и  $1 \leq \frac{b}{a} < \infty$ ,

$$Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } D_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } D_2. \end{cases}$$

**Задача D.** Требуется определить функцию  $u(x, y)$  со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области  $\bar{D}$ ;
- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области  $D$  при  $x \neq 0$ ;
- 3) удовлетворяет следующим краевым условиям:  
 $u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq 1, \quad u(x, 0) = f_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u_y(x, 0) = f_2(x), \quad 0 \leq x \leq 1,$

$$u_{yy}(x, 0) = f_3(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \quad u|_{A_0C} = \psi_1(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

$$\frac{\partial u}{\partial n}|_{A_0C} = \psi_2(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1, \quad \frac{\partial^2 u}{\partial n^2}|_{A_0C} = \psi_3(y), \quad \frac{1}{2} \leq y \leq 1,$$

- 4) функция  $u(x, y)$  и её производные до второго порядка удовлетворяют на отрезке  $AA_0$  непрерывным условиям склеивания.

Здесь  $n$  - внутренняя нормаль к  $A_0C$ ,  $\varphi(y)$ ,  $f_i(x)$ ,  $\psi_i(y)$  ( $i = \overline{1, 3}$ ) - заданные достаточно гладкие функции.

Доказательство существования и единственности поставленной задачи D проводится путём построения решения.

#### Список использованной литературы

1. Джураев Т.Д., Сопуев А., Мамажанов М. Краевые задачи для уравнения парабола-гиперболического типа. Т.: Фан, 1986, 220 с.

### О ЗАДАЧЕ КОШИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Муминов З.М., Самижонova С.А.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: [zaylobiddinmuminov@mail.com](mailto:zaylobiddinmuminov@mail.com), [sohibasamizanova@gmail.com](mailto:sohibasamizanova@gmail.com)

Пусть

$$\Omega_1 = \{(x, y) : 0 < x < +\infty, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega_2 = \{(x, y) : -\infty < x < 0, \quad 0 < y < +\infty\},$$

$$J = \{(x, y) : x = 0, \quad 0 < y < +\infty\}, \quad \Omega = \Omega_1 \cup J \cup \Omega_2.$$

Рассмотрим в области  $\Omega$  уравнение

$$\frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial}{\partial x} + C \right) Lu = 0, \tag{1}$$

где  $C \in R$ ,  $Lu = \begin{cases} u_{xx} - u_y & \text{в } \Omega_1, \\ u_{xx} - u_{yy} & \text{в } \Omega_2. \end{cases}$

Рассмотрим следующую задачу:

**Задача K.** Найти функцию  $u(x, y)$  со следующими свойствами:

- 1) она непрерывна в замкнутой области

$$\bar{\Omega} = \Omega \cup \{(x, y) : y = 0, \quad -\infty < x < +\infty\}$$

вместе с производными до третьего порядка включительно;

- 2) является регулярным решением уравнения (1) в области  $\Omega \setminus J$ ;

3) удовлетворяет следующим начальным условиям:

$$\begin{aligned} u(x, 0) = f_1(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \quad u_y(x, 0) = f_2(x), \quad 0 \leq x < +\infty, \\ u(x, 0) = \varphi_1(x), \quad -\infty < x \leq 0, \quad u_y(x, 0) = \varphi_2(x), \quad -\infty < x \leq 0, \\ u_{yy}(x, 0) = \varphi_3(x), \quad -\infty < x \leq 0, \end{aligned}$$

4) удовлетворяет на  $J$  следующим условиям склеивания:

$$\begin{aligned} u(-0, y) = u(+0, y) = \tau(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \quad u_x(-0, y) = u_x(+0, y) = \nu(y), \quad 0 \leq y < +\infty, \\ u_{xx}(-0, y) = u_{xx}(+0, y) = \mu(y), \quad 0 \leq y < +\infty. \end{aligned}$$

Здесь через  $\tau(y)$ ,  $\nu(y)$ ,  $\mu(y)$  обозначены неизвестные следы искомого решения и его производных, а  $f_i(x)$ , ( $i = 1, 2$ ),  $\varphi_j(y)$ , ( $j = 1, 2, 3$ ) - заданные достаточно гладкие функции, причём они ограничены при  $x \rightarrow \pm\infty$ .

Доказательство существования и единственности поставленной задачи  $K$  проводится путём построения решения.

### Список использованной литературы

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1977, 736 с.

## РАЗРЕШИМОСТЬ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ С ИНВОЛЮЦИЕЙ

Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.

Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан

E-mail: [abzhahan@gmail.com](mailto:abzhahan@gmail.com)

Нами исследован вопрос разрешимости волнового уравнения с инволюцией

$$u_{tt}(x, t) = u_{xx}(x, t) - \alpha u_{xx}(-x, t) - q(x)u(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad u_t(x, 0) = \psi(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

и краевыми условиями следующих видов

$$1) u(-1, t) = u(1, t) = 0, \quad 2) u_x(-1, t) = u_x(1, t) = 0, \quad (3)$$

где  $\Omega = \{-1 < x < 1, t > 0\}$ ,  $-1 < \alpha < 1$ , а функция  $q(x)$  есть комплекснозначная функция. Уравнение (1) с периодическими и антипериодическими краевыми условиями было изучено в работе [1].

Установлен следующий результат.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие четыре условия: 1) все собственные значения спектральной задачи

$$L_\alpha X(x) \equiv -X''(x) + \alpha X''(-x) + q(x)X(x) = \lambda X(x) \quad (4)$$

простые; 2)  $q(x) \in C^2[-1, 1]$ ; 3)  $\varphi(x) \in C^4[-1, 1]$  и функции  $\varphi(x)$ ,  $L_\alpha \varphi$  удовлетворяют условиям (3), (4), а функция  $\psi(x) \in C^2[-1, 1]$  и удовлетворяет краевым условиям (3).

Тогда смешанная задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое представимо в виде ряда Фурье

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + b_k \sin \sqrt{\lambda_k} t) X_k(x),$$

где  $\{X_k(x)\}$  есть система собственных функций спектральной задачи (4).

Заметим, что в основе полученного результата лежит доказательство базисности Рисса собственных функций спектральной задачи (4) и сопряженной ей задачи. Нужно отметить, что базисность Рисса собственных функций несамосопряженной спектральной задачи (4) имеет самостоятельный интерес, и является важным результатом спектральной теории дифференциальных операторов, что является нерешенной проблемой в случае периодической задачи для уравнения Штурма-Лиувилля.

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки РК, грант AP08855792.

#### Список использованной литературы

[1] E. Mussirepova, Abdissalam A. Sarsenbi, Abdizhahan M. Sarsenbi (2022), Solvability of mixed problems for the wave equation with reflection of the argument, *Mathematical Methods in the Applied Science.*, 2022;1-10. doi:10.1002/mma.8448

### РАЗРЕШИМОСТЬ СМЕШАННЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ С ИНВОЛЮЦИЕЙ Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.

*Южно-Казахстанский университет им. М. Ауезова, г. Шымкент, Казахстан*

E-mail: [abzhahan@gmail.com](mailto:abzhahan@gmail.com)

Нами исследован вопрос разрешимости волнового уравнения с инволюцией

$$u_t(x, t) = u_{xx}(x, t) - \alpha u_{xx}(-x, t) - q(x)u(x, t), \quad (x, t) \in \Omega, \quad (1)$$

с начальными данными

$$u(x, 0) = \varphi(x), \quad -1 \leq x \leq 1, \quad (2)$$

и краевыми условиями

$$u(-1, t) = u(1, t) = 0, \quad (3)$$

где  $\Omega = \{-1 < x < 1, t > 0\}$ ,  $-1 < \alpha < 1$ , а функция  $q(x)$  есть комплекснозначная функция.

Установлен следующий результат.

**Теорема.** Пусть выполнены следующие три условия: 1) все собственные значения спектральной задачи

$$L_\alpha X(x) \equiv -X''(x) + \alpha X''(-x) + q(x)X(x) = \lambda X(x) \quad (4)$$

простые; 2)  $q(x) \in C[-1, 1]$ ; 3)  $\varphi(x) \in D(L_\alpha)$ . Тогда смешанная задача (1) – (3) имеет единственное решение, которое представимо в виде ряда Фурье

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} A_k e^{-\lambda_k t} X_k(x),$$

где  $\{X_k(x)\}$  есть система собственных функций спектральной задачи (4).

Работа выполнена при финансовой поддержке Комитета науки Министерства образования и науки РК, грант AP08855792.

#### Список использованной литературы

[1] Sarsenbi Abdissalam and Abdizhahan Sarsenbi. On Eigenfunctions of the Boundary Value Problems for Second Order Differential Equations with Involution // *Symmetry.*-2021.- 13,- no. 10: 1972. <https://doi.org/10.3390/sym13101972>

**КРАЕВАЯ ЗАДАЧА С УСЛОВИЯМИ ГЕЛЛЕРСТЕДТА НА ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ  
ХАРАКТЕРИСТИКАХ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛО-  
ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА ВТОРОГО РОДА**

**Носирова Д. А.**

*Ташкентский государственный технический университет, Ташкент, Узбекистан*

E-mail: [ndildora0909@gmail.com](mailto:ndildora0909@gmail.com)

Впервые в 1976 г. А.М.Нахушев[1-2] изучил нагруженные дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения в частных производных, а также представил их полную классификацию и упомянул об их использовании в различных процессах. Позднее это направление развивали А.И. Кожанов, К.Б.Сабитов, В.А.Дженалиев, А.Х.Аттаев, П.Агарвал, Р.Р.Ашуров, Б.И.Исломов, О.С.Зикиров, Д.М.Курьязов, У.И.Болтаева, О.Х.Абдуллаев.

В работах [3-4] изучены классические решение видоизмененной задачи Коши и Трикоми для уравнения гиперболического и смешанного типов второго рода. После получения представления обобщенного решения класса  $R_2$  задачи видоизмененной Коши для гиперболического уравнения второго рода[5] эти направления развивались в работах[5-8].

Настоящая работа посвящена постановке и исследованию краевой задачи с условиями Геллерстедта на параллельных характеристиках для нагруженного уравнения параболично-гиперболического типа второго рода.

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - x^p u_y - \mu_1 u(x, 0), & (x, y) \in D_1, \\ u_{xx} - (-y)^m u_{yy} + \mu_2 u(x, 0), & (x, y) \in D_2^*, \end{cases} \quad (1)$$

где  $m, p, \mu_0, \mu_1, \mu_2$  - любые действительные числа, причем

$$0 < m < 1, p > 0, \mu_1 > 0, \mu_2 < 0. \quad (2)$$

Здесь  $D_1$  - область, ограниченная отрезками  $AB, AA_0, BB_0, A_0B_0$  прямых  $y = 0, x = 0,$

$x = 1, y = h$  при  $y > 0$  соответственно, а область  $D_2^*$  - при  $y < 0$  характеристиками уравнения

$$(1) AB: y = 0, AC_1: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 0, EC_1: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = x_0, EC_2: x - \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = x_0 \quad \text{и}$$

$$BC_2: x + \frac{2}{2-m}(-y)^{\frac{2-m}{2}} = 1, x_0 \in [0, 1],$$

Пусть  $D_{21}$  и  $D_{22}$  - части области  $D_2^*$  с границами  $AC_1EA$  и  $EC_2BE$  соответственно,

$$D = D_1 \cup D_2^* \cup AB, \quad AB = \{(x, y): 0 < x < 1, y = 0\}, \quad 2\beta = 2/(m-2), \text{ причем}$$

$$-0,5 < \beta < 0. \quad (3)$$

В области  $D$  для уравнения (1) исследуется краевой задачи с условиями Геллерстедта на параллельных характеристиках.

**Задача AG.** Найти в области  $D$  функцию  $u(x, y)$ , обладающую свойствами: 1)  $u(x, y) \in C(\bar{D}) \cap C^1(D)$ , причем  $u_x(x, y)$  и  $u_y(x, y)$  могут обращаться в бесконечность порядка меньше единицы и  $-2\beta$  в точках  $A, B, E$  соответственно; 2)  $u(x, y) \in C_{x,y}^{2,1}(D_1)$  и является регулярным решением уравнения (1) в области  $D_1$ ; 3)  $u(x, y)$  - обобщенным решением уравнения (1) из класса  $R_2$  [5] в области  $D_2^*$ ; 4)  $u(x, y)$  удовлетворяет краевым



условиям:

$$u(x, y)|_{AA_0} = \varphi_1(y), \quad u(x, y)|_{BB_0} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq h,$$

$$u|_{AC_1} = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq x_0/2, \quad u|_{EC_2} = \psi_2(x), \quad x_0 \leq x \leq (1 + x_0) / 2,$$

где  $\varphi_j(y)$ ,  $\psi_j(x)$  ( $j=1,2$ ) – заданные функции, причем  $\varphi_1(0) = \psi_1(0)$ ,

$$\varphi_1(y), \varphi_2(y) \in C[0, h] \cap C^1(0, h), \quad (4)$$

$$\psi_1(x) \in C^1\left[0, \frac{x_0}{2}\right] \cap C^2\left(0, \frac{x_0}{2}\right), \quad \psi_2(x) \in C^1\left[x_0, \frac{x_0+1}{2}\right] \cap C^2\left(x_0, \frac{x_0+1}{2}\right). \quad (5)$$

### Справедлива следующая

**Теорема.** Если выполнены условия (2)-(5), то в области  $D$  существует единственное решение задачи  $AG$ .

Единственность решения задачи  $AG$  для уравнения (1) доказывается методом интегралов энергии, а существование – сведением к интегральному уравнению Фредгольма второго рода.

### Список использованной литературы

1. Нахушева А.М. Уравнения математической биологии. М.: Высшая школа. 1995. 301 с.
2. Nakhushev A.B. Nonlocal problem and the Goursat problem for loaded hyperbolic equation and their application in prediction of ground moisture // Soviet Math. Dokl. 1978. Vol.19. № 5, pp. 1243-1247.
3. Салахитдинов М.С., Исамухамедов С.С. Краевые задачи для уравнения смешанного типа второго рода. // Сердика. Българско математическо списание. 1977. Т.3. С. 181-188.
4. Терсенов С.А. К теории гиперболических уравнений с данными на линии вырождения типа // Сиб. мат. журн. 1961. 2(6). С. 931-935.
5. Кароль И.Л. Об одной краевой задаче для уравнения смешанного эллипτικο-гиперболического типа. // Докл. АН СССР. 1953. 88(2). С. 197-200.
6. Мамадалиев Н.К. О представлениях, решениях видоизмененной задачи Коши. // Сиб. мат. журнал РАН. 2000. 41(5). С. 1087-1097.
7. Исламов Н. Б. Аналог задачи Бицадзе–Самарского для одного класса уравнений парабола-гиперболического типа второго рода. // Уфимск. матем. журн., 2015. 7(1). С.31–45; *Ufa Math. J.*, 7:1 (2015), 31–45.
8. Салахитдинов М.С., Исламов Н. Б. Нелокальная краевая задача с условием Бицадзе–Самарского для уравнения парабола-гиперболического типа второго рода. // Известия вузов. Математика. Россия. 2015. № 6. С. 43-52.

## ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ НАХОЖДЕНИЯ РЕШЕНИЯ ПОЛУПЕРИОДИЧЕСКОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ВОЛНОВОГО УРАВНЕНИЯ

Орумбаева Н. Т., Токмагамбетова Т. Д.

Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан;

E-mail: [orumbayevan@mail.ru](mailto:orumbayevan@mail.ru), [tenggesh.tokmagambetova@gmail.com](mailto:tenggesh.tokmagambetova@gmail.com)

На  $D = [0, \omega] \times [0, Y]$  рассматривается полупериодическая краевая задача для гиперболического уравнения второго порядка

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = A(x, y) \frac{\partial z}{\partial x} + B(x, y) \frac{\partial z}{\partial y} + C(x, y)z + f(x, y), \quad (x, y) \in D \quad (1)$$

$$z(0, y) = \psi(y), \quad y \in [0, Y] \quad (2)$$

$$z_x(x, 0) = z_x(x, Y), \quad x \in [0, \omega] \quad (3)$$

где  $(n \times n)$ - матрицы  $A(x, y), B(x, y), C(x, y), f(x, y)$  непрерывная на  $D$   $n$ -вектор- функция,  $\psi(y)$  непрерывно-дифференцируемая на  $[0, Y]$   $n$ -вектор-функция,  $\|z(x, y)\| = \max_{l=1..n} |z_l(x, y)|$ ,

$$\|A(x, y)\| = \max_{l=1..n} \sum_{j=1}^n |a_{lj}(x, y)|.$$

Через  $C(D, R^n)$  обозначим пространство непрерывных на  $D$  функции  $z: D \rightarrow R^n$  ( $\psi: [0, Y] \rightarrow R^n$ ) с нормой  $\|z\|_0 = \max_{(x,y) \in D} |z(x, y)|$ . Функция  $z(x, y) \in C(D, R^n)$ , имеющая частные производные

$$\frac{\partial z(x, y)}{\partial x} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial z(x, y)}{\partial y} \in C(D, R^n), \quad \frac{\partial^2 z(x, y)}{\partial x \partial y} \in C(D, R^n),$$

называется классическим решением задачи (1)-(3), если она удовлетворяет системе (1) при всех  $(x, y) \in D$  и краевым условиям (2), (3).

Гиперболические уравнения, часто называют волновыми уравнениями, так как с их помощью описывается распространения волн (упругих, электро - магнитных, сдвиговых).

В сообщении полупериодическая краевая задача для системы гиперболических уравнений со смешанной производной (1)-(3) была сведена к краевой задаче для семейства обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка. Для полученной задачи применяя метод параметризации был предложен алгоритм нахождения приближенного решения, на каждом шаге которого решается задача Коши и используется метод последовательных приближений. В терминах матрицы  $Q_\nu(x, h)$ , элементы которой определяются через  $A(x, y)$  были установлены достаточные условия однозначной разрешимости задачи (1)-(3).

Справедливо утверждение

**Теорема.** Пусть при некотором шаге  $h > 0: Nh = Y$ ,  $N = 1, 2, \dots$ , и числу подстановок –  $\nu$ ,  $\nu \in \mathbb{N}$ ,  $(nN \times nN)$  - матрица  $Q_\nu(x, h)$  обратима при всех  $x \in [0, \omega]$  и выполняются неравенства

$$1) \|Q_\nu(x, h)^{-1}\| \leq \gamma_\nu(x, h) \leq \gamma_\nu(h);$$

$$2) h(\alpha + \beta X)(\lambda(h) + 1) < 1, \quad \lambda(h) = \gamma_\nu(h) \left( Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!} + \frac{(ah)^\nu}{\nu!} \right) e^{\gamma_\nu(h) Xh\sigma \sum_{j=0}^{\nu-1} \frac{(ah)^j}{j!}}$$

где  $\alpha = \max_{(x,y) \in D} |A(x, y)|$ ,  $\sigma = \max_{(x,y) \in D} |C(x, y)|$ .

Тогда существует единственное решение задачи (1)-(3).

### Список использованной литературы

1. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений // Журнал вычислительной математики и математической физики. 1989. Т.29, е 1. С. 50–66.

## КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ С ДРОБНОЙ ПРОИЗВОДНОЙ ЛИУВИЛЛЯ В НЕЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБЛАСТИ

Псху А.В.

Институт прикладной математики и автоматизации КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: [pskhu@list.ru](mailto:pskhu@list.ru)

Рассмотрим уравнение

$$\left( \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha} \right) u(x, y) = f(x, y) (0 < \alpha < 1), \quad (1)$$

где  $\frac{\partial^\alpha}{\partial y^\alpha}$  – дробная производная Лиувилля порядка  $\alpha$  с началом в точке  $y = -\infty$  [1].

Пусть

$$\Omega = \{(x, y): z(y) < x < a, -\infty < y < b\},$$

где  $z(y)$  – непрерывная неубывающая на  $(-\infty, b)$  функция,  $z(y) < a$ ;  $a, b \leq \infty$ .

Доклад посвящен обсуждению вопросов разрешимости следующей задачи: найти регулярное решение уравнения (1) в области  $\Omega$ , удовлетворяющее краевому условию

$$u(z(y), y) = \varphi(y) (-\infty < y < b).$$

### Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Дробное исчисление и его применение. Москва, Физматлит, 2003.

## НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОГИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СО СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ

Расулов М.

Институт математики им. В.И.Романовского АН РУз, Ташкент, Узбекистан

E-mail: [rasulovms@bk.ru](mailto:rasulovms@bk.ru)

Логистические модели широко применяются при моделировании динамики популяции в биологии. При этом роста популяции пропорционально плотности популяции и ресурсам. Модели динамики численности взаимодействующих популяции вида

$$u_t = d u_{xx} + u(a - bu)$$

в математической биологии принято называть уравнением Колмогорова-Фишера. Здесь  $u(t, x)$  – плотность популяции в момент времени  $t$  в точке  $x$ .

Многочисленные задачи для уравнения типа Колмогорова-Фишера исследованы многими авторами (см. напр. [1, 2, 3]).

В известных работах установлены разрешимость рассматриваемых задач и исследованы качественные свойства решений.

Начиная со второй половины прошлого столетия, были построены и исследованы математические модели биологии и экологии со свободной границей. Для уравнений реакции-диффузии исследованы задачи со свободной границей моделирующей распространения биологических видов. При этом свободная граница представляет распространения фронта видов. Установлены априорные оценки, доказаны теоремы сравнения и разрешимость поставленных задач, изучены асимптотические свойства ограниченных решений и получены результате дихотомии [3].

В настоящей заметке исследуется математическая модель в виде задачи со свободной границей для уравнения реакции-диффузии

$$k(u)u_t - du_{xx} - uu_x = u(a - bu), \quad t > 0, \quad 0 \leq x \leq s(t) = s_0 \quad (1)$$

$$u(0, x) = u_0(x), \quad 0 \leq x \leq s_0, \quad (2)$$

$$u_x(t, 0) = 0, \quad t > 0, \quad (3)$$

$$u(t, s(t)) = 0, \quad t > 0, \quad (4)$$

$$\dot{s}(t) = -\mu u_x(t, s(t)), \quad t > 0. \quad (5)$$

Относительно данных предполагается выполненными следующие условия:

I. Функции  $k(u)$  и  $k'(u)$  определены для любого значения аргумента и ограничены на любом замкнутом множестве аргумента, причем  $k(u) \geq k_0 > 0$ .

II.  $a, b, \mu, s_0$  – положительные постоянные.

III.  $u_0(x) \in C^2[0, s_0]$ ,  $u'_0(0) = u_0(s_0) = 0$ ,  $u'_0(s_0) < 0$ ,  $u_0(x) > 0$ ,  $\lim_{x \rightarrow s_0} \frac{u_0(x)}{s_0 - x} = 0$ .

Нами установлены априорные оценки, изучена поведение свободной границы, доказана разрешимость и проведены некоторые качественные исследования.

### Список использованной литературы

1. Колмогоров А. Н., Петровский И. Г., Пискунов Н. С., 'Исследование уравнения диффузии, соединенной с возрастанием вещества, и его применение к одной биологической проблеме', Бюлл. МГУ, секция А 1,6., 1937.
2. V. Pao, Nonlinear Parabolic and Elliptic Equations, Plenum Press, New York, 1992.
3. Y. Du and Z. Lin, Spreading-vanishing dichotomy in a diffusive logistic model with a free boundary, SIAM J. Math. Anal., 42(2010), 377-405.

## СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА БЕННИ-ЛЮК ВЫСОКОГО ПОРЯДКА С ВЫРОЖДЕННЫМ ЯДРОМ

Рахмонов Ф. Д.

Национальный университет Узбекистана (НУУ), Узбекско-Израильский совместный факультет, Ташкент, Узбекистан

E-mail: [farxod\\_frd@bk.ru](mailto:farxod_frd@bk.ru)

Представляют большой интерес с точки зрения приложений уравнения типа Бенни-Люка [1-3].

В прямоугольной области рассматривается уравнение в частных производных типа Бенни-Люк четного высокого порядка со смешанными условиями. Изучаются вопросы однозначной разрешимости данной задачи. Решение изучается в классе регулярных функций. Используются метод рядов Фурье разделения переменных. При доказательстве существования и единственности коэффициента Фурье от неизвестной функции применяется метод последовательных приближений в сочетании его с методом сжимающего отображения.

**Ключевые слова:** Уравнение типа Бенни-Люк, интегро-дифференциальное уравнение, вырожденное ядро, существования и единственности решения.

### Постановка задачи

Исследуется классическая разрешимость смешанной задачи для интегро-дифференциального уравнения типа Бенни-Люк высокого четного порядка. В прямоугольной области  $\Omega = \{(t, x) | 0 < t < T, 0 < x < l\}$  рассматривается уравнение

$$D_{t,x}^{2+4k} U(t, x) = \nu \int_0^T K(t, s) U(s, x) ds + \alpha(t) \beta(x), \quad (1)$$

где

$$D_{t,x}^{2+4k} = \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ (-1)^k \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}} + \frac{\partial^{4k}}{\partial x^{4k}} \right] + (-1)^{k+1} \omega(t) \frac{\partial^{2k}}{\partial x^{2k}},$$

$T$  и  $l$  заданные положительные действительные числа,  $k$  заданное фиксированное положительное целое число,  $\omega(t)$  – положительный функциональный параметр,  $\alpha(t) \in C(\Omega_T)$  – заданная непрерывная функция,  $\Omega_T \equiv [0; T]$ ,  $\Omega_l \equiv [0; l]$ ,  $\beta(x) \in C(\Omega_l)$  –

заданная функция,  $\nu$  – действительный ненулевой параметр,  $0 \neq K(t, s) = \sum_{i=1}^p a_i(t) b_i(s)$ ,

$a_i(t), b_i(s) \in C[0; T]$ . Здесь предполагается, что система функций  $a_i(t)$ ,  $i = \overline{1, p}$  и система функций  $b_i(s)$ ,  $i = \overline{1, p}$  являются линейно независимыми.

**Постановка задачи.** Найдем функцию  $U(t, x)$ , которая удовлетворяет дифференциальному уравнению (1), следующим условиям

$$U(T, x) = \varphi_1(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (2)$$

$$U_i(T, x) = \varphi_2(x), \quad 0 \leq x \leq l, \quad (3)$$

$$u(t, 0) = u(t, l) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, 0) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} u(t, l) = \dots = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x^{4k-2}} u(t, 0) = \frac{\partial^{4k-2}}{\partial x^{4k-2}} u(t, l) = 0, \quad (4)$$

$$U(t, x) \in C(\bar{\Omega}) \cap C_{t,x}^{2,4k}(\Omega) \cap C_{t,x}^{2+2k}(\Omega), \quad (5)$$

где  $\varphi_i(x) (i=1, 2)$  – заданные гладкие функции.

Нетривиальные решения краевой задачи (1)-(5) ищутся в виде ряда Фурье

$$U(t, x) = \sum_{n=1}^{\infty} u_n(t) \mathcal{G}_n(x),$$

где

$$u_n(t) = \int_0^l U(t, x) \mathcal{G}_n(x) dx, \quad \mathcal{G}_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Предполагаем, что следующие функции тоже разлагаются в ряд Фурье

$$\beta(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \beta_n \mathcal{G}_n(x),$$

где  $\beta_n = \int_0^l \beta(x) \mathcal{G}_n(x) dx$ .

### Список использованной литературы

1. Benney D.J., Luke J.C.: Interactions of permanent waves of finite amplitude. Journal Math. Physics, 43, 1964, pp.309-313.
2. Gordeziani D.G., Avilishbili G.A. Solving the nonlocal problems for one-dimensional medium oscillation, Math. Model., 12 (1), 2000, pp.94-103 (in Russian).
3. Yuldashev T.K. Nonlocal mixed-value problem for a Boussinesq-type integro-differential equation with degenerate kernel. UkrainianMath. J. 68 (8), 2016, pp.1278-1296.

## МЕТОД РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ПОЧВЕННОЙ ВЛАГИ И ИЗУЧЕНИЕ ЕГО СВОЙСТВ

Рысбайулы Б.<sup>1</sup>, Адамов А.А.<sup>2</sup>, Букенов М.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Казахстанско-Британский технический университет, Алматы, Казахстан,

<sup>2</sup>Евразийский национальный университет им. Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

E-mail: [b.rysbaiuly@mail.ru](mailto:b.rysbaiuly@mail.ru), [adam1955@mail.ru](mailto:adam1955@mail.ru)

В почве происходит непрерывный перенос водного раствора, связанный с непостоянством условий на ее границе. Этот процесс обычно характеризует несоблюдение условий термодинамического равновесия в почве в вертикальном направлении. Интенсивность перемещения почвенной влаги определяется градиентом влаги, являющимся причиной нарушения равновесия. В гидрофизике почв применяется уравнение влагопроводности, предложенное Childs E.C., Collis – George N. [1].

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \text{div}(D \cdot \text{grad} W).$$

Здесь  $W$  -влажность,  $D$  -коэффициент диффузий.

Изложенные выше уравнение передвижения влаги базируются на предположении о том, что вода является ньютоновской жидкостью, не обладающей сопротивлением сдвигу. И градиент потенциала влаги является силой, однозначно определяющей величину и направление потока влаги. Существует еще одна группа явлений, не укладывающихся в рамки вышеизложенной теории почвенной влаги. Сущность этих явлений, изучал Hallaire V. M. [2]. При этом поток влаги способен идти из зон с меньшей влажностью через более увлажненную почву к более сухой поверхности испарения.

Для объяснения подобных явлений Hallaire V. M. предложил рассмотреть микроскопическую картину движения влаги в ином виде. Если использовать уравнение Дарси, где потенциалу, придана форма Hallaire V. M., получится уравнение

$$\frac{\partial W}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ D(W) \frac{\partial W}{\partial z} + A \frac{\partial^2 W}{\partial t \partial z} \right]. \quad (1)$$

Настоящее время особое место занимает разработка методов нахождения параметров влагопроводности уравнений (1). Связи с нелинейностью уравнений (1) метод нахождения коэффициента диффузий распространения влаги в почве становится сложной задачей. Основываясь на методику разработанной в работе [3] нам удалось справиться указанной проблемой. Настоящая работа посвящена к нахождению коэффициента диффузий влаги  $D(W)$ .

### Список использованной литературы

1. Childs E.C., Collis – George N., The permeability of porous materials. *Proceedings the Royal Society A*. vol.201. – 1950. - p. 392-405.
2. Hallaire V. M. Potential efficace de L'eau dans le sol en regime de dessechement. Institut National de la Recherche Agronomique (France). - Vol. 4, №1. – 1963, p. 114-122.
3. Рысбайұлы Б. Обратные задачи нелинейной теплопередачи. Алматы 2022, 367 с.

## ЗАДАЧА ДИРИХЛЕ ДЛЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНОГО ВЫРОЖДАЮЩЕГОСЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Рыскан А.Р.<sup>1</sup>, Танкаева Р.М.<sup>2</sup>, Сейсенханкызы С.<sup>3</sup>

Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, РК

E-mail: <sup>1</sup>[ryskan.a727@gmail.com](mailto:ryskan.a727@gmail.com), <sup>2</sup>[r.t\\_71@mail.ru](mailto:r.t_71@mail.ru), <sup>3</sup>[seisenkhankyzi.01@gmail.com](mailto:seisenkhankyzi.01@gmail.com)

В настоящей работе исследуется разрешимость краевой задачи Дирихле для обобщенного уравнения Геллерстедта

$$H(u) = y^m z^k t^l u_{xx} + x^n z^k t^l u_{yy} + x^n y^m t^l u_{zz} + x^n y^m z^k u_{tt} = 0, \quad m, n, k, l \equiv \text{const} > 0 \quad (1)$$

в конечной односвязной области  $D \in \square_4^+$ , которая ограничена гиперплоскостями  $S_1 = \{(0, y, z, t) : x=0, 0 < y < b, 0 < z < c, 0 < t < d\}$ ,  $S_2 = \{(x, 0, z, t) : 0 < x < a, y=0, 0 < z < c, 0 < t < d\}$ ,  $S_3 = \{(x, y, 0, t) : 0 < x < a, 0 < y < b, z=0, 0 < t < d\}$ ,  $S_4 = \{(x, y, z, 0) : 0 < x < a, 0 < y < b, 0 < z < c, t=0\}$  и поверхностью  $S_5$ . Здесь  $a, b, c, d$  положительные числа.

Постановка задачи Дирихле. Найти регулярное решение  $u(x, y, z, t)$  уравнения (1) из класса  $C(\bar{D}) \cap C^2(D)$ , удовлетворяющее условиям

$$u(x, y, z, t) \Big|_{x=0} = \tau_1(y, z, t), \quad (y, z, t) \in \bar{S}_1, \quad (2)$$

$$u(x, y, z, t) \Big|_{y=0} = \tau_2(x, z, t), \quad (x, z, t) \in \bar{S}_2, \quad (3)$$

$$u(x, y, z, t) \Big|_{z=0} = \tau_3(x, y, t), \quad (x, y, t) \in \bar{S}_3, \quad (4)$$

$$u(x, y, z, t) \Big|_{t=0} = \tau_4(x, y, z), \quad (x, y, z) \in \bar{S}_4, \quad (5)$$

$$u(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z, t), (x, y, z, t) \in \overline{S_5}, \quad (6)$$

где  $\tau_1(y, z, t)$ ,  $\tau_2(x, z, t)$ ,  $\tau_3(x, y, t)$ ,  $\tau_4(x, y, z)$ ,  $\varphi(x, y, z, t)$  – заданные непрерывные функции.

Для нахождения решения задачи необходимо построить функцию Грина сформулированной задачи Дирихле, в которой используется следующее фундаментальное решение [1] для четырехмерного обобщенного уравнения Геллерстедта (1)

$$g_{16}(x, y, z, t; x_0, y_0, z_0, t_0) = k_{16} \xi^{1-2\alpha} \eta^{1-2\beta} \zeta^{1-2\gamma} \varsigma^{1-2\delta} \times \\ \times \frac{F_A^{(4)}(5-\alpha-\beta-\gamma-\delta; 1-\alpha, 1-\beta, 1-\gamma, 1-\delta; 2-2\alpha, 2-2\beta, 2-2\gamma, 2-2\delta; \xi, \eta, \zeta, \varsigma)}{(r^2)^{\alpha+\beta+\gamma+\delta+1}},$$

здесь

$$F_A^{(4)}(a; b_1, b_2, b_3, b_4; c_1, c_2, c_3, c_4; x, y, z, t) = \sum_{m, n, p, q} \frac{(a)_{m+n+p+q} (b_1)_m (b_2)_n (b_3)_p (b_4)_q}{(c_1)_m (c_2)_n (c_3)_p (c_4)_q m! n! p! q!} x^m y^n z^p t^q, \\ (|x| + |y| + |z| + |t| < 1)$$

является гипергеометрической функцией Лауричеллы в случае четырех переменных [2]. Для доказательства единственности решения задачи Дирихле используется метод интегралов энергии. В процессе доказательства существования решения рассматриваемой задачи используются формулы дифференцирования гипергеометрических функций, формулы смежных соотношений и формулы разложения, а также формула автотрансформации Больца [3].

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта №AP14972818 КН МОН РК.

### Список использованной литературы

1. Hasanov A., Berdyshev A.S., Ryskan A. Fundamentalsolutionsfor a classoffour-dimensionaldegenerateellipticequation. ComplexVariablesandEllipticEquations. Volume 65, - Issue 4. 2020.P. 632–647.
2. AppellP., Kampe de FierietJ.Fonctions hypergeometriques et hyperspheriques. Polynomes d’Hermite. Paris: Gauthier – Villars. 1926. 434 p.
3. Erdelyi A., Magnus W., Oberhettinger F., Tricomi F.G. HigherTranscendentalFunctions. NewYork, TorontoandLondon: V. I. McGrawHill. 1953.

### ОБЩАЯ ПОСТАНОВКА КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ИНТЕГРОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПРИ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ С УЧЕТОМ ФИЗИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ

<sup>2</sup>Сейтмуратов А.Ж., <sup>1</sup>Медеубаев Н.К., <sup>2</sup>Ибраев Ш.Ш.

<sup>1</sup>Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

<sup>2</sup>Кызылординский университет имени Коркыт Ата, Кызылорда, Казахстан

E-mail: [medeubaev65@mail.ru](mailto:medeubaev65@mail.ru), [angisin@mail.ru](mailto:angisin@mail.ru), [ibrayevsh@mail.ru](mailto:ibrayevsh@mail.ru),

При решении интегродифференциальных уравнений при граничных условиях с учетом физической нелинейности, возникает широкий класс краевых задач колебаний, связанных с различными граничными условиями на краях плоского элемента.

При учете нестационарных внешних воздействий основным из главных параметров является частота собственных колебаний плоского элемента с учетом температуры, предварительной напряженности и других факторов.

Исследование таких задач с учетом усложняющих факторов сводится к решению достаточно сложных задач. Трудность решения данных задач обусловлена как типом уравнений, так и разнообразием

Систематизируем результаты предыдущих работ по краевым задачам колебания плоских элементов. Возможным граничным условиям на краях плоского элемента и начальным условиям, необходимым для решения частных задач собственных и вынужденных колебаний, и других задач.

Совокупность уравнений, граничных и начальных условий позволяют формулировать и решать различные краевые задачи колебания для плоского элемента.

Приведенные в данной работе уравнения колебания плоского элемента в виде пластинки, содержат вязкоупругие операторы, описывающие вязкое поведение материалов плоского элемента.

При исследовании колебания и волновых процессов ядра вязкоупругих операторов целесообразно брать регулярными, т.к. только такие операторы описывают мгновенную упругость, а затем вязкое течение.

Интегродифференциальные уравнения с регулярными ядрами, как известно, эквивалентны дифференциальным уравнениям в частных производных.

Для других приближенных уравнений колебаний плоского элемента эти уравнения для регулярных ядер также можно привести к дифференциальным уравнениям в частных производных, что будет показано ниже.

Предполагаемый математический подход позволяет рассматривать задачи в нелинейной постановке, когда нелинейность физическая. Необходимые теоретические сведения по обоснованию нелинейного закона зависимости  $\sigma_{ij} \sim \varepsilon_{ij}$  для вязкоупругого изотропного тела были изложены в других работах.

Для простоты плоскую конструкцию в виде пластинки и основание рассмотрим в плоскости  $(x, z)$  или когда внешние усилия не зависят от координаты  $y$ . В этом случае отличны от нуля перемещения  $u_l, w_l$ , а перемещение  $v_l = 0$ , т.е. отсутствует.

Будем считать, что колебания пластинки могут быть вызваны как внешними усилиями на поверхности пластинки, так и возмущениями, распространяющимися со стороны основания. Кроме того, будем считать, что по границам контакта пластинки с основанием, эти контакты идеальные, т.е. отсутствует трение.

Рассмотрим случай, когда материал основания изотропный и зависимость напряжений от деформаций линейная, т.е. выполняются соотношения больцмановского типа:

Зависимости напряжений от деформаций для пластинки примем кубической.

Граничные условия: при  $z = h$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = f_z^{(1)}(x, t), \sigma_{xz}^{(1)} = 0 \quad (4.1.11)$$

при  $z = -h$

$$\sigma_{zz}^{(1)} = \sigma_{zz}^{(2)}; \sigma_{xz}^{(1)} = 0; \sigma_{xz}^{(2)} = 0; w_1 = w_2 \quad (4.1.12)$$

Начальные условия нулевые, т.е.  $u_l = \frac{\partial u_l}{\partial t} = w_l = \frac{\partial w_l}{\partial t} = 0$  при  $t = 0$ .

Таким образом, краевая задача колебания пластин, с учетом физической нелинейности напряжений, сводится к решению интегродифференциальных уравнений, при заданных граничных и начальных условиях

### Список использованной литературы

1. Filippov I.G., S.I. Filippov, 1995. Dynamic stability theory of rods. Proceedings of the Russian-Polish seminar. Theoretical Foundations of construction. Warsaw, pp.63 -69.



2. Filippov, I.G., 1979. An approximate method for solving dynamic viscoelastic media. – PMM, 43(1): 133 -137.
3. Filippov, I.G., S.I Filippov, V.I. Kostin, 1995. Dynamics of two-dimensional composites. - Proceedings of the International Conference on Mechanics and Materials, USA, Los Angeles, pp.75 -79.
4. T.K.Yuldashev, “Mixed value problem for a nonlinear differential equation of fourth order with small parameter on the parabolic operator”, *Comput. Math. Math. Phys.*, **51**:9 (2011), 1596–1604
5. Seitmuratov A., Zhussipbek B., Sydykova G., Seithanova A., Aitimova U. (2019) Dynamic stability of wave processes of a round rod. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. **Series of physico-mathematical**. Volume 2, Number 324 (2019), 90 – 98. <https://doi.org/10.32014/2019.2518-1726.16>. ISSN 1991-346X
6. T.K.Yuldashev, “Inverse problem for a partial difference equation of the higher order”, *Advanced Studies in Contemporary Mathematics (Kyungshang)*, 26:1 (2016), 175–181 [mathscinet zmath](https://doi.org/10.1155/2016/175181)
7. Seitmuratov A., Dauitbayeva A., Berkimbaev K.M., Turlugulova K.N., Tulegenova E. Constructed two-parameter structurally stable maps. News of the National Academy of Sciences of the Republic of Kazakhstan. Series of geology and technical sciences. Volume 6, Number 438 (2019), 302 – 307 <https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.182>. ISSN [2224-5278](https://doi.org/10.32014/2019.2518-170X.182)
8. Егорычев О.А., Филиппов И.Г. Математические методы при исследовании колебаний плоских элементов строительных конструкций. – Труды Российско-Польского семинара «Теоретические основы строительства», - Варшава, 1995, с.49-50.

## ОПТИМАЛЬНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ В НЕПРЕРЫВНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С КОРРЕЛИРУЕМЫМИ ШУМАМИ

Сиверина А.С.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [sssas10@mail.ru](mailto:sssas10@mail.ru)

Широкий класс задач управления, навигации, связи, обработки наблюдений может быть сведен к следующей формальной схеме: по реализации на интервале времени  $[t_0, t]$  случайного процесса  $z(s)$ , где  $s \in [t_0, t]$ , который обозначим  $z_0^t$ , нужно найти в момент времени  $\tau$  оценку  $\mu(\tau, t)$  случайного процесса  $x(t)$  [1].

В зависимости от соотношения между моментом оценивания  $\tau$  и моментом окончания наблюдений  $t$  процедуры оценивания подразделяются на три следующих типа:

- 1) фильтрация ( $\tau = t$ );
- 2) интерполяция (сглаживание) ( $\tau < t$ );
- 3) экстраполяция (прогноз, предсказание) ( $\tau > t$ ).

Процесс  $x(t)$  может быть аппроксимирован путем минимизации среднеквадратичной ошибки, в этом случае, оптимальной оценкой в каждый момент времени будет являться условное математическое ожидание процесса  $x(t)$  при условии наблюдения процесса  $z_0^t$ . Т.е. задача поиска оценки  $\mu(\tau, t)$  сводится к задаче поиска математического ожидания процесса.

Многомерные процессы  $x(t)$  и  $z(t)$  описываются многомерными стохастическими дифференциальными уравнениями, где составляющие шума моделируются некоторыми многомерными винеровскими процессами. При этом можно рассмотреть два случая:

- 1) шумы наблюдаемого и ненаблюдаемого процессов независимы;
- 2) шумы наблюдаемого и ненаблюдаемого процессов зависимы (т.е. коэффициент корреляции между шумами не равен нулю).

Оценивание случайных процессов началось еще в 40-х годах прошлого века. Со временем теория оценивания развивалась. Значительный вклад в нее был внесен работами Р.Е.Калмана [4] и Р.Е.Калмана и Р.С.Бьюси [5], где были найдены решения задач дискретной и непрерывной линейной фильтрации.

Со временем потребность в решении практических задач только увеличивалась. Это и привело к необходимости рассмотрения задач нелинейной фильтрации. Одной из наиболее значимых работ в данной области является работа Р.Ш. Липцера и А.Н. Ширяева [1].

Демин Н.С. внес большой вклад в изучение задачи фильтрации, экстраполяции и интерполяции, когда шумы в каналах наблюдений некоррелируемые [2], кроме того в работе Демина Н.С. и Петрова В.В. была рассмотрена задача фильтрации, когда наряду с

непрерывными наблюдениями осуществляются также и дискретные по времени наблюдения, причем шумы в непрерывном и дискретном каналах наблюдений коррелированы между собой [3].

Стоит отметить, что задача оптимальной фильтрации в непрерывных стохастических системах является актуальной. Это используется для того, чтобы получить более точные расчеты. Например, это находит свое применение в навигации любых движущихся объектов, поэтому широко используется в страховании. Но на данный момент эту задачу рассматривают чаще всего для некоррелируемых шумов. Если же случай с коррелируемыми шумами и встречается, то приводятся только формулировки теорем без доказательств.

Таким образом, опираясь на нераскрытость данного вопроса в современной литературе, было решено провести исследование задачи оптимальной фильтрации в непрерывных стохастических системах с коррелируемыми шумами, т.е. исследование влияния корреляции шумов на дисперсию оптимальной в среднеквадратичном смысле оценки.

Для того, чтобы вывести основное уравнение нелинейной фильтрации для случая коррелируемых шумов в общем виде, были рассмотрены уравнения процессов  $x(t)$  и  $z(t)$ , в которых мощности сигналов заданы линейно, используя метод семиинвариантной функции, выведены уравнения для оптимальной в среднеквадратичном смысле оценки (ОСКСО) фильтрации  $\mu(\tau, t)$  процесса  $x(t)$  и дисперсии  $\Gamma(t)$  этой оценки. Далее рассмотрена задача фильтрации скалярного гауссовского марковского процесса - процесса Орнштейна-Уленбека и решены уравнения для ОСКСО  $\mu(\tau, t)$  и дисперсии  $\Gamma(t)$  в частном случае.

Исследована зависимость отношения дисперсий оценок фильтрации в двух случаях - в случае коррелируемых шумов наблюдаемого и ненаблюдаемого процессов и в случае некоррелируемых шумов, от параметров интенсивности сигнала  $a$  и  $b$  и интенсивности шумов  $q$  и  $r$ , а так же от коэффициента корреляции между шумами  $s$ .

#### Список использованной литературы

1. Липцер Р.Ш. Статистика случайных процессов / Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. --- М.: Наука, 1974. --- С. 695.
2. Демин Н.С. Теория оценивания и распознавания стохастических сигналов: Учебное пособие.--- Томск: Томск. ун-т, 1983. --- С. 109.
3. Демин Н.С. Фильтр Калмана- Бьюси для коррелированных непрерывно- дискретных наблюдений / Демин Н.С., Петров В.В. // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. --- 1978. --- № 5. --- С. 14-19.
4. Kalman R.E. A new approach to linear filtering and prediction problems // Journal of Basic Engineering. --- 1960. --- № 82. С. 35-45.
5. Калман Р.Е. Новые результаты в линейной фильтрации и теории предсказания / Калман Р.Е., Бьюси Р.С. Техническая механика. --- 1961. № 1. --- С. 123-141.
6. Ширяев А.Н. Вероятность. Том 1. МЦНМО - 2007.
7. Оксендаль Б. Стохастические дифференциальные уравнения. Введение в теорию и приложения // М.: Мир. - 2003.
8. Булинский А.В. Теория случайных процессов / Булинский А.В., Ширяев А.Н. // ФИЗМАТЛИТ. - 2005.

#### О ПРИМЕНЕНИИ СЕМЕЙСТВА КРАЕВЫХ ЗАДАЧ ДЛЯ СИСТЕМ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

<sup>1,2</sup>Темешева С., <sup>2</sup> Абдимананова П., <sup>2</sup> Жумагазыкызы А.

<sup>1</sup>Институт математики и математического моделирования, Алматы, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы

E-mail: [temeshevasvetlana@gmail.com](mailto:temeshevasvetlana@gmail.com), [peryzat74@mail.ru](mailto:peryzat74@mail.ru), [zhumagazykyzy@gmail.com](mailto:zhumagazykyzy@gmail.com)

На  $\bar{\Omega} = [0, \omega] \times [0, T]$  рассматривается нелинейная нелокальная краевая задача для системы гиперболических уравнений

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial t} = f\left(x, t, u, \frac{\partial u}{\partial x}\right), \quad u \in R^n, \quad (1)$$

$$u(0, t) = 0, \quad t \in [0, T], \quad (2)$$

$$g(x, u_x(x, 0), u_x(x, T)) = 0, \quad (3)$$

где  $f: \bar{\Omega} \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$ ,  $g: [0, \omega] \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$  непрерывны.

Решением задачи (1)-(3) является функция  $u^*(x, t) \in C(\bar{\Omega}, R^n)$ , которая на  $\bar{\Omega}$  вместе со своими частными производными  $u_x^*(x, t) \in C(\bar{\Omega}, R^n)$ ,  $u_{xt}^*(x, t) \in C(\bar{\Omega}, R^n)$  удовлетворяет нелинейной системе гиперболических уравнений (1), на характеристике  $x = 0$  удовлетворяет условию (2) и при  $x \in [0, \omega]$  для  $u_x^*(x, 0)$ ,  $u_x^*(x, T)$  справедливо равенство (3).

С помощью новой неизвестной функции  $v(x, t) = u_x(x, t)$  задача (1)-(3) сводится к эквивалентной краевой задаче для интегро-дифференциального уравнения в частных производных

$$\frac{\partial v}{\partial t} = f\left(x, t, \int_0^x v(\xi, t) d\xi, v\right), \quad v \in R^n, \quad x \in [0, \omega], \quad (4)$$

$$g(x, v(x, 0), v(x, T)) = 0, \quad x \in [0, \omega]. \quad (5)$$

Здесь условие (2) учтено в соотношении

$$u(x, t) = \int_0^x v(\xi, t) d\xi, \quad (x, t) \in \bar{\Omega}. \quad (6)$$

Если функция  $u^*(x, t)$  является решением задачи (1)-(3), то  $v^*(x, t) = u_x^*(x, t)$  будет решением задачи (4), (5). Если  $v(x, t)$  – решение задачи (4), (5), то функция  $u(x, t)$ , определяемая равенством (6), будет решением задачи (1)-(3).

Заметим, что задача (4), (5) является семейством нелинейных двухточечных краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений Фредгольма.

Задача (4), (5) исследуется методом параметризации [1]. Используя эквивалентность указанных задач получены условия разрешимости нелинейной нелокальной краевой задачи для системы гиперболических уравнений (1)-(3).

Представленная работа финансируется Комитетом науки Министерства образования и науки Республики Казахстан (грант № AP08855726, 2020-2022 гг.)

#### Список использованной литературы

1. D. S. Dzhumabaev, S. M. Temesheva, "A parametrization method for solving nonlinear two-point boundary value problems", *Comput. Math. Math. Phys.*, **47**:1 (2007), 37–61.

### ОБ ОДНОМ РЕШЕНИИ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИМПУЛЬСНЫМ ВОЗДЕЙСТВИЕМ

Тлеулесова А.Б.<sup>1</sup>, Оразбекова А.С.<sup>1</sup>, Калпаков Е.Н.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>ЕНУ им. Л.Н.Гумилева, Казахстан, <sup>2</sup>Назарбаев Университет, Казахстан

E-mail: [agila\\_72@mail.ru](mailto:agila_72@mail.ru), [mt-513@mail.ru](mailto:mt-513@mail.ru), [mr.kalpakov@mail.ru](mailto:mr.kalpakov@mail.ru)

На отрезке  $[0, T]$  рассматривается краевая задача с импульсным воздействием

$$\frac{dx}{dt} = A(t)x + f(t), \quad t \in [0, T] \setminus \{\theta_i\}, \quad i = \overline{1, m}, \quad (1)$$

$$0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_m < \theta_{m+1} = T, \quad i = \overline{1, m}, \quad x \in R^n,$$

$$B_0 x(0) + C_0 x(T) = d, \quad d \in R^n, \quad (2)$$

$$B_i x(\theta_i - 0) - C_i x(\theta_i + 0) = p_i, \quad p_i \in R^n, \quad i = \overline{1, m}, \quad (3)$$

где  $A(t)$ ,  $f(t)$  кусочно-непрерывны на  $[0, T]$ , с возможными разрывами первого рода в точках  $t = \theta_i$ ,  $i = \overline{1, m}$ .  $B_i, C_i$  ( $i = \overline{1, m}$ ) постоянные матрицы.  $\|x\| = \max_i |x_i|$ ,  $\|A(t)\| = \max_s \sum_{j=1}^n |a_{ij}(t)|$ .

Ранее в работах краевые задачи с импульсными воздействиями исследовались методом параметризации [1-3]. Для решение задачи (1)-(3) применяется метод параметризаций.  $[0, T]$  разбиваем на части в точках импульсных воздействий:

$$[0, T] = \bigcup_{r=1}^{m+1} [\theta_{r-1}, \theta_r).$$

Введем пространство  $C\{[0, T], \theta_r, R^{n(m+1)}\}$  систем функций  $x[t] = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_{m+1}(t))$ , где функции  $x_r(t)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ , непрерывны на  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  и имеют конечный левосторонний предел  $\lim_{t \rightarrow \theta_r - 0} x_r(t)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ , с нормой  $\|x[\cdot]\|_2 = \max_{r=1, m+1} \sup_{t \in [\theta_{r-1}, \theta_r)} \|x_r(t)\|$ .

Сужение вектор-функций  $x(t)$  на  $r$ -ый интервал  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  обозначим через  $x_r(t)$ . Затем вводя дополнительные параметры  $\lambda_r = x_r(\theta_{r-1})$ ,  $r = \overline{1, m+1}$  на каждом интервале  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$  произведем замену  $u_r(t) = x_r(t) - \lambda_r$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ . Тогда задача (1)-(3) перейдет к эквивалентной краевой задаче с параметрами

$$\frac{du_r}{dt} = A(t)(u_r + \lambda_r) + f(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = \overline{1, m+1}. \quad (4)$$

$$u_r(\theta_{r-1}) = 0, r = \overline{1, m+1}, \quad (5)$$

$$B_0 \lambda_1 + C_0 \lim_{t \rightarrow T-0} u_{m+1}(t) + C_0 \lambda_{m+1} = d, \quad (6)$$

$$B_i \lim_{t \rightarrow \theta_i - 0} u_i(t) + B_i \lambda_i - C_i \lambda_{i+1} = p_i, i = \overline{1, m+1}, \quad (7)$$

Решение задачи (4)-(7) является пара  $(\lambda, u[t])$  с элементами  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$ ,  $u[t] = (u_1(t), u_2(t), \dots, u_{m+1}(t)) \in C\{[0, T], \theta_r, R^{n(m+1)}\}$ , функции  $u(t)$  непрерывно дифференцируемы на  $[\theta_{r-1}, \theta_r)$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ , и при  $\lambda_r = \lambda_r^*$  удовлетворяет системе обыкновенным дифференциальных уравнений (4) и условиями (5)-(7).

Используя  $X(t)$  – фундаментальную матрицу дифференциального уравнения  $\frac{dx}{dt} = A(t)X$ , решение задачи Коши (4)-(5) запишем в виде

$$u_r(t) = X(t) \int_{\theta_{r-1}}^t X^{-1}(\tau) [A(\tau) \lambda_r + f(\tau)] d(\tau), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = \overline{1, m}, \quad (8)$$

В краевое условие (6) и условию импульса (7) подставляя правую часть (8), получим следующую систему алгебраических уравнений относительно параметров:

$$B_0 \lambda_1 + C_0 \lambda_{m+1} + C_0 X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) [A(\tau) \lambda_r + f(\tau)] d(\tau) = d - C_0 X(T) \int_0^T X^{-1}(\tau) f(\tau) d(\tau), \quad (9)$$

$$B_i X(\theta_i) \int_{\theta_{i-1}}^{\theta_i} X^{-1}(\tau) [A(\tau) \lambda_r + f(\tau)] d(\tau) + B_i \lambda_i - C_i \lambda_{i+1} = p_i - B_i X(\theta) \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} X^{-1}(\tau) f(\tau) d(\tau), i = \overline{1, m}, \quad (10)$$

Используя (9), (10), матрицу обозначим через  $Q(\theta)$  и систему запишем в виде

$$Q(\theta) \lambda = F(\theta), \lambda \in R^{n(m+1)}, \quad (11)$$

$$F(\theta) = (d - C_0 X(T) \int_{\theta_m}^T X^{-1}(\tau) f(\tau) d(\tau), p_1 - B_1 X(\theta_1) \int_{\theta_1}^{\theta_1} X^{-1}(\tau) f(\tau) d(\tau), \dots, p_m - B_m X(\theta_m) \int_{\theta_{m-1}}^{\theta_m} X^{-1}(\tau) f(\tau) d(\tau))$$

Следующие утверждение устанавливает однозначную разрешимость в терминах фундаментальной матрицы

Лемма 1. Справедливы следующие утверждения:

а) вектор  $\lambda^* = (\lambda_1^*, \lambda_2^*, \dots, \lambda_{m+1}^*) \in R^{n(m+1)}$ , составленный из значения решения  $x^*(t)$  задачи (1)-(3) в точках разбиения  $\lambda_r^* = x_r^*(\theta_{r-1})$ ,  $r = \overline{1, m+1}$ , удовлетворяет систему,

б) если  $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$ , является решением системы уравнений (11), а система функций  $\tilde{u}[t] = (\tilde{u}_1(t), \tilde{u}_2(t), \dots, \tilde{u}_{m+1}(t))$  решением задачи Коши (4),(5) при

$\lambda_r = \tilde{\lambda}_r, r = \overline{1, m+1}$ , то функция  $\tilde{x}(t)$ , определяемая равенствами  $\tilde{x}(t) = \tilde{\lambda}_r + \tilde{u}_r(t), t \in [\theta_{r-1}, \theta_r), r = \overline{1, m+1}, \tilde{x}(T) = \tilde{\lambda}_{m+1} + \lim_{t \rightarrow T-0} \tilde{u}_{m+1}(t)$ , является решением задачи (1)-(3).

Если  $\tilde{\lambda} = (\tilde{\lambda}_1, \tilde{\lambda}_2, \dots, \tilde{\lambda}_{m+1}) \in R^{n(m+1)}$  удовлетворяют (11), то справедливо соотношение:

**Теорема 1.** Для однозначной разрешимости (1)-(3) необходимо и достаточно, чтобы матрица  $Q(\theta): R^{n(m+1)} \rightarrow R^{n(m+1)}$  была обратимой.

**Теорема 2.** Задача (1)-(3) разрешима тогда и только тогда, когда вектор  $F(\theta) \in R^{n(m+1)}$ , составленный из заданные функции  $f(t) \in C([0, T], R^n)$ , и векторов  $d \in R^n, p_i \in R^n, i = \overline{1, m}$ , ортогонален к ядру транспонированную матрицу  $(Q(\theta))'$  т.е. для  $\forall \xi \in Ker(Q(\theta))'$  справедливо равенство  $(F(\theta), \xi) = 0$ , где  $(\cdot, \cdot)$  – скалярное произведение в  $R^{n(m+1)}$ .

### Список использованной литературы

1. Tleulesova A. Periodic boundary value problem for a system of ordinary differential equations with impulse effects International Conference on Analysis and Applied Mathematics (ICAAM 2016) AIP Conf. Proc. 1759, 020061-1 – 020061-5; . (Scopus CiteScore 2018=0.37)
2. Bakirova E.A., Kidirbayeva Zh.M., Tleulessova A.B. On one algorithm for finding a solution to a two-point boundary value problem for loaded differential equations with impulse effect// Bulletin of the Karaganda University. №3(87)/2017 Mathematics Series, C.43-50.
3. A.T.Assanova, A.B.Tleulessova. Non local problem for a system of partial differential equations of higher order with pulse actions Ukrainian Mathematical Journal( IF 0.518 ) **Pub Date : 2020-06-16**, DOI: [10.1007/s11253-020-01750-9](https://doi.org/10.1007/s11253-020-01750-9) 1821–1842(2020).

## ОСУЩЕСТВОВАНИИ РЕШЕНИЯ ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОГО УРАВНЕНИЯ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА С КРАТНЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Умаров Р.А.

Наманганский инженерно-строительный институт, Наманган, Узбекистан

E-mail: [r.umarov1975@mail.ru](mailto:r.umarov1975@mail.ru)

В области  $D = \{(x, y): 0 < x < p, 0 < y < q\}$  рассмотрим следующее уравнения третьего порядка вида:

$$L(u) = U_{xxx} - U_{yy} + A_1 U_{xx} + A_2 U_x + A_3 U_y + A_4 U = g_1(x, y), \quad (1)$$

где  $A_i, p, q \in R, i = \overline{1, 4}, g_1(x, y)$  заданные, достаточно гладкие функции.

Заменой  $U(x, y) = u(x, y) e^{\frac{A_1}{3}x + \frac{A_3}{2}y}$ , уравнение (1) можно привести к виду

$$u_{xxx} - u_{yy} + a_1 u_x + a_2 u = g(x, y), \quad (2)$$

где  $a_1 = -\frac{A_1^2}{3} + A_2, a_2 = \frac{2A_1^3}{27} + \frac{A_3^2}{2} - \frac{A_1 A_2}{3} + A_4, g(x, y) = g_1(x, y) \cdot e^{\frac{A_1}{3}x - \frac{A_3}{2}y}$ .

Отметим, что в работе [3] рассмотрен случай  $a_1 = a_2 = 0$

**Задача  $A_2$ .** Найти функцию  $u(x, y)$  из класса  $C_{x,y}^{3,2}(D) \cap C_{x,y}^{2,1}(\overline{D})$ , удовлетворяющую уравнению (2) и следующим краевым условиям:

$$u_y(x, 0) = 0, \quad u_y(x, q) = 0, \quad 0 \leq x \leq p,$$

$$u_{xx}(0, y) = \psi_1(y), \quad u(p, y) = \psi_2(y), \quad u_x(p, y) = \psi_3(y), \quad 0 \leq y \leq q,$$

где  $\psi_i(y), i = \overline{1, 3}, g(x, y)$  заданные достаточно гладкие функции.

**Теорема 1.** Если задача  $A_2$  имеет решение, то при выполнении условий  $a_1 \leq 0$ ,  $a_2 \geq 0$  оно единственно.

**Доказательство.** Предположим, обратное. Пусть задача  $A$  имеет два решения  $u_1(x, y)$  и  $u_2(x, y)$ . Тогда функция  $u(x, y) = u_1(x, y) - u_2(x, y)$  удовлетворяет однородному уравнению (2) с однородными краевыми условиями. Докажем, что  $u(x, y) \equiv 0$  в  $D$ .

В области  $D$  справедливо тождество

$$uL[u] = uu_{xx} - uu_{yy} + a_1uu_x + a_2u^2 = 0,$$

или

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( uu_{xx} - \frac{1}{2}u_x^2 + \frac{1}{2}a_1u^2 \right) - \frac{\partial}{\partial y} (uu_y) + u_y^2 + a_2u^2 = 0. \quad (3)$$

Интегрируя тождество (3) по области  $D$  и учитывая однородные краевые условия, получим

$$-\frac{1}{2}a_1 \int_0^q u^2(0, y) dy + \frac{1}{2} \int_0^q u_x^2(0, y) dy + \int_0^p \int_0^q u_y^2 dx dy + a_2 \int_0^p \int_0^q u^2 dx dy = 0.$$

Если  $a_1, a_2 \neq 0$ , из четвёртого слагаемого, получим  $u(x, y) \equiv 0$ ,  $(x, y) \in \bar{D}$ . Если  $a_1 = a_2 = 0$ , тогда из третьего слагаемого  $u_y(x, y) = 0$ . Из уравнения и учитывая однородные краевые условия получим  $u(x, y) \equiv 0$ . Теорема доказана.

**Теорема 2.** Если выполняются следующие условия:

- 1)  $\psi_i(y) \in C^3[0, q]$ ,  $\psi_i'(0) = \psi_i'(q) = 0$ ,  $i = \overline{1, 3}$ .
- 2)  $\frac{\partial^2 g(x, y)}{\partial x \partial y} \in C[0, q]$ ,  $g(x, 0) = g(x, q)$ ,  $0 \leq x \leq p$ ;
- 3)  $0 \leq C < \min \left\{ \frac{1}{3p^2 + 2p^3}, \frac{\lambda_1^2}{Kp(\lambda_1 + 1)} \right\}$ ,

то решение задачи  $A_2$  существует. Здесь  $C = \max \{|a_1|, |a_2|\}$ ,  $\lambda_1 = \sqrt[3]{\left(\frac{\pi}{q}\right)^2}$ ,

$$K = \frac{16}{3} \left( 1 - \exp\left(-\frac{2\sqrt{3}\pi}{3}\right) \right)^{-1}.$$

Теорема 2 доказана и решения задачи  $A_2$  используя метода Фурье получена в виде:

$$\begin{aligned} u(x, y) = & \frac{1}{\sqrt{q}} \left( \alpha_0(x) + \int_0^p R_0(x, \xi) \alpha_0(\xi) d\xi + \rho_0(x) \right) + \\ & + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right) \int_0^p G_n(x, \xi) \lambda_n^3 f_n(\xi) d\xi + \\ & + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right) \left( \int_0^p R_n(x, \xi) \int_0^p G_n(x, s) \lambda_n^3 f_n(s) ds d\xi \right) + \sqrt{\frac{2}{q}} \sum_{n=1}^{\infty} \rho_n(x) \cos\left(\frac{\pi n}{q} y\right), \end{aligned} \quad (3)$$

здесь 
$$\alpha_0(x) = \int_0^p G_0(x, \xi) f_0(\xi) d\xi, R_0(x, \xi) = \bar{G}_0(x, \xi) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{G}_m(x, \xi),$$

$$R_n(x, \xi) = \bar{G}_n(x, \xi) + \sum_{m=1}^{\infty} \bar{G}_{nm}(x, \xi), \bar{G}_0(x, \xi) = a_1 G_{0\xi}(x, \xi) - a_2 G_0(x, \xi),$$

$$\bar{G}_n(x, \xi) = a_1 G_{n\xi}(x, \xi) - a_2 G_n(x, \xi),$$

$G_0(x, \xi)$  функция Грина для задачи:

$$\begin{cases} V_0''' = 0, \\ V_0''(0) = V_0(p) = V_0'(p) = 0, \end{cases}$$

$G_n(x, \xi)$  функция Грина для задачи:

$$\begin{cases} V''' + \lambda_n^3 V = 0, \\ V''(0) = V(p) = V'(p) = 0, \end{cases}$$

Доказана равномерная сходимость ряд (3) и его производная входящие в уравнения (2), используя условия на заданных функций.

### Список использованной литературы

1. Апаков Ю.П. О решении краевой задачи для уравнения третьего порядка с кратными характеристиками // Украинский математический журнал. - Киев. 2012. Т.64. № 1. С. 1-11.
2. Иргашев Б. Ю. Краевая задача для одного вырождающего уравнения высокого порядка с младшими членами // Bulletin of the Institute of Mathematics. – 2019. – №. 6. – С. 23-29.
3. Apakov, Y.P., Umarov, R.A. Solution of the Boundary Value Problem for a Third Order Equation with Little Terms. Construction of the Green's Function. Lobachevskii J Math 43.

## ЗАДАЧА ТРИКОМИ-НЕЙМАНА ДЛЯ ТРЕХМЕРНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО ТИПА С СИНГУЛЯРНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Уринов А.К., Каримов К.Т.

Ферганский государственный университет, Фергана, Узбекистан

E-mail: [urinovak@mail.ru](mailto:urinovak@mail.ru), [karimovk80@mail.ru](mailto:karimovk80@mail.ru)

В работе исследована задача Трикоми-Неймана для трехмерного уравнения смешанного типа с тремя сингулярными коэффициентами в смешанной области, для которого эллиптическая часть состоит из четверти цилиндра, а гиперболическая часть из прямоугольной призмы. Доказано однозначной разрешимости поставленной задачи в классе регулярных решений.

Пусть  $\Omega$  - трехмерная область, ограниченная цилиндрической поверхностью  $S_0 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 = 1, x > 0, y > 0, z \in (0, c)\}$ , прямоугольниками  $S_1 = \{(x, y, z) : x \in (1/2, 1), x - y = 1, z \in (0, c)\}$ ,  $S_2 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1/2), x + y = 0, z \in (0, c)\}$ ,  $S_3 = \{(x, y, z) : x = 0, y \in (0, 1), z \in (0, c)\}$  и плоскими фигурами  $S_4 = M_0 \cup I_1 \cup M_1$ ,  $S_5 = M_2 \cup I_2 \cup M_3$ , где  $M_1 = \{(x, y, z) : -y < x < 1 + y, -1/2 < y < 0, z = 0\}$ ,  $M_0 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, x > 0, y > 0, z = 0\}$ ,  $M_2 = \{(x, y, z) : x^2 + y^2 < 1, x > 0, y > 0, z = c\}$ ,  $M_3 = \{(x, y, z) : -y < x < 1 + y, -1/2 < y < 0, z = c\}$ ,  $I_1 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1), y = 0, z = 0\}$ ,  $I_2 = \{(x, y, z) : x \in (0, 1), y = 0, z = c\}$ .

В области  $\Omega$  рассмотрим уравнение

$$L_{\beta\beta\gamma}U \equiv U_{xx} + (\operatorname{sgny})U_{yy} + U_{zz} + \frac{2\beta}{x}U_x + \frac{2\beta}{|y|}U_y + \frac{2\gamma}{z}U_z = 0, \quad (1)$$

где  $\beta, \gamma \in \mathbb{R}$ , причем  $0 < \beta < 1/2$ ,  $-2 < \gamma < 1/2$ .

В области  $\Omega$  уравнение (1) принадлежит смешанному типу, а именно в области  $\Omega_0 = \Omega \cap \{y > 0\}$  - эллиптическому типу, а в области  $\Omega_1 = \Omega \cap \{y < 0\}$  - гиперболическому типу, причем  $x = 0$ ,  $y = 0$  и  $z = 0$  являются плоскостями сингулярности уравнения, а при переходе через прямоугольника  $\bar{\Omega}_0 \cap \bar{\Omega}_1$  уравнения меняет свой тип.

Для уравнения (1) в области  $\Omega$  сформулируем и исследуем следующую задачу:

**Задача TN.** Найти функцию  $U(x, y, z)$ , удовлетворяющую в области  $\Omega$  уравнению (1) и следующим условиям:

$$\begin{aligned} U(x, y, z) &\in C(\bar{\Omega}) \cap C_{x,y,z}^{2,2,2}(\Omega_0 \cup \Omega_1), \quad x^{2\beta}U_x, \quad z^{2\gamma}U_z \in C(\bar{\Omega}); \\ \lim_{x \rightarrow 0} x^{2\beta}U_x(x, y, z) &= 0, \quad (0, y, z) \in S_3; \quad \frac{\partial}{\partial n}U(x, y, z) = F(x, y, z), \quad (x, y, z) \in S_0; \\ U(x, y, z)|_{\bar{S}_2} &= 0, \quad U(x, y, z)|_{\bar{S}_4} = 0, \quad U(x, y, z)|_{\bar{S}_5} = 0, \end{aligned}$$

а также условию склеивания

$$\lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{2\beta}U_y(x, y, z) = \lim_{y \rightarrow +0} y^{2\beta}U_y(x, y, z), \quad x \in (0, 1), \quad z \in (0, c), \quad (2)$$

где  $\partial U / \partial n$  - производная по внешней нормали к поверхности  $S_0$ , а  $F(x, y, z)$  - заданная непрерывная функция.

В работе доказана следующая теорема.

**Теорема.** Пусть  $\beta \in (0, 1/2)$ ,  $\gamma \in (-2, 1/2)$  и выполнены следующие условия: а) функции  $\frac{f(\varphi, z)}{(\sin 2\varphi)^{1-2\beta}}$  и  $\frac{\partial}{(\sin 2\varphi)\partial\varphi} \left[ \frac{f(\varphi, z)}{(\sin 2\varphi)^{1-2\beta}} \right]$  обращаются в нуль при  $\varphi \rightarrow 0$  и  $\varphi \rightarrow \pi/2$  равномерно по  $z$ ; б) функции  $f(\varphi, z)$  и  $B_{\gamma-1/2}^z f(\varphi, z)$  обращаются в нуль при  $z \rightarrow 0$  и  $z \rightarrow c$  равномерно по  $\varphi$ ;

$$в) \quad z^{2\gamma} \frac{\partial}{\partial z} f(\varphi, z), \quad z^{2\gamma} \frac{\partial}{\partial z} B_{\gamma-1/2}^z f(\varphi, z) \in C(\bar{\Pi}), \quad \Pi = \{(\varphi, z) : \varphi \in (0, \pi/2), z \in (0, c)\},$$

$$д) \quad \frac{\partial}{\partial z} z^{2\gamma} \frac{\partial}{\partial z} B_{\gamma-1/2}^z \left\{ \frac{\partial}{\partial\varphi} \left[ \frac{\partial \left[ f(\varphi, z) (\sin 2\varphi)^{2\beta-1} \right]}{(\sin 2\varphi)\partial\varphi} \right] \right\} \in L(\bar{\Pi}).$$

Тогда решение задачи TN в области  $\Delta = \{(\rho, \varphi, z) : \rho \in (0, 1), \varphi \in (0, \pi/2), 0 < z < c\}$  (область  $\Omega_0$  в цилиндрические координаты) существует и определяется формулой

$$U(x, y, z) = V(\rho, \varphi, z) = 2 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{S_n(\varphi) \tilde{g}_{nm}(\rho) z^{1/2-\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sigma_m z/c)}{[c J_{3/2-\gamma}(\sigma_m)]^2}, \quad (3)$$

где  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $\varphi = \operatorname{arctg}(y/x)$ ,  $J_l(z)$  - функция Бесселя порядка  $l$  первого рода [1],  $S_n(\varphi) = (\sin \theta)^{1/2-\beta} P_{(\omega_n-1)/2}^{1/2-\beta}(\cos \theta)$ ,  $\theta = \pi - 2\varphi \in [0, \pi/2]$ ,  $P_\nu^\mu(x)$  - функция Лежандра [2],

$$\tilde{g}_{nm}(\rho) = \frac{\rho^{-2\beta} I_{\omega_n}(\sigma_m \rho/c) F_{nm}}{[(\omega_n - 2\beta) I_{\omega_n}(\sigma_m/c) + (\sigma_m/c) I_{\omega_n+1}(\sigma_m/c)]}, \quad I_l(z) - \text{функция Бесселя мнимого}$$



аргумента порядка  $l$  [1], 
$$F_{nm} = \int_0^c \int_0^{\pi/2} f(\varphi, z) (\sin 2\varphi)^{2\beta} S_n(\varphi) z^{1/2+\gamma} J_{1/2-\gamma}(\sigma_m z/c) d\varphi dz,$$

$\omega_n = 2n + \beta - 3/2$ ,  $n \in N$ ,  $\sigma_m$  –  $m$ -ный положительный корень уравнения  $J_{1/2-\gamma}(x) = 0$ .

Из равенства (3) в силу условия склеивания (2), находим 
$$\lim_{y \rightarrow +0} y^{2\beta} U_y(x, y, z) = \lim_{y \rightarrow -0} (-y)^{2\beta} U_y(x, y, z) = v(x)Z(z).$$
 Затем, подставляя это в формулу

$$U(x, y, z) = \chi Z(z) \int_0^{x+y} v(t) (r_0^2)^{-\beta} \left(\frac{t}{x}\right)^\beta \Xi_2(\beta, 1-\beta, 1-\beta; r_1, r_2) dt,$$

находим решение задачи TN в области  $\Omega_1$ ,

где  $\chi = 2^{2\beta-1} \Gamma(\beta) / [\Gamma(1-\beta)\Gamma(2\beta)]$ ,  $r_0^2 = (x-t)^2 - y^2$ ,  $r_1 = -r_0^2 / (4xt)$ ,  $r_2 = \lambda r_0^2 / 4$ , а  $\Xi_2(a, b, c; x, y)$  – гипергеометрическая функция Гумберта [2]:

$$\Xi_2(a, b, c; x, y) = \sum_{m,k=0}^{\infty} \frac{(a)_m (b)_m}{(c)_{m+k} m! k!} x^m y^k,$$

$(a)_m = a(a+1)(a+2)\dots(a+m-1) = \Gamma(a+m) / \Gamma(a)$  – символ Похгаммера.

#### Список использованной литературы

1. Ватсон Г. Н. Теория бесселевых функций. –М.: Т.1.Изд. ИЛ., 1949. -798 с.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. Гипергеометрические функции. Функции Лежандра. -М.: Наука, 1973. -296 с.

### О РАЗРЕШИМОСТИ МНОГОТОЧЕЧНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.

Усманов К., Шадибеков К.

Университет Ахмеда Ясави, Туркестан, Казахстан

E-mail: [kairat.usmanov@ayu.edu.kz](mailto:kairat.usmanov@ayu.edu.kz)

Как известно одним из частных случаев функционально – дифференциальных уравнений является так называемые дифференциальные уравнения дробного порядка. Недавно в работе [1] было введено один из вариантов дробной производной, так называемая” конформабельная производная”.

В данной работе на отрезке  $[0, T]$  рассмотрим многоточечную краевую задачу для систем функционально - дифференциальных уравнении с конформабельной производной

$$T_\alpha x(t) + AT_\alpha x(\sigma(t)) = \int_0^t K_1(t, s)x(s)ds + \int_0^t K_2(t, s)\dot{x}(s)ds + f(t), \quad t \in [0, T], x \in R^n, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^m B_i x(\theta_i) = d, \quad d \in R^n, \quad (2)$$

$$0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{m-1} < \theta_m = T,$$

где  $0 < \alpha < 1$ , матрица  $K_1(t, s), K_2(t, s)$  непрерывны на  $[0, T] \times [0, T]$ ,  $n$ - мерная вектор-функция  $f(t)$  непрерывна на  $[0, T]$ ,  $A$  – некоторая симметричная,  $B_i, i = \overline{1, m}$  - постоянные матрицы, порядка  $n \times n$ .

Дифференциальные и функционально – дифференциальные уравнения с отклоняющими аргументами играют важную роль при исследовании задач медицины, биологии, экономики и т.д. Например, в работе [2] рассмотрена экономическая модель описывающая взаимосвязь между приростом населения и производством сельскохозяйственной продукции. Показано, что если рассмотреть в модели запаздывания с положительной дисперсией, то динамика экономики определяется системой интегродифференциальных уравнении с запаздыванием.

Некоторые из таких отклонении обладают свойствами  $\sigma: [0, T] \rightarrow [0, T]$  и  $\sigma^2(t) = \sigma(\sigma(t)) = t$ . Такие уравнения называют уравнениями со сдвигами Карлемана [3] или уравнениями с инволютивными преобразованиями. В уравнении (1) в качестве такого преобразования рассмотрено преобразование вида  $\alpha(t) = T - t$ . Свойства уравнении с инволютивными преобразованиями исследованы в работах [4-6].

Применяя к уравнению (1) свойства инволютивного преобразования и применяя интегрирования по частям к интегральному члену содержащую производную от искомой функции

$$\begin{aligned} \int_0^T K_2(t, s) \dot{x}(s) ds &= K_2(t, s) x(s) \Big|_0^T - \int_0^T \frac{\partial K_2(t, s)}{\partial s} x(s) ds \\ &= K_2(t, T) x(T) - K_2(t, 0) x(0) - \int_0^T \frac{\partial K_2(t, s)}{\partial s} x(s) ds. \end{aligned}$$

краевую задачу (1), (2) можно записат в виде

$$T_\alpha x(t) + AT_\alpha x(\sigma(t)) = \int_0^T K(t, s) x(s) ds + K_2(t, T) x(T) - K_2(t, 0) x(0) + f(t), \quad t \in [0, T], x \in R^n, \quad (3)$$

$$\sum_{i=1}^m B_i x(\theta_i) = d, \quad d \in R^n, \quad (4)$$

$$0 = \theta_0 < \theta_1 < \dots < \theta_{m-1} < \theta_m = T,$$

Далее к полученной краевой задаче (3), (4) применим метод параметризации предложенный профессором Д.Джумабаевым [7-8], т.е. рассматриваемый отрезок разбиваем на части, так чтобы точки нагружения подпадали под точки разбиения. Значения искомой функции в точках разбиения обозначаем через параметры. Используя данный параметр переходим к новым переменным. Переход к новым переменным, дает возможность получения начальных условий для исходного уравнения. Множество всех разбиении, при котором полученная задача Коши имеет единственное решение обозначим через  $\Delta_{m(l+1)}$ . Определяя единственное решение задачи Коши и подставляя полученное решение в краевые условия, получим систему линейных уравнении относительно введенных параметров. Тем самым, устанавливается взаимосвязь между обратимостью матрицы полученной системы линейных алгебраических уравнении и однозначной разрешимости исходной многоточечной краевой задачи. На основании метода параметризации устанавливается утверждение:

**Теорема.** Пусть матрица  $[1 - A^2]$  обратима. Тогда для однозначной разрешимости многоточечной краевой задачи (3), (4) необходимо и достаточно чтобы матрица  $Q_\alpha(l)$  была обратима при  $l \in \Delta_{m(l+1)}$ .

This research has been/was/is funded by the Science Committee of the Ministry of Education and Science of the Republic of Kazakhstan (Grant No. AP09259137)

### Список использованной литературы

1. R. Khalil, M. A. Horani, A. Yousef and M. Sababheh, A new definition of fractional derivative, *J. Comput. Appl. Math.* **264**, 65–70 (2014).
2. Ciano T.; Ferrara M.; Guerrini L. Qualitative analysis of a model of renewable resources and population with distributed delays. *Mathematics* 2022, 10(8), 1247; <https://doi.org/10.3390/math10081247>
3. Carleman T. La the'orie des e'quations inte'grales singulie' res et ses applications. *Annales de l'institut Henri Poincare'* 1932, 1, 401–430.
4. Przeworska-Rolewicz D. *Equations with Transformed Argument, An Algebraic Approach*, 1st ed.; Elsevier Scientific: Amsterdam, The Netherlands, 1973; ISBN 0-444-41078-3
5. Karapetians N.; Samko, S. *Equations with Involution Operators*, 1st ed.; World Birkha'user: Boston, MA, USA, 2001; ISBN 978-1-4612-0183-0.
6. Cabada A.; Tojo F.A.F. *Differential Equations with Involutions*, 1st ed.; Atlantis Press: Paris, France, 2015; ISBN 978-94-6239-120-8.
7. Джумабаев Д.С. Признаки однозначной разрешимости линейной краевой задачи для систем дифференциальных уравнений //Журнал вычисл. матем. и матем. физ. 1989. Т. 29. № 1. С. 50-66.
8. Dzhumabaev D. "Computational methods of solving the boundary value problems for the loaded differential and Fredholm integro-differential equations". *Mathematical Methods in the Applied Sciences*, 41:4 (2018), 1439-1462

## О СХОДИМОСТИ РАЗНОСТНЫХ СХЕМ ПОВЫШЕННОЙ ТОЧНОСТИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ИОННО-ЗВУКОВЫХ ВОЛН В ЗАМАГНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЕ

Утебаев Д. <sup>1</sup>, Нуруллаев Ж.А. <sup>2</sup>

<sup>1</sup> Каракалпакский государственный университет им. Бердаха, Нукус, Узбекистан

<sup>2</sup> Национальный университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: [dutebaev\\_56@mail.ru](mailto:dutebaev_56@mail.ru); [njusipbay@mail.ru](mailto:njusipbay@mail.ru)

Как известно, решение сложных прикладных задач требует к созданию более точных численных алгоритмов или совершенствованию существующих. Она проявляется особенно при исследовании сложных нестационарных уравнений соболевского типа. Такие уравнения появляются при решении задач геофизики, океанологии, физики атмосферы, физики полупроводников, физики магнитоупорядоченных структур, связанные с распространением волн в средах с сильной дисперсией и многие другие [1]–[3]. Например, уравнение ионно-звуковых волн в замагниченной плазме [3]

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \omega_B^2 \right) (\Delta_3 u - r_D^{-2} u) + \omega_p^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \Delta_3 u + \omega_p^2 \omega_B^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x_3^2} = f(x, t), \quad (1)$$

$$(x, t) \in Q_T = \Omega \cup \partial\Omega, \quad \Omega = \{x | x = (x_1, x_2, x_3), 0 < x_\alpha < l, \alpha = \overline{1,3}\},$$

относится к таким уравнениям. Начальные и краевые условия имеют вид:

$$\left. \frac{\partial^v}{\partial t^v} u(x, t) \right|_{t=0} = u_{0,v}, \quad v = \overline{0,3}, \quad x \in \overline{\Omega} = \Omega \cup \partial\Omega, \quad u(x, t)|_{\partial\Omega} = 0, \quad t \in (0, T]. \quad (2)$$

Аппроксимируя пространственные переменные в (1) методом конечных разностей или методом конечных элементов получаем абстрактную задачу Коши для уравнения четвертого порядка:

$$D \frac{d^4 u_h(t)}{dt^4} + B \frac{d^2 u_h(t)}{dt^2} + A u_h(t) = f_h(t), \quad \frac{d^k u_h}{dt^k}(0) = u_{1,k,h}, \quad k = \overline{0,3}, \quad (3)$$

где  $D$ ,  $B$  и  $A$  линейные постоянные, не зависящие от  $t$ , операторы из  $H \rightarrow H$ ,  $D^* = D > 0$ ,  $B^* = B \geq 0$ ,  $A^* = A > 0$ ;  $\forall t \geq 0$ ,  $u = u(t)$ ,  $f = f(t) \in H$  - гильбертово пространство. Далее для задачи (3) на основе метода конечных элементов построена многопараметрическая разностная схема

$$D_\eta \dot{y}_t - \eta \tau^2 A y^{(0.5)} - D \ddot{y}^{(0.5)} = \varphi_1,$$

$$D_\gamma y_t - D_\gamma \dot{y}^{(0.5)} + \eta \tau^2 D \ddot{y}_t = \varphi_2, \quad (4)$$

$$D_\alpha \dot{y}_t - D_\beta \ddot{y}^{(0.5)} - \eta \tau^2 A y^{(0.5)} = \varphi_3,$$

где  $D_m = D - m\tau^2 B$ ,  $m = \alpha, \beta, \gamma, \eta$ ,  $\varphi_i \approx f$ ,  $i = 1, 2, 3$ . Нетрудно проверить, что схема имеет четвертого порядка погрешности аппроксимации, т.е.  $\psi_1 = O(\tau^4)$ ,  $\psi_2 = O(\tau^4)$ ,  $\psi_3 = O(\tau^4)$ , если выполнены условия

$$\alpha - \beta = 1/12, \quad \eta = 1/12, \quad (5)$$

а  $\gamma$  - произвольная константа.

Начальные и краевые условия тоже имеют четвертый порядок аппроксимации. Методом энергетических неравенств доказана устойчивость построенной схемы (4). Для получения оценки точности используется специальная методика получения априорных оценок, так как классический подход к исследованию сходимости разностных схем, основанной на формуле Тейлора, предъявляет высокие требования к гладкости искомого решения. Поэтому, в последнее время получен ряд результатов по оценке скорости сходимости разностных схем для уравнений математической физики на основе леммы Брэмбла-Гильберта [4], [5].

Доказана следующая основная теорема.

**Теорема.** Пусть  $D^* = D > 0$ ,  $B^* = B \geq 0$ ,  $A^* = A > 0$ . Кроме того, пусть выполнены условия аппроксимации (5) и устойчивости  $D - \mu\tau^2 A \geq \varepsilon D$ ,  $\forall \varepsilon \in (0, 1)$ ,  $\mu = \max\{\alpha, \beta, \gamma, \eta\}$ . Тогда для решения схемы (4), аппроксимирующей решение задачи (1), (2) такого, что  $u(x, t), \frac{\partial u}{\partial t}(x, t) \in C\{[0, T]; W_2^{k+1}(\Omega)\}$ ,  $\frac{\partial^4 u}{\partial t^4}(x, t) \in C\{[0, T]; W_2^2(\Omega)\}$ , верна оценка точности:

$$\begin{aligned} & \|\dot{u}(x, t) - \dot{u}_h(x, t)\|_1 + \|u(x, t) - u_h(x, t)\|_1 + \int_0^t \|\ddot{u}(x, t') - \ddot{u}_h(x, t')\|_1 dt' + \int_0^t \|\dot{u}(x, t') - \dot{u}_h(x, t')\|_1 dt' \leq \\ & \leq M \left\{ h^k \left( \sqrt{\int_0^t \|u(x, t')\|_{k+1}^2 dt'} + \sqrt{\int_0^t \|\dot{u}(x, t')\|_{k+1}^2 dt'} \right) + \tau^3 \sqrt{\int_0^t \left\| \frac{\partial^4 u}{\partial t^4}(x, t') \right\|_2^2 dt'} \right\}, \quad \forall t \in [0, T], \end{aligned}$$

$$M = M(r_D, \omega) > 0.$$

Таким образом, в работе на основе метода конечных элементов построены и исследованы параметрические разностные схемы высокого порядка точности (4) для системы уравнений (3). Высокий порядок точности схемы достигается за счет специальной дискретизации временной и пространственных переменных. Кроме того, наличие параметров в схеме позволяют произвести регуляризацию схем с целью оптимизации алгоритма реализации и точности схемы. Получены, соответствующие априорные оценки и на их основе доказаны теоремы о скорости сходимости и точности построенных алгоритмов при слабых предположениях о гладкости решений исходной дифференциальной задачи. Предложен алгоритм реализации этих схем. Эти схемы имеют определенные преимущества перед другими схемами – схемы двухслойные, высокого порядка точности, кроме самого решения, одновременно находится и её производная (скорость) с той же точностью, используя некоторое интерполяционное представление при необходимости можно получить решение в любой момент времени. Кроме того, для достижения определенной точности позволяет выбрать большие шаги по времени и т. д.

На основе этих преимуществ можно исследовать и другие краевые задачи, в том числе, нелокальные краевые задачи. Кроме того эти результаты можно перенести к нагруженным уравнениям с локальными и нелокальными краевыми условиями.

### Список использованной литературы

1. Свешников А.Г., Альшин А.Б., Корпусов М.О., Плетнер Ю.Д. Линейные и нелинейные уравнения соболевского типа. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. – 736 с.
2. Габов С.А. Новые задачи математической теории волн. – М.: Наука, 1998. – 448 с.

3. Габов С.А., Свешников А.Г. Линейные задачи теории нестационарных внутренних волн. – М.: Наука, 1990. – 344 С
4. Самарский А.А., Лазаров Р.Д., Макаров В.Л. Разностные схемы для дифференциальных уравнений с обобщенными решениями. – М.: Наука, 1978. – 296 С.
5. Q Quarteroni A., Valli A. Numerical Approximation of Partial Differential Equations. –Berlin: Springer-Verlag, 1994. – 544 P.

## НЕЛОКАЛЬНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ИМПУЛЬСНОЙ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ С МАКСИМУМАМИ

Файзиев А.К.

*Ташкентский государственный университет имени И.А.Каримов, Ташкент, Узбекистан*

E-mail: [fayziyev.a@inbox.ru](mailto:fayziyev.a@inbox.ru)

Исследуется нелокальная краевая задача для системы обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка с импульсными эффектами и максимумами. Краевая задача задается интегральным условием. Используется метод последовательных приближений в сочетании с методом сжимающего отображения. Доказаны существование и единственность решения краевой задачи. Показана непрерывная зависимость решений от правой части граничного условия.

На отрезке  $[0, T]$  рассмотрим следующую систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений первого порядка

$$x'(t) = f \left( t, x(t), \int_0^T \Theta \left( t, s, \max \{ x(\tau) \mid \tau \in [\lambda_1 s; \lambda_2 s] \} \right) ds \right), \quad t \neq t_i, \quad i = 1, 2, \dots, p \quad (1)$$

с нелокальным граничным условием

$$Ax(0) + \int_0^T K(t, s)x(s) ds = B(t) \quad (2)$$

и нелинейными импульсными воздействиями

$$x(t_i^+) - x(t_i^-) = I_i(x(t_i)), \quad i = 1, 2, \dots, p, \quad (3)$$

где  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_p < t_{p+1} = T$ ,  $A \in R^{n \times n}$  заданные матрицы,  $K(t, s)$  дано  $n \times n$ - размерная

матричная функция и  $\det Q(t) \neq 0$ ,  $Q(t) = A + \int_0^T K(t, s)ds$ ,  $f : [0, T] \times R^n \times R^n \rightarrow R^n$ ,

$\Theta : [0, T]^2 \times R^n \rightarrow R^n$ ,  $I_i : R^n \rightarrow R^n$  заданные функции;  $0 < \lambda_1 < \lambda_2 < 1$ ,  $x(t_i^+) = \lim_{h \rightarrow 0^+} (x_i + h)$ ,

$x(t_i^-) = \lim_{h \rightarrow 0^-} (x_i - h)$  правосторонние и левосторонние пределы функции  $x(t)$  в точке  $t = t_i$

соответственно.

Через  $C([0, T]: R^n)$  будем обозначать пространство Банаха, которое состоит из непрерывных вектор-функций  $x(t)$ , определенных на отрезке  $[0, T]$ , со значениями в  $R^n$  и с нормой

$$\|x\| = \sqrt{\sum_{j=1}^n \max_{0 \leq t \leq T} |x_j(t)|}.$$

Через  $PC([0, T], R^n)$  обозначим линейное пространство

$$PC([0, T], R^n) = \left\{ x: [0, T] \rightarrow R^n; x(t) \in C((t_i, t_{i+1}], R^n), i = 1, \dots, p \right\},$$

причем  $x(t_i^+)$  и  $x(t_i^-)$ , ( $i = 0, 1, \dots, p$ ), существуют и конечны;  $x(t_i^-) = x(t_i)$ .

Обратите внимание, что линейное векторное пространство  $PC([0, T], R^n)$  является Банаховым пространством со следующей нормой

$$\|x\|_{PC} = \max \left\{ \|x\|_{C((t_i, t_{i+1}])}, i = 1, 2, \dots, p \right\}$$

**Формулировка проблемы.** Найти функцию  $x(t) \in PC([0, T], R^n)$ , которая при всех  $t \in [0, T]$ ,  $t \neq t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$  удовлетворяет интегро-дифференциальному уравнению (1), нелокальному интегральному условию (2) и при  $t = t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, p$ ,  $0 < t_1 < t_2 < \dots < t_p < T$  удовлетворяет нелинейному предельному условию (3).

### Список использованной литературы

1. Benchohra, M., Henderson, J. and Ntouyas, S. K., *Impulsive differential equations and inclusions*. Contemporary mathematics and its application. New York: Hindawi Publishing Corporation, 2006.
2. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems*, 2-nd ed. Berlin - Boston: Walter de Gruyter GmbH, 2016.
3. Yuldashev, T.K., Nonlocal mixed-value problem for a Boussinesq-type integrodifferential equation with degenerate kernel, *Ukrainian Mathematical Journal*, 2016, vol.68, no8, pp.1278–1296.
4. Yuldashev, T.K., Determination of the coefficient and boundary regime in boundary value problem for integro-differential equation with degenerate kernel, *Lobachevskii journal of mathematics*, 2017, vol.38, no.3, pp.547–553.
5. Yuldashev, T.K., Nonlocal boundary value problem for a nonlinear Fredholm integro-differential equation with degenerate kernel, *Differential equations*, 2018, vol.54, no.12, pp.1646–1653.
6. Yuldashev, T.K., Spectral features of the solving of a Fredholm homogeneous integro-differential equation with integral conditions and reflecting deviation, *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2019, vol.40, no.12, pp.2116–2123.
7. Халанай А., Векслер Д. Качественная теория импульсных систем. М.:Мир, 1971.309 с.
8. Perestyk N.A., Plotnikov V.A., Samoilenko A.M., Skripnik N.V. Differential equations with impulse effect: multivalued right-hand sides with discontinuities // DeGruyter Stud. Math. Berlin: Walter de Gruyter Co., 2011.V.40.
9. Samoilenko A.M., Perestyk N.A. Impulsive differential equations. Singapore: World Sci., 1995.
10. Benchohra, M., Henderson, J. and Ntouyas, S. K., *Impulsive differential equations and inclusions*. Contemporary mathematics and its application. New York: Hindawi Publishing Corporation, 2006.
11. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and fredholm boundary-value problems*, Utrecht: Brill, 2004.
12. Boichuk, A.A. and Samoilenko A.M., *Generalized inverse operators and Fredholm boundary-value problems*, 2-nd ed. Berlin - Boston: WalterdeGruyterGmbH, 2016.

## МНОГОМЕРНАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛО- И МАССООБМЕНА

Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А., Шакуликова А.Т., Лукпанова Л.Х.

КазНИТУ им.К.И.Сатпаева, Алматы, Казахстан

E-mail: [khairullin\\_42\\_42@mail.ru](mailto:khairullin_42_42@mail.ru)

Рассматривается краевая задача для интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ) тепло-и массообмена

$$L_k[u_k(x, t)] = \mu_k \int_0^t \Delta u_k(x, \tau) d\tau + f_k(x, t), k=1, 2 \quad (1)$$

в области  $Q_T \equiv \{(x', x_n, t): x' \in R^{n-1}, x_n \in R_+, t \in ]0, T[ \}$ ,

удовлетворяющей начальным условиям

$$u_k(x, 0) = 0 \quad (2)$$

граничным условиям:

$$\sum_{k=1}^2 a_k u_k(x, t)|_{x_n=0} = \varphi_1(x', t), (x', t) \in Q_T^{(1)} \equiv Q_T(x \setminus x_n), \quad (3)$$

$$\sum_{k_n=0}^m b_{k_n} \frac{\partial^{k_n} u_2(x, t)}{\partial x_n^{k_n}} \Big|_{x_n=0} = \varphi_2(x', t), m \geq 1, \quad (4)$$

где  $L_k \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_k \Delta$ ,  $\Delta$  – оператор Лапласа по переменной  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ ,  $a_k, b_{k_n}, \lambda_k, \mu_k$  – заданные постоянные, причем  $0 < \lambda_1 < \lambda_2$ ,  $\mu_k \geq 0$ ,  $b_m \neq 0, a_k \neq 0 (k = 1, 2)$ .

Решение задачи (1)- (4) ищется в виде [2]:

$$u_k(x, t) = -\psi_k * G_{x_n}^{(k)}[x, t] + f_k * H(x, t, \mu_k), k = 1, 2, \quad (5)$$

где \* - знак свертки,  $G^{(k)}(x, t) = \frac{2\lambda_k \exp\left[-\frac{|x|^2}{4\lambda_k t}\right]}{[2\sqrt{\pi\lambda_k t}]^n}$ ,  $G_{x_n}^{(k)}(x, t) = \frac{\partial G^{(k)}(x, t)}{\partial x_n}$ ,

$H(x, t, \mu_k)$  – функция Коши [1] для ИДУ (1). Справедлива

Лемма. Если функции  $\psi_2(x', t) \in G_{x', t}^{2k_n, k_n}(Q_T^{(1)})$  и  $f_2(x, t) \in C_{x_n}^{k_n}(Q_T)$ ,

то  $\lim_{x_n \rightarrow 0} \frac{\partial^{2k_n-1} u_2(x, t)}{\partial x_n^{2k_n-1}} = -\frac{1}{(\sqrt{\lambda_2})^{k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2] * G^{(2)}[x', 0, t] + f_{2x_n}^{(2k_n-1)} * H(x', \xi_n, t, \mu_2)$ ,  $k_n = \overline{1, \left[\frac{m}{2}\right]}$ ,

$$\lim_{x_n \rightarrow 0} \frac{\partial^{2k_n} u_2(x, t)}{\partial x_n^{2k_n}} = \frac{1}{(\sqrt{\lambda_2})^{k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2(x', t)] + f_{2x_n}^{(2k_n)} * H(x', \xi_n, t, \mu_2), \quad k_n = \overline{0, \left[\frac{m}{2}\right]}$$

Где  $F_2 \equiv \frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \Delta_{x'}$ ,  $\dots$ ,  $F_2^{k_n} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial t} - \lambda_2 \Delta_{x'}\right)^{k_n}$ .

Теперь, используя Лемму и подставляя функции  $u_k(x, t)$ , определяемые равенством (5), в граничные условия (3) и (4), получим СИДУ:

$$\begin{cases} \sum_{k=1}^2 a_k \psi_k(x', t) + \sum_{k=1}^2 a_k f_k * H(x', \xi_n, t, \mu_k) = \varphi_1(x', t), \\ \sum_{k_n=0}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \frac{b_{2k_n}}{(\sqrt{\lambda_k})^{2k_n}} F_2^{k_n}[\psi_2(x', t)] - \sum_{k_n=1}^{\left[\frac{m}{2}\right]} \frac{b_{2k_n-1}}{(\sqrt{\lambda_2})^{2k_n-1}} F_2^{k_n}[\psi_2] * G^2[x', 0, t] + \\ + \sum_{k_n=0}^m b_{k_n} f_{2x_n}^{(k_n)} * H(x', \xi_n, t, \mu_2) = \varphi_2(x', t). \end{cases} \quad (6)$$

Здесь  $\left[\frac{m}{2}\right] = \frac{m}{2}$  или

$\frac{m-1}{2}$  в зависимости от того, является  $m$  четным или нечетным числом.

Для упрощения системы (6), введем обратные операторы:

$$F_2^{-m}[\psi_2] = \psi_2 * \frac{t^{m-1}}{\Gamma(m)} G^2[x', t], F_2^{-\frac{1}{2}}[\psi_2] = \psi_2 * \frac{G^2[x', t]}{\sqrt{\pi t}}$$

и обозначая  $2k_n = k_n^{(1)}, 2k_n - 1 = k_n^{(2)}$  в системе (6), а затем исключая функцию  $\psi_2(x', t)$  получим интегральное уравнение Вольтерра-Фредгольма второго рода

$$\psi_1(x', t) + \psi_1 * K[x', t] = \Phi(x', t), \quad (7)$$

где ядро  $K(x', t)$  удовлетворяет оценке

$$|K(x', t)| \leq M(\sqrt{t})^{-n} \exp\left[-\delta \frac{|x'|^2}{t}\right], \quad (8)$$

$M, \delta$ - некоторые положительные постоянные, функция  $\Phi(x', t)$  зависит от функций  $\varphi_k(x', t), f_k(x', t), k = 1, 2$ .

На основании оценки (8) интегральное уравнение (7) можно решить методом последовательных приближений.

Итак, имеет место

Теорема. Если функции  $\psi_2(x', t) \in C_{x', t}^{2k_n, k_n}(Q_T^{(1)})$  и  $f_2(x, t) \in C_{x_n}^m(Q_T)$ , то существует решение  $u_k(x, t)$ , определяемое равенством (5).

### Список использованной литературы

1. Хайруллин Е.М., Халбаева Ж. Функция Коши для интегро-дифференциального уравнения параболического типа в многомерном пространстве. Материалы IV международной научной конференции «Актуальные проблемы механики и машиностроения», Алматы, 2014, т. III, с.311-316.
2. Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А., Шакуликова А.Т. Об одной граничной задаче тепло- и массообмена. Вестник КазНИТУ, 2019. - N4, с.510-516.

## РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ МКДФ С САМОСОГЛАСОВАННЫМ ИСТОЧНИКОМ В СЛУЧАЕ ДВИЖУЩИХСЯ СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ.

Хасанов А. Б<sup>1</sup>, Собиров Ш.К<sup>2</sup>.

<sup>1</sup>Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

<sup>2</sup>Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: [ahasanov2002@mail.ru](mailto:ahasanov2002@mail.ru); [shexzod1994@mail.ru](mailto:shexzod1994@mail.ru)

В данной работе исследуется нагруженное модифицированное уравнение Кортевега-де Фриза с источником, а именно рассматривается следующая система уравнений

$$\begin{cases} u_t + \beta(t)u(x_0, t)(6u^2u_x + u_{xxx}) + \alpha(t)u(x_1, t)u_x = \sum_{k=1}^{2N} (f_{k1}g_{k1} - f_{k2}g_{k2}), \\ L(t)f_k = \xi_k f_k, \quad L(t)g_k = \xi_k g_k, \quad k = 1, 2, \dots, 2N, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\beta(t)$  и  $\alpha(t)$  заданные непрерывно дифференцируемые функции при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x), \quad x \in R^1, \quad (2)$$

где начальная функция  $u_0(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) обладает следующими свойствами:

$$1) \quad \int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0(x)| dx < \infty; \quad (3)$$

$$2) \quad \text{Оператор } L(0) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u_0(x) \\ -u_0(x) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix} \text{ имеет ровно } 2N \text{ простых собственных значений}$$

$$\xi_1(0), \xi_2(0), \dots, \xi_{2N}(0).$$

В рассматриваемой задаче  $f_k = (f_{k1}, f_{k2})^T$  является собственной вектор-функцией оператора

$$L(t) = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x, t) \\ -u(x, t) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$$

соответствующий собственному значению  $\xi_k$ , а  $g_k = (g_{k1}, g_{k2})^T$  решение уравнения  $Lg_k = \xi_k g_k$ , для которой

$$W\{f_k, g_k\} \equiv f_{k1}g_{k2} - f_{k2}g_{k1} = \omega_k(t) \neq 0, \quad k = \overline{1, 2N}, \quad (4)$$

где  $\omega_k(t)$  - изначально заданные непрерывные функции  $t$ , удовлетворяющие условиям



$$\omega_n(t) = -\omega_k(t) \text{ при } \xi_n = -\xi_k, \operatorname{Re} \left\{ \int_0^t \omega_k(\tau) d\tau \right\} > -\operatorname{Im} \{ \xi_k(0) \}, \quad k = \overline{1, N} \quad (5)$$

при всех неотрицательных значениях  $t$ . Для определённости будем предполагать, что в сумме участвующей в правой части (1) сначала идут члены с  $\operatorname{Im} \xi_k > 0, k = \overline{1, N}$ .

Предположим, что функция  $u(x, t)$  обладает требуемой гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при  $x \rightarrow \pm\infty$ , т.е.

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \left( (1+|x|)|u(x, t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x, t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty, \quad k = 1, 2, 3. \quad (6)$$

**Основной целью работы является получение представлений для решения  $u(x, t), f_k, g_k, k = \overline{1, 2N}$ , задачи (1)-(6) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора  $L(t)$ .**

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

**Теорема.** Если функции  $u(x, t), f_k(x, t), g_k(x, t), k = \overline{1, N}$  являются решением задачи (1)–(6), то данные рассеяния оператора  $L(t)$  с потенциалом  $u(x, t)$  меняются по  $t$  следующим образом:

$$\begin{aligned} \frac{d\xi_n}{dt} &= i\omega_n(t), \quad n = \overline{1, N} \\ \frac{dC_n}{dt} &= [8i\xi_n^3 \beta(t)u(x_0, t) + ip_n(t)\omega_n(t) - 2i\xi_n \alpha(t)u(x_1, t)] C_n, \quad n = \overline{1, N} \\ \frac{dr^+}{dt} &= \left[ 8i\xi^3 \beta(t)u(x_0, t) + \sum_{k=1}^N i\omega_k(t) \left( \frac{1}{\xi + \xi_k} + \frac{1}{\xi - \xi_k} \right) - 2i\xi \alpha(t)u(x_1, t) \right] r^+, \quad (\operatorname{Im} \xi = 0), \end{aligned}$$

Полученные равенства полностью определяют эволюцию данных рассеяния, что позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1) – (6).

### Список использованной литературы

1. Gardner C. S., Greene I.M., Kruskal M.D., Miura R.M. Method for Solving the Korteweg-de Vries Equation // Phys. Rev. Lett. 1967, V.19, P. 1095-1097.
2. Wadati M. The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation. // J.Phys. Soc. Japan. 1972. V.32, P.1681.
3. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения. М.: Мир, 1988.
4. Хасанов А. Б., Хойтметов У. А. Интегрирование общего нагруженного уравнения Кортевега–де Фриза с интегральным источником в классе быстроубывающих комплекснозначных функций // Изв. вузов. Мат., 2021, № 7, С. 52–66.
5. Khasanov A.B, Hoitmetov U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // Bullet. IrkutskSt. Univ. Ser. Math. 2021, V. 38, P. 19–35.

## ПЕРИОДИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ МОДИФИЦИРОВАННОГО УРАВНЕНИЯ КОРТЕВЕГА-ДЕ ФРИЗА ВОЗНИКАЮЩЕГО В АРТЕРИАЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ.

**Хасанов М.М., Расулова С.И.**

*Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан*

E-mail: [hmuzaffar@mail.ru](mailto:hmuzaffar@mail.ru)

В работе [1] установлена полная интегрируемость модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (мКдФ), в классе быстроубывающих функций. В работах [2, 3] уравнение мКдФ исследована в классе конечнозонных функций.

В этой работе изучается периодические решения уравнения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза возникающего в артериальной механике

$$q_t = 6q^2 q_x - q_{xxx} + h(t)q_x, \quad t > 0, \quad x \in R. \quad (1)$$

Требуется найти решение  $q(x, t)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \quad q(x + \pi, t) \equiv q(x, t) \in C_x^3(t \geq 0) \cap C_t^1(t > 0), \quad (2)$$

где  $q_0(x)$  и  $h(t) \in C[0, \infty)$  заданные действительные функции. При изучении задачи (1)+(2) используется следующий оператор Дирака

$$L(t)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega(x, t)y = \lambda y, \quad x \in R, \quad (3)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x, t) = \begin{pmatrix} 0 & q(x, t) \\ q(x, t) & 0 \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1(x) \\ y_2(x) \end{pmatrix}.$$

Через  $s(x, \lambda, t) = (s_1(x, \lambda, t), s_2(x, \lambda, t))^T$  обозначена решение уравнения (3), удовлетворяющая начальным условиям  $s(0, \lambda, t) = (0, 1)^T$ .

Спектр оператора (3) состоит из следующего множества  $E = \bigcup_{n \in Z} [\lambda_{2n}, \lambda_{2n+1}]$ . Собственные значения  $\xi_n(t)$ ,  $n \in Z$  задачи Дирихле  $y_1(0) = 0$ ,  $y_1(\pi) = 0$  для системы (3) вместе со знаками  $\sigma_n(t) = \text{sign}\{s_2(\pi, \xi_n(t), t) - 1/s_2(\pi, \xi_n(t), t)\}$ ,  $n \in Z$  называются спектральными параметрами задачи (3).

**Теорема.** Пусть  $q(x, t)$  является решением задачи (1)+(2). Тогда спектр оператора Дирака с коэффициентом  $q(x + \tau, t)$  не зависит от  $\tau$  и  $t$ , а спектральные параметры  $\xi_n = \xi_n(\tau, t)$ ,  $n \in Z$  удовлетворяют системе Дубровина

$$\frac{\partial \xi_n}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi) \times \{-2\xi_n[q^2(\tau, t) + q_x(\tau, t)] - 4\xi_n^3 - h(t)\}, \quad n \in Z, \quad (4)$$

$$\text{где } h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n(\tau) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n(\tau))} \cdot \sqrt{\prod_{\substack{k=-\infty \\ k \neq n}}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n(\tau))(\lambda_{2k} - \xi_n(\tau))}{(\xi_k(\tau) - \xi_n(\tau))^2}}$$

$$\text{и } s_1(\pi, \lambda, t, \tau) = \pi(\xi_0 - \lambda) \prod_{k \neq 0} \frac{\xi_k - \lambda}{k}.$$

Знак  $\sigma_n(\tau, t) \equiv \pm 1$  меняется при каждом столкновении  $\xi_n(\tau, t)$  с границами своей лакуны  $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$ . Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \quad \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau), \quad n \in Z, \quad (5)$$

где  $\xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0(\tau)$ ,  $n \in Z$  - спектральные параметры оператора Дирака соответствующие коэффициенту  $q_0(x + \tau)$ .

Учитывая формулы следов

$$q(\tau, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi), \quad (6)$$

$$q^2(\tau, t) + q_x(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left( \frac{\lambda_{2k-1}^2 + \lambda_{2k}^2}{2} - \xi_k^2(\tau, t) \right)$$

систему (4) можно переписать в замкнутой форме.

**Следствие 1.** Эта теорема дает метод решения задачи (1)+(2). Для этого сначала найдем спектральные данные  $\lambda_n$ ,  $\xi_n^0(\tau)$ ,  $\sigma_n^0(\tau)$ ,  $n \in Z$ , соответствующие коэффициенту  $q_0(x + \tau)$ .

Далее, решая задачу Коши (4)+(5) находим  $\xi_n(\tau, t)$ ,  $n \in Z$ . После этого, по формуле  $q(\tau, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^{n-1} \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi)$ , определяем  $q(x, t)$ .

**Следствие 2.** Из результатов работы [4] следует, что если начальная функция  $q_0(x)$  является действительной аналитической функцией, то и решение  $q(x, t)$  является действительной аналитической функцией по  $x$ .

**Следствие 3.** Используя результаты работы [5], выводим, что если  $\pi/2$  является периодом начальной функции  $q_0(x)$ , то и решение  $q(x, t)$  является  $\pi/2$ -периодическим по  $x$ .

**Следствие 4.** Используя результаты работы [6], выводим, что если  $\pi/2$  является антипериодом начальной функции  $q_0(x)$ , то и решение  $q(x, t)$  является  $\pi/2$ -антипериодическим по  $x$ .

### Список использованной литературы

1. Wadati M. *The exact solution of the modified Korteweg-de Vries equation* // J. Phys. Soc. Japan. 1972. - V. 32. P. 1681.
2. Итс А.Р. *Точное интегрирование в римановых  $\theta$ -функциях нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза*. - Дисс. канд. физ.-мат. наук, Л.: ЛГУ, 1977.
3. Смирнов А.О. *Эллиптические решения нелинейного уравнения Шредингера и модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза* // Мат. сб., 1994. - Т. 185. N 8. - С. 103-114.
4. Хасанов А.Б., Ибрагимов А.М. *Об обратной задаче для оператора Дирака с периодическим потенциалом* // УзМЖ. 2001. - N 3-4. С. 48-55.
5. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. *Аналог обратной теоремы Г.Борга для оператора Дирака* // УзМЖ. 2000. - N 3. - С. 40-46.
6. Currie S., Roth T., Watson B. *Borg's periodicity theorems for first-order self-adjoint systems with complex potentials* // Proceedings of the Edinburgh mathematical society, 2017. - v. 60. - P. 615-633.

## СИСТЕМА ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ГИПЕРГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФУНКЦИИ $F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)$ И ЕЁ ЛИНЕЙНО НЕЗАВИСИМЫЕ РЕШЕНИЯ

<sup>1</sup>Хасанов А., <sup>2</sup>Мавлонов М.

<sup>1</sup>Институт математики им. В. И. Романовского, Ташкент, Узбекистан.

<sup>1</sup>Институт механики и сейсмостойкости сооружений им. М. Т. Уразбаева, Ташкент, Узбекистан.

<sup>2</sup>Термезский Государственный Университет, Термез, Узбекистан.

Email: [anvarhasanov@yahoo.com](mailto:anvarhasanov@yahoo.com); [mansurmavlonov2709@gmail.com](mailto:mansurmavlonov2709@gmail.com)

Рассмотрим следующую гипергеометрическую функцию второго порядка от четырех переменных [1-4]:

$$u(x, y, z, t) = F_{20}^{(4)} \left( \begin{matrix} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{matrix} x, y, z, t \right) = \sum_{m, n, p, q=0}^{\infty} \frac{(a_1)_{m+n+p} (a_2)_q (b_1)_{m+n} (b_2)_p (b_3)_q}{(c_1)_{m+q} (c_2)_n (c_3)_p} \times \frac{x^m y^n z^p t^q}{m! n! p! q!}, \left\{ \sqrt{|x|/(1-|z|)} + \sqrt{|y|/(1-|z|)} < 1, |z| < 1, |t| < 1, \right\} \quad (1)$$

где  $(a)_m = \Gamma(a+m)/\Gamma(a)$  символ Похгаммера [5],  $\Gamma(a)$  гамма-функция Эйлера  $a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$  постоянные параметры.

**Теорема 1.** Если  $a_1, a_2, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C}$ ,  $c_1, c_2, c_3 \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{Z}_0^-$  ( $\mathbb{Z}_0^- := \mathbb{Z}^- \cup \{0\} = \{0, -1, -2, \dots\}$ ) то гипергеометрическая функция (1) удовлетворяет следующую систему дифференциальных уравнений в частных производных

$$\left\{ \begin{array}{l} x(1-x)u_{xx} - 2xyu_{xy} - xzu_{xz} + tu_{xt} - y^2u_{yy} - yzu_{yz} + [c_1 - (a_1 + b_1 + 1)x]u_x - \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - (a_1 + b_1 + 1)yu_y - b_1zu_z - a_1b_1u = 0, \\ y(1-y)u_{yy} - x^2u_{xx} - 2xyu_{xy} - xzu_{xz} - yzu_{yz} - (a_1 + b_1 + 1)xu_x + [c_2 - (a_1 + b_1 + 1)y]u_y - \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad - b_1zu_z - a_1b_1u = 0, \\ z(1-z)u_{zz} - xzu_{xz} - yzu_{yz} - b_2xu_x - b_2yu_y + [c_3 - (a_1 + b_2 + 1)z]u_z - a_1b_2u = 0, \\ \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad t(1-t)u_{tt} + xu_{xt} + [c_1 - (a_2 + b_3 + 1)t]u_t - a_2b_3u = 0. \end{array} \right. \quad (2)$$

Для доказательства теоремы используется формула дифференцирования

$$\frac{\partial^{i+j+k+l}}{\partial x^i \partial y^j \partial z^k \partial t^l} F_{20}^{(4)} \left( \begin{array}{l} a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; \\ c_1, c_2, c_3; \end{array} x, y, z, t \right) = \frac{(a_1)_{i+j+k} (a_2)_l (b_1)_{i+j} (b_2)_k (b_3)_l}{(c_1)_{i+k} (c_2)_j (c_3)_k} \times F_{20}^{(4)} \left( \begin{array}{l} a_1 + i + j + k, a_2 + l, b_1 + i + j, b_2 + k, b_3 + l; \\ c_1 + i + k, c_2 + j, c_3 + k; \end{array} x, y, z, t \right). \quad (3)$$

**Теорема 2.** Если  $a_1, a_2, b_1, b_2, b_3 \in \square$ ,  $c_1 \in \square \setminus \square_0^-$ , и  $c_2, c_3 \neq 0, \pm 1, \pm 2, \dots$  то гипергеометрическая система дифференциальных уравнений в частных производных (2) имеет следующие линейно независимые решения

$$u_1(x, y, z, t) = F_{20}^{(4)}(a_1, a_2, b_1, b_2, b_3; c_1, c_2, c_3; x, y, z, t), \quad (4)$$

$$u_2(x, y, z, t) = y^{1-c_2} F_{20}^{(4)}(1-c_2+a_1, a_2, 1-c_2+b_1, b_2, b_3; c_1, 2-c_2, c_3; x, y, z, t), \quad (5)$$

$$u_3(x, y, z, t) = z^{1-c_3} F_{20}^{(4)}(1-c_3+a_1, a_2, b_1, 1-c_3+b_2, b_3; c_1, c_2, 2-c_3; x, y, z, t), \quad (6)$$

$$u_4(x, y, z, t) = y^{1-c_2} z^{1-c_3} F_{20}^{(4)}(2-c_2-c_3+a_1, a_2, 1-c_2+b_1, 1-c_3+b_2, b_3; c_1, 2-c_2, 2-c_3; x, y, z, t). \quad (7)$$

#### Список использованной литературы

- [1] H. Exton, Certain hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.) 13, 104–113, 1972.
- [2] H. Exton, Some integral representations and transformations of hypergeometric functions of four variables, Bull. Soc. Math. Greece (N.S.)14, 132–140, 1973.
- [3] H. Exton, Multiple hypergeometric functions and applications, Ellis Horwood Ltd., John Wiley and Sons, London, New York, Sydney, Toronto, 1976.
- [4] C. Sharma, C. L. Parihar, Hypergeometric functions of four variables (I), J. Indian Acad. Math. 11 (2), 99–115, 1989.
- [5] A. Erdélyi, W. Magnus, F. Oberhettinger and F. G. Tricomi, Higher Transcendental Functions, Vol. I, McGraw-Hill Book Company, New York, Toronto and London, 1953.

### ОБ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ПАРАБОЛО-ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ С ТРЕМЯ ЛИНИЯМИ ИЗМЕНЕНИЯ ТИПА, КОГДА НАГРУЖЕННАЯ ЧАСТЬ СОДЕРЖИТ ИНТЕГРАЛЬНЫЙ ОПЕРАТОР ДРОБНОГО ПОРЯДКА

<sup>1</sup>Холбеков Ж.А., <sup>2</sup>Мирзакулова М. Ю.

<sup>1</sup>Ташкентский государственный технический университет, г. Ташкент, Узбекистан

<sup>2</sup>Национальный Университет Узбекистана им. М. Улугбека, Ташкент, Узбекистан

E-mail: [xolbekovja@mail.ru](mailto:xolbekovja@mail.ru), [mirzakulova9904@gmail.com](mailto:mirzakulova9904@gmail.com)

Рассмотрим уравнение

$$0 = \begin{cases} u_{xx} - u_y - \mu_0 D_{0x}^{-\alpha_0} u(x, 0) & (x, y) \in \Omega_0, \\ u_{xx} - u_{yy} - \mu_1 D_{0\xi}^{-\alpha_1} u(\xi, 0), & (x, y) \in \Omega_1, \\ u_{xx} - u_{yy} - \mu_2 D_{0\eta}^{-\alpha_2} u(0, \eta), & (x, y) \in \Omega_2, \\ u_{xx} - u_{yy} - \mu_3 D_{0\zeta}^{-\alpha_3} u(1, \zeta), & (x, y) \in \Omega_3 \end{cases} \quad (1)$$

в области  $\Omega = \sum_{j=0}^3 \Omega_j \cup AB \cup BC \cup DA$ , а  $\xi = x + y$ ,  $\eta = y - x$ ;  $\zeta = x - y + 1$ , где  $\Omega_0$  – область, ограниченная отрезками  $AB, BC, CD, DA$  прямых  $y=0, x=1, y=1, x=0$  соответственно;  $\Omega_1$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $AB$  оси  $Ox$  и двумя характеристиками  $AN : x + y = 0, BN : x - y = 1$  уравнения (1), выходящими из точек  $A(0,0)$  и  $B(1,0)$ , пересекающимися в точке  $N(0,5; -0,5)$ ;  $\Omega_2$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $AD$  оси  $Oy$  и двумя характеристиками  $AK : x + y = 0, DK : y - x = 1$  уравнения (1), выходящими из точек  $A(0,0)$  и  $D(0,1)$ , пересекающимися в точке  $K(-0,5; 0,5)$ ;  $\Omega_3$  – характеристический треугольник, ограниченный отрезком  $BC$  и двумя характеристиками  $CM : x + y = 2, BM : y - x = 1$  уравнения (1), выходящими из точек  $B(1,0)$  и  $C(1,1)$ , пересекающимися в точке  $M(1,5; 0,5)$ . В уравнении (1)  $\alpha_j, \mu_j (j = \overline{0,3})$  – заданные действительные числа, причем

$$\mu_j \geq 0, \quad 0 \leq \alpha_j < 1, \quad (j = \overline{0,3}). \quad (2)$$

Здесь  $D_{kx^l}^c f(x)$  – оператор интегро-дифференцирования дробного порядка  $|c|$  в смысле Римана - Лиувилля :

$$D_{kx^l}^c f(x) = \begin{cases} \frac{\text{sgn}(x-k)^x}{\Gamma(-c)} \int_k^x f(t) |x^l - t^l|^{-c-1} dt^l, & c < 0, \\ f(x), & c = 0, \\ [\text{sgn}(x-k)]^{1+h} \left(\frac{d}{dx^l}\right)^{h+1} D_{kx^l}^{c-(h+1)} f(x), & c > 0, \end{cases}$$

где  $f(x), f^{(h)}(x) \in L_1(a, b)$ ,  $a < b < \infty$ ,  $l = \text{const} > 0$ ,  $h$  – целая часть  $c (c > 0)$ .

Введем обозначения:  $J_1 = \{(x, y) : 0 < x < 1, y = 0\}$ ,  $J_2 = \{(x, y) : 0 < y < 1, x = 0\}$ ,

$J_3 = \{(x, y) : 0 < y < 1, x = 1\}$ ,  $\Omega_1^* = \Omega_1 \cup AB \cup \Omega_0$ ,  $\Omega_2^* = \Omega_2 \cup AD \cup \Omega_0 \cup BC \cup \Omega_3$ ,

$W = \{u : u \in C(\bar{\Omega}), u_y \in C(\Omega_2^*) \cap C(\Omega_0 \cup AB) \cap C(\Omega_1 \cup AB),$

$u_x \in C(\Omega_1^*) \cap C(\Omega_0 \cup AD \cup BC) \cap C(\Omega_2 \cup AD) \cap C(\Omega_3 \cup BC)\}$ .

**Определение.** Решение уравнения (1) при  $y \neq 0, x \neq 0, x \neq 1$  будем называть регулярным, если функция  $u(x, y)$  обладает непрерывными производными, входящими в уравнение (1).

**Задача  $AT_c$ .** Найти регулярное решение уравнения (1) в области  $\Omega$  из класса  $W$ , удовлетворяющее краевым условиям

$$u(x, y)|_{NB} = \varphi_1(x), \quad 0,5 \leq x \leq 1, \quad u(x, y)|_{AK} = \varphi_2(y), \quad 0 \leq y \leq 0,5;$$

$$u(x, y)|_{MC} = \varphi_3(y), \quad 0,5 \leq y \leq 1,$$

а на линиях изменения типа условиям склеивания

$$u_y(x, -0) = a_1(x)u_y(x, +0) + b_1(x), \quad (x, 0) \in J_1,$$

$$u_x(-0, y) = a_2(y)u_x(+0, y) + b_2(y), \quad (0, y) \in J_2,$$

$$u_x(1-0, y) = a_3(y)u_x(1+0, y) + b_3(y), \quad (1, y) \in J_3,$$

где  $\varphi_j(t)$ ,  $a_j(t)$ ,  $b_j(t)$  ( $j = \overline{1,3}$ ) – заданные функции, причем  $\varphi_1(1) = 0$ ,  $\varphi_2(0) = 0$ ,

$$a_1(x), b_1(x) \in C(\overline{J_1}) \cap C^1(J_1), \quad a_1(x) > 0, \quad \forall x \in \overline{J_1}, \quad (3)$$

$$a_j(y), b_j(y) \in C(\overline{J_j}) \cap C^2(J_j), \quad a_j(y) \neq 0, \quad \forall y \in \overline{J_j}, \quad (j = 2, 3), \quad (4)$$

$$\varphi_1(t), \varphi_3(t) \in C^1[0,5;1] \cap C^2(0,5;1), \quad \varphi_2(y) \in C^1[0;0,5] \cap C^2(0;0,5). \quad (5)$$

Заметим, что задача типа задачи  $AT_c$  для уравнения (1) при  $\mu_j \equiv 0$  ( $j = \overline{0,3}$ ) изучены в работах [1-2], а при  $\mu_0 = 0$ ,  $\alpha_0 = 0$ ,  $\alpha_j \neq 0$ ,  $\mu_j \neq 0$  ( $j = \overline{1,3}$ ) в работе [3].

**Справлива следующая**

**Теорема.** Если выполнены условия (2)- (5), то в области  $\Omega$  существует единственное решение задачи  $AT_c$ .

Доказательство теоремы следует из теории интегральных уравнений Вольтерра второго рода.

#### Список использованной литературы

1. Эгамбердиев У. О некоторых краевых задачах для смешанного парабола - гиперболического уравнения с двумя линиями изменения типа. // В кн.: "Краевые задачи механики сплошных сред". Т.: Фан. 1982. С. 117-128.
2. Рахматуллаева Н.А. О аналоге задачи Трикоми для парабола-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Узбекский математический журнал. 2010. №1. С. 118-130.
3. Исломов Б. И., Холбеков Ж. А. Об одной нелокальной краевой задаче для нагруженного парабола-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа. // Вестн. Сам. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. 2021. 25, №3. С. 407–422

## ИНТЕГРИРОВАНИЕ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ХИРОТЫ В КЛАССЕ БЫСТРОУБЫВАЮЩИХ ФУНКЦИЙ

Хойтметов У.А.

Ургенчский государственный университет, Ургенч, Узбекистан

E-mail: [x\\_umid@mail.ru](mailto:x_umid@mail.ru)

В данной работе изучается уравнение Хироты с коэффициентами, зависящими от времени, а именно, рассмотрим следующее уравнение

$$iu_t + \beta(t)u(x_0, t) \left( u_{xx} + 2u|u|^2 \right) + i\gamma(t)u(x_1, t) \left( 6|u|^2 u_x + u_{xxx} \right) = 0, \quad (1)$$

где  $\beta(t), \gamma(t)$  - заданные непрерывно дифференцируемые функции. Уравнение (1) рассматривается при начальном условии

$$u(x, 0) = u_0(x) \quad (2)$$

где начальная функция  $u_0(x)$  ( $-\infty < x < \infty$ ) обладает следующими свойствами:

1)

$$\int_{-\infty}^{\infty} (1 + |x|) |u_0(x)| < \infty; \quad (3)$$

2) оператор  $L(t)|_{t=0} = i \begin{pmatrix} \frac{d}{dx} & -u(x,0) \\ -u^*(x,0) & -\frac{d}{dx} \end{pmatrix}$  в верхней полуплоскости комплексной

плоскости имеет ровно  $N$  собственных значений  $\lambda_1(0), \lambda_2(0), \dots, \lambda_N(0)$  с кратностями  $m_1(0), m_2(0), \dots, m_N(0)$ .

Пусть функция  $u(x,t)$  обладает требуемой гладкостью и достаточно быстро стремится к своим пределам при  $x \rightarrow \pm\infty$  т.ч.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left( (1+|x|)|u(x,t)| + \sum_{k=1}^3 \left| \frac{\partial^k u(x,t)}{\partial x^k} \right| \right) dx < \infty. \quad (4)$$

Основная цель данной работы – получить представления для решения  $u(x,t)$  задачи (1)-(4) в рамках метода обратной задачи рассеяния для оператора  $L(t)$ .

Основным результатом данной работы является следующая теорема.

**Теорема.** Если функция  $u(x,t)$  является решением задачи (1)-(4), то данные рассеяния оператора  $L(t)$  меняются по  $t$  следующим образом

$$\frac{dr^+}{dt} = (2i\lambda^2 P(u(x_0,t)) + 4i\lambda^3 Q(u(x_1,t)))r^+, \quad (\text{Im } \xi = 0); \quad m_n(t) = m_n(0), \quad \frac{d\xi_n}{dt} = 0,$$

$$\frac{d\chi_0^n}{dt} = (4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t)))\chi_0^n,$$

$$\frac{d\chi_1^n}{dt} = (4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t)))\chi_1^n + (8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t)))\chi_0^n,$$

$$\begin{aligned} \frac{d\chi_2^n}{dt} &= (4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t)))\chi_2^n + (8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t)))\chi_1^n \\ &+ (4iP(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n Q(u(x_1,t)))\chi_0^n, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{d\chi_l^n}{dt} &= (4i\lambda_n^2 P(u(x_0,t)) + 8i\lambda_n^3 Q(u(x_1,t)))\chi_l^n + (8i\lambda_n P(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n^2 Q(u(x_1,t)))\chi_{l-1}^n \\ &+ (4iP(u(x_0,t)) + 24i\lambda_n Q(u(x_1,t)))\chi_{l-2}^n + 8iQ(u(x_1,t))\chi_{l-3}^n, \quad n = \overline{1, N}, \quad l = \overline{3, m_n - 1}. \end{aligned}$$

Полученные равенства полностью определяют эволюцию данных рассеяния, что позволяет применить метод обратной задачи рассеяния для решения задачи (1)-(4).

**Пример.** Рассмотрим следующую задачу

$$iu_t + \alpha(t)u(x_0,t)(u_{xx} + 2u|u|^2) + i\beta(t)u(x_1,t)(u_{xxx} + 6|u|^2 u_x) = 0,$$

$$u(x,0) = -\frac{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i\xi_0 x}}{|\chi_0| \text{ch } 2(\eta_0 x - \varphi)},$$

$$\text{где } \lambda_0 = \xi_0 + i\eta_0, \quad \eta_0 > 0, \quad \frac{|\chi_0|^2}{4\eta_0^2} = e^{4\varphi}, \quad \alpha(t) = -\frac{|\chi_0| t \text{ch}(4\xi_0\eta_0 t^2 + (6\xi_0^2\eta_0 - 2\eta_0^3)t^2 - 2\varphi)}{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i((\xi_0^2 - \eta_0^2)t^2 + (\xi_0^2 - 3\xi_0\eta_0^2)t^3)},$$

$$\beta(t) = -\frac{|\chi_0| t^3 \text{ch}(2(\eta_0 - \varphi) + 4\xi_0\eta_0 t^2 + (6\xi_0^2\eta_0 - 2\eta_0^3)t^2)}{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i((\xi_0^2 - \eta_0^2)t^2 + (\xi_0^2 - 3\xi_0\eta_0^2)t^3 + \xi_0 x)}.$$

Решение данной задачи Коши имеет следующий вид:

$$u(x,t) = -\frac{2i\eta_0\chi_0^* e^{-2i((\xi_0^2 - \eta_0^2)t^2 + (\xi_0^2 - 3\xi_0\eta_0^2)t^3 + \xi_0 x}}{|\chi_0| \text{ch}(2\eta_0 x - 2\varphi + 4\xi_0\eta_0 t^2 + 2(3\xi_0^2\eta_0 - \eta_0^3)t^3)}.$$

### Список использованной литературы

1. Hirota R. Exact envelope-soliton solutions of a nonlinear wave equation // J. Math. Phys., 1973, 14, 805–809.
2. Абловиц М., Сигур Х. Солитоны и метод обратной задачи. М.: Мир, 1987 -479 с.
3. Хасанов А.Б. Об обратной задаче теории рассеяния для системы двух несамосопряженных дифференциальных уравнений первого порядка // ДАН СССР, 1984, Т.277, № 3, 559-562.
4. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их приложения // Дифф. ур. 1983, Т. 19, №1, С.86-94.
5. Khasanov A.B., Noitmetov U.A. On integration of the loaded mKdV equation in the class of rapidly decreasing functions // Известия Иркутского государственного университета. Серия Математика, 2021, 38, 19–35

### О ЗАДАЧЕ СО СМЕЩЕНИЕМ ДЛЯ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИ НАГРУЖЕННОГО УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛО-ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА

Хубиев К. У.

ИПМА КБНЦ РАН, Нальчик, Россия

E-mail: [khubiev\\_math@mail.ru](mailto:khubiev_math@mail.ru)

В данном докладе рассматривается модельное характеристически нагруженное [1], [2] уравнение гиперболо-параболического типа второго порядка

$$\begin{cases} u_{xx} - u_y = \lambda u(x, 0), & y > 0, \\ u_{xx} - u_{yy} = \mu u_{xx}(x - y, 0), & y < 0, \end{cases} \quad (1)$$

в области  $\Omega$ , ограниченной отрезками прямых  $x=0$ ,  $x=1$ ,  $y=h > 0$  при  $y > 0$  и характеристиками  $x+y=0$ ,  $x-y=1$  уравнения (1) при  $y < 0$ ,  $\lambda, \mu$  - заданные постоянные.

Пусть  $\Omega^+$  и  $\Omega^-$  - параболическая и гиперболическая части смешанной области  $\Omega$  соответственно. Под *регулярным решением* уравнения (1) в области  $\Omega$  назовем функцию  $u(x, y)$  из класса  $C(\bar{\Omega}) \cap C^1(\Omega) \cap C^2(\Omega^-) \cap C_x^2(\Omega^+)$ , удовлетворяющую уравнению (1) в  $\Omega^+ \cup \Omega^-$ , такую, что  $u_y(x, 0)$  может обращаться в бесконечность порядка меньше единицы в точках  $(0, 0)$  и  $(1, 0)$ .

Через  $\theta_0(x) = \left(\frac{x}{2}, -\frac{x}{2}\right)$ ,  $\theta_1(x) = \left(\frac{x+1}{2}, \frac{x-1}{2}\right)$  обозначим точки пересечения характеристик уравнения (1), выходящих из точки  $(x, 0)$  с характеристиками  $x+y=0$  и  $x-y=1$  соответственно.

Для уравнения (1) рассмотрим следующие задачи.

**Задача N<sub>1</sub>.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям

$$\begin{aligned} u(0, y) = \varphi_0(y), \quad u(1, y) = \varphi_1(y), \quad 0 \leq y \leq h, \\ \alpha u[\theta_0(x)] + \beta u[\theta_1(x)] = \psi_1(x), \quad 0 \leq x \leq 1, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_1(x)$  - заданные достаточно гладкие функции,  $\alpha, \beta$  - заданные постоянные, причем  $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ .

**Задача N<sub>2</sub>.** Найти регулярное в области  $\Omega$  решение  $u(x, y)$  уравнения (1), удовлетворяющее условиям (2) и условию

$$\alpha \frac{d}{dx} u[\theta_0(x)] + \beta \frac{d}{dx} u[\theta_1(x)] = \psi_2(x), \quad 0 < x < 1,$$

где  $\varphi_0(y), \varphi_1(y), \psi_2(x)$  - заданные достаточно гладкие функции,  $\alpha, \beta$  - заданные постоянные, причем  $\alpha^2 + \beta^2 \neq 0$ .



Найдены условия на  $\alpha, \beta, \lambda, \mu$ , при которых задачи  $N_1$  и  $N_2$  имеют единственное решение.

### Список использованной литературы

1. Нахушев А.М. Нагруженные уравнения и их применение. М.: Наука, 2012. 232 с.
2. Дженалиев М.Т., Рамазанов М.И. Нагруженные уравнения как возмущения дифференциальных уравнений. Алматы: ФЫЛЫМ, 2010. 334 с.

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ВТОРОГО РЕГУЛЯРИЗОВАННОГО СЛЕДА ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИРАКА МЕТОДОМ ЛАКСА

Яхшимуратов А.Б.<sup>1</sup>, Матёкубов О.М.<sup>2</sup>, Хусайнов И.И.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ургенчский филиал Ташкентского Университета Информационных Технологий имени Мухаммада Аль-Хорезми, г. Ургенч, Республика Узбекистан

<sup>2</sup>Ургенчский государственный университет, г. Ургенч, Республика Узбекистан

E-mail: [albaron@mail.ru](mailto:albaron@mail.ru), [ollabergan2021@mail.ru](mailto:ollabergan2021@mail.ru), [islom\\_xusainov@mail.ru](mailto:islom_xusainov@mail.ru)

В 1953 году И.М.Гельфандом и Б.М.Левитаном [1] была получена формула для суммы разностей собственных значений двух регулярных операторов Штурма-Лиувилля. Вскоре после этого, Л.А.Дикий [2, 3] предложил другой метод, с помощью которого ему удалось дать рекуррентные формулы для вычисления регуляризованных следов всех степеней оператора Штурма-Лиувилля. Следующий важный шаг был сделан В.Б.Лидским и В.А.Садовничим [4]. Затем аналогичная задача была решена в работе Э.Абдукадирова [5] в случае оператора Дирака. В работе [6] П.Д.Лакса формула первого регуляризованного следа выведена методом деформации потенциала для оператора Штурма-Лиувилля. Применяя метод, предложенный П.Д.Лаксом, в работах [7, 8] получена формула регуляризованного первого следа в случае оператора Дирака. Следует отметить подробный обзор В.А.Садовничего и В.Е.Подольского, посвященный формулам следов [9].

В этой работе методом П.Д.Лакса вычислен второй регуляризованный след для системы Дирака с самосопряженным граничным условием.

Рассмотрим следующую систему Дирака

$$Ly \equiv \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1' \\ y_2' \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p(x) & q(x) \\ q(x) & -p(x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}, \quad x \in [0, \pi] \quad (1)$$

с граничными условиями

$$y_1(0) \cos \alpha + y_2(0) \sin \alpha = 0, \quad y_1(\pi) \cos \beta + y_2(\pi) \sin \beta = 0. \quad (2)$$

Здесь  $p(x), q(x) \in C^1[0, \pi]$  действительные функции.

Обозначим через  $\lambda_n$ ,  $n \in \mathbb{Z}$  собственные значения задачи (1)+(2). Собственные значения задачи (1)+(2) действительные, простые, и для них выполняется асимптотическая формула

$$\lambda_n = n + \frac{\beta - \alpha}{\pi} + \frac{\gamma_n}{n}, \quad \{\gamma_n\} \in l_2.$$

Отсюда получим, что

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi} \right) < \infty. \quad (3)$$

Сумма ряда (3) называется первым регуляризованным следом задачи (1)+(2). В работе [8] получена следующая формула для первого регуляризованного следа

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left( \lambda_n - n - \frac{\beta - \alpha}{\pi} \right) = -\frac{1}{2} [p(0) \cos 2\alpha + q(0) \sin 2\alpha + p(\pi) \cos 2\beta + q(\pi) \sin 2\beta].$$

В этой работе доказана следующая теорема методом деформации потенциала.

**Теорема.** Для собственных значений задачи (1)+(2) имеет место следующая вторая формула регуляризованных следов

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ \lambda_n^2 - \left( n + \frac{\beta - \alpha}{\pi} \right)^2 - \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} [p^2(x) + q^2(x)] dx \right\} =$$

$$= -\frac{2(\beta - \alpha)}{\pi} [p(0) \cos 2\alpha + q(0) \sin 2\alpha + p(\pi) \cos 2\beta + q(\pi) \sin 2\beta] -$$

$$-\frac{1}{2} [p'(0) \sin 2\alpha - q'(0) \cos 2\alpha + p'(\pi) \sin 2\beta - q'(\pi) \cos 2\beta].$$

### Список использованной литературы

1. Гельфанд И.М., Левитан Б.М. Об одном простом тождестве для собственных значений дифференциального оператора второго порядка // ДАН СССР, 1953. - т. 88. - N 4. - С. 953-956.
2. Дикий Л.А. Дзета-функция обыкновенного дифференциального уравнения на конечном отрезке // Изв. АН СССР, сер. Матем., 1955. - т. 19. - N 4. - С. 187-200.
3. Дикий Л.А. Формулы следов для дифференциальных операторов Штурма-Лиувилля // УМН, 1958. - т. 13. - N 3. - С. 111-143.
4. Лидский В.Б., Садовничий В.А. Регуляризованные суммы корней одного класса целых функций // Функц. анализ и его прил., 1967. - т. 1. - N 2. - С. 52-59.
5. Абдукадыров Э. Вычисление регуляризованного следа для системы Дирака // Вест. Моск. ун-та, сер. мат. мех., 1967. - N 4. - С. 17-24.
6. Lax P.D. Trace formulas for the Schrodinger operator // Comm. Pure and Appl. Math., 1994. - v. 47. - N 4. - P. 503-512.
7. Яхшимуратов А.Б. Вычисление регуляризованного следа для оператора Дирака методом П.Д.Лакса // УзМЖ, 1998. - N 6. - С. 76-80.
8. Хасанов А.Б., Яхшимуратов А.Б. Об одном способе вычисления регуляризованного следа для оператора Дирака // УзМЖ, 1999. - N 4. - С. 77-82.
9. Садовничий В.А., Подольский В.Е. Следы операторов // УМН, 2006. - т. 61. - вып. 5(371). - С. 89-156.

**USING THE CAPABILITIES OF SPECIAL COMPUTER  
PROGRAMS IN TEACHING PERCENTAGES**

**Orazgaliyeva M.A.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [miraoma@mail.ru](mailto:miraoma@mail.ru)

Modern computer technologies offer great opportunities for the development of the educational process. Today, drawings, tables and drawings are available in very good quality. Today, information technologies can serve as a means of cognition in lessons in various classes, they contribute to the development of motivation, communication abilities, skills formation and open the way to the development of information literacy. Multimedia affects human nature even more. Obviously, a computer cannot emphasize a person's place, their reciprocity. It can only support their desire for access to new resources and is convenient for use in educational situations.

Multimedia such as slide, presentation, video clip or video presentation have been available for many years. Today, a computer can create conditions for full-fledged processing of materials, which is convenient for classes. The use of visual teaching aids in the classroom has an impact on the observation, attention, attention, thinking and speech of students. The greatest opportunities in this direction are provided by modern computer technologies.

In comparison with simple technical means, computer technology training not only provides the lesson with a large pre-selected volume of ready-made materials, but also allows you to develop students intellectually and creatively.

The use of computer technologies in school is directly related to how they were introduced into the educational process at the beginning. In general, at school, this event can be held in the following stages: creating a media library on mathematics at school. Distribution of disks to schoolchildren, which can be used as a reference tool on the subject.

Determining the content of the lesson by considering ready-made samples of lessons, which are currently considered the most numerous. Of course, it is desirable that the media library be located in a mathematics room equipped with a computer and a multimedia projector[1].

The conclusion here is as follows: no matter how difficult and boring the topic of the lesson is, it will be interesting for the student if the material is presented on the screen in color and using sound capabilities. Master the technology of preparing slides with rollers for the lesson by the teacher. Of course, the simplest for him is the PowerPoint environment. If you have experience, making a presentation for the lesson is very easy, very convenient. Even if the teacher is free from drawing a special drawing for the lesson, this will save time, and then showing the drawing from the screen will have a different effect on the student than the drawing drawn with chalk on the blackboard. Such a drawing will be large, straight, beautiful and clear. It is better to explain the lesson with such drawings. It is also very convenient to use animated slides to explain the lesson. Highlighting which element or object needs to be paid attention to, displaying the necessary information after a predetermined time is a great help to the teacher. When writing a mathematical dictation, you can add sound [2]. Information technologies and special programs can be used in mathematics lessons in the following cases:

-- To present the topic. The topic of the lesson is shown on the slide and the key stages of the analyzed problems are briefly described.

-In addition to the materials explained by the teacher. Usually, each teacher, for their own convenience, prepares multimedia abstracts on a specific lesson, which includes a short text, basic formulas, drawings, drawings, and video frames. When explaining a new topic using video clips, you can show the main points of the topic. Certain definitions and drawings appear on the screen,

and students can copy them into their notebooks, and a large amount of materials is provided, even if the teacher does not spend time repeating them. The demonstration of such videos (in this case, writing a synopsis on this topic) is carried out through a single computer.

As an information and teaching tool. The main emphasis in learning is now left to the child himself, the main activity of searching and processing information. In this case, the teacher acts as an organizer of the educational process, a leader in the independent activities of students, helping and supporting them. The use of computer testing to control Knowledge increases the effectiveness of the educational process, activates the cognitive activity of the student.

The combined use of multimedia presentations and workbooks should be the focus of attention. The subject of percentages is considered one of the most complex topics in mathematics. Most students are very bored when they write reports on the topic "percentage". And knowledge of the concept of "percentage" and the ability to solve related problems is absolutely necessary not only in mathematics, but also in everyday life. The Applied Value of "percentage" also deals with the economic, financial, demographic, and other aspects of everyday life.

In the lessons of using ICT on percentage topics, as in other lessons, the teacher will have to solve the following tasks: - didactic (preparation of educational material of the lesson, analysis of the computer program); - methodological (determination of methods of using ICT in the assignment of the topic, analysis of the results of the lesson, setting the following educational goals); - organizational (organization of work in such a way as to avoid overloading the student and inefficient spending of time); - training (strengthening and consolidating students' knowledge on the topic under consideration and skills and abilities in the proposed program).

The effectiveness of classes largely depends on the safety and optimal order of use of technical training tools.

Therefore, it is necessary to take into account the duration of the use of technical means. The combination of information technologies and innovative pedagogical methods will improve the quality and effectiveness of Education, improving the compliance of the education system with the level and features of the development of students, which is one of the main principles of state policy in the field of education.

### **References**

1. Kervenev K. Kosybayeva U. A. Application of teaching computer programs to develop students' knowledge and skills in algebra. - Almaty.-2012. pp. 357-362.
2. Bidosov E. Method of teaching mathematics. Almaty. Mektep, 2010.

### **THEORETICAL FOUNDATIONS OF USING THE POSSIBILITIES OF INFORMATION TECHNOLOGIES IN MATHEMATICS LESSONS**

**Orazgaliyeva M.A., Zhaksylyk M.G.**

*Karaganda university named after academician E. A. Buketov, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [miraoma@mail.ru](mailto:miraoma@mail.ru)

The purpose of using a computer in a math lesson is to develop an interdisciplinary relationship between mathematics and computer science, develop computer literacy, and develop the student's self-study skills in the classroom. The use of ICT in mathematics lessons allows the teacher to save time on teaching materials due to visibility, test students' knowledge in an interactive mode, develop intelligence, and improve the student's information culture.

The concept of using information technologies means using various computer programs and technical means and making them as effective as possible for use. Multimedia technologies can be considered as an explanatory and illustrative method of teaching, which is used to convey educational material to students through the use of vision and to make their perception more productive. The use of multimedia technologies in the classroom does not radically change the structure of the lesson. In the structure of the lesson, all the main stages are preserved for a long

time, only their description changes over time. It should be noted that in this case, the motivation period increases and becomes cognitive.

This is a necessary condition for the result of learning, because imagination is essential for the creative activity of the student in order to replenish knowledge. Structural convergence of a multimedia presentation with the use of hypertext links develops consistency and the ability to analyze. Thus, the multimedia presentation effectively and effectively corresponds to the didactic purpose of the lesson. In mathematics lessons, you can consider two types of ICT applications:

- multimedia illustrations;
- use the ability of multimedia tools for interactive communication.

When analyzing the basics of the theory of information technology in mathematics lessons, of course, along with the requirements for any subject, subject features should be taken into account.

Computer technologies provide the following opportunities: to gain time in more intensive learning, to make the lesson attractive and diverse, visual, to involve all students in the learning process, to introduce innovations using computer technology, to develop creative abilities and skills of independent work of students.

Сегодня, как показывает практика, при правильно подобранном виде и умении использовать набор информационных технологий, можно достичь необходимого уровня качества обучения.

### References

1. Tazhigulova G. O., Malibekova M. S. Theory of information technologies. Training manual. Karaganda: Karsu, 2002. - 183 P.
2. Bertiskanova K. T., Kosybayeva U. A. Organization of project activities of students in Mathematics. - Karaganda -2012. P. 6-7.

## THE USE OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES IN THE EDUCATIONAL PROCESS

<sup>1</sup>Seitimbetova A.B., <sup>2</sup>Issayeva A.K.

*Karaganda University named after Academician E.A. Buketov, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail:<sup>1</sup>s\_b\_aigerim@mail.ru <sup>2</sup>[isa\\_aiga@mail.ru](mailto:isa_aiga@mail.ru)

Training, education and development of the new generation is carried out in an information-rich environment. Information technologies dictate new requirements for the professional and pedagogical qualities of a teacher, for the methodological and organizational aspects of using information and communication technologies in teaching. Today, any teacher has at his disposal numerous opportunities for using ICT tools in the learning process - this is information from the Internet, electronic textbooks, dictionaries and reference books, presentations, programs, various types of communication - chats, forums, blogs, e-mail, teleconferences, webinars and much more. Thanks to this, the content of training is updated, there is a rapid exchange of information between participants in the educational process. At the same time, the teacher not only educates, develops and educates the child, but with the introduction of new technologies, he receives a powerful incentive for self-education, professional growth and creative development. In addition, the use of ICT in teaching helps the teacher to solve such didactic tasks as:

- the formation of sustainable motivation;
- activation of mental abilities of students;
- involvement of passive students in the work;
- increasing the intensity of the educational process;
- ensuring live communication with representatives of other countries and cultures;
- providing the educational process with modern materials;
- accustoming students to independent work with various sources of information;
- implementation of a student-oriented and differentiated approach to learning;

- activation of the learning process, the possibility of involving students in research activities;
- ensuring the flexibility of the learning process.

In pedagogical practice, there is the following classification of ICT tools according to the field of methodological purpose.

In modern conditions, it is not enough for a teacher to be only a user, it is necessary to talk about increasing the competence of a teacher in the field of ICT, which is his professional characteristic, a component of pedagogical skills. In pedagogical practice, a two-level model of information and communication competence of a teacher is proposed:

1) the level of functional literacy (preparedness for activities): - possession of computer programs for processing text, numerical, graphic, sound, video information; - Ability to work on the Internet, use its services; - the ability to use equipment such as a scanner, printer, etc.

2) activity level (realized activity) - the effective and systematic use of functional ICT literacy in educational activities to achieve high results. The activity level can be divided into sublevels: - implementation - the inclusion in the educational activities of specialized media resources developed in accordance with the requirements for the content and methodology of a particular academic subject; - creative — development of own electronic means of educational purposes.

It is the activity level (realized activity) that can lead to qualitative changes in the results of the education system. How to bring a teacher from the level of functional literacy to the activity level? Increasing the information and communication competence of teachers must be implemented within the framework of a single educational institution. There are various projects, advanced training courses, thanks to which teachers can learn how to use information technology in their professional activities. An important role is played by the methodological support of the use of ICT, the generalization and dissemination of pedagogical experience in the field of the use of ICT (conducting seminars, master classes, webinars, etc.). A necessary condition for the effective and systematic use of functional literacy in the field of ICT in educational activities to achieve high results is the internal motivation, the need and readiness of the teacher to conduct lessons using ICT, the conscious transfer of the received theoretical knowledge and practical skills into practical pedagogical activity, the use of ready-made multimedia programs in the educational process, educational resources of the Internet, communication in online communities, the use of social services, the creation and use in the educational process of their own simplest and available software products, educational sites. The use of modern ICT tools in all forms of education can also lead to a number of negative consequences, including a number of negative factors of a psychological and pedagogical nature and a range of factors of the negative impact of ICT tools on the physiological state and health of the student. Most often, one of the advantages of learning using ICT tools is the individualization of learning. However, along with the advantages, there are also major disadvantages associated with total individualization. Individualization curtails the already deficient in the educational process live dialogic communication between the participants in the educational process - the teacher and students, students among themselves - and offers them a surrogate for communication in the form of a “dialogue with a computer”. In the educational process, a modern student has to deal with a huge amount of various educational information. As a result, there is information overload and emotional excitement, which is dangerous for the mental and physical health of the student. The use of information resources published on the Internet often leads to negative consequences. The use of information and communication technologies in education entails many questions that need to be addressed so that the formation of information competence of all participants in the educational process is not painful and thorny, but creative, purposeful and productive. At the same time, one should not forget that computer technology is only a tool that will never replace the living word of a teacher. Today, a modern teacher works with the younger generation, prepares him for life in a new society, which means that he himself must keep up with the times. The degree of success of teachers in mastering new technologies and methods depends to a greater extent on the devotion to the profession, the desire to learn new things, and the interest in self-education.

## References

1. Babich I. N. New educational technologies in the age of information / Proceedings of the XIV International Conference "Application of new technologies in education". - Troitsk: Foundation for New Technologies in Education "Baitik". - 2009. - p. 68–70.
2. Abramov A. G., Bulgakov M. V., Ivannikov A. D., Sigalov A. V. Federal portal "Information and communication technologies in education": five years in the educational Runet // Journal "Distance virtual learning", 2009. No. 3, pp. 14–30.
3. Kuznetsov A. A., Henner E. K., Imakaev V. R. et al. "Information and communication competence of a modern teacher". — Informatics and education. 2010. № 4.
4. Zakharova IG Information technologies in education. - M.: Publishing Center "Academy", 2010. - 192 p.

## SIGNIFICANCE AND ROLE OF DISTANCE EDUCATION

**Seitimbetova A.B., Shegebaeva G.E.**

*Karaganda University named after Academician E.A. Buketov, Karaganda, Kazakhstan*

*School gymnasium named after Abai, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: s\_b\_aigerim@mail.ru, Shegebaeva.gaukhar@yandex.ru

Currently, new information technologies are widely used in the education system in Kazakhstan. The use of information technologies and new methods of education through the computer network is expanding. The most important factor in the use of new information technologies in the education system is the main driving force - the person, therefore the basic principles of education must be implemented. In this regard, necessary conditions should be created for the development of the creative potential of a person. The concept of "new communication technologies in the field of education" arises from computer technology and electronic reference systems and people's constant search for new teaching methods. The method of teaching it is changing according to the requirements of time. Nowadays, innovative teaching is widely used in didactics. Innovation is the diffusion and creation of news. The main trend of modern pedagogy was to find a didactic way and means to turn teaching into an industrial-technological process. This search led to the concept of "pedagogical technology". We know that in the 21st century, information systems are flourishing and developing in space, information resources are the main means of development of industry and environment. Smart life is entering a new phase of development, which requires a gradual transition to the creation of new smart learning technology. Transitioning to new learning technology takes a long time. Computer technology, entering the educational environment, leads to the use of tools and methods to improve the teaching process. In terms of services in the area of basic basic education, distance learning opportunities are also being supported by the government. The use of this technology is helping to quickly inform rural areas as well. One of the new methods used in the learning process is the distance learning method.

Distance learning is a form of education using informational tools and scientifically based methods. Distance learning has two components: learning management and self-directed learning.

Education of students will not increase if teachers are not prepared and organized in advance, if software is not provided. Because in order to improve the student's education and progress, we need to improve the teacher's qualification. Distance education improves the qualification of the teacher, forms independent learning of the student, changes the attitude of parents towards new technology.

Advantages of distance education in improving the qualifications of teachers:

- economic, total cost of training will decrease by 40%;
- commercial, distance learning, technology and its application, the demand for which is growing day by day;
- pedagogical, teaching is motivational, interactive, technological and individual;
- ergonomic, remote students and teachers have the ability to set a schedule of time that is convenient for them to work;
- the number of professions of teachers and listeners communicating through communicative, electronic networks is increasing.

Although information technology is well developed, it is not considered the main means of education. For this, it is necessary to make changes in the curriculum and teaching methods. The use of new technology requires a lot of preparation time for teachers. It is necessary for every teacher to search, create creative work, get acquainted with advanced practices of far and near foreign countries and apply them in everyday life.

This teaching tool is so powerful that it exchanges new types of teaching and teaching methods with other colleges. The college has the opportunity to teach the subject of telecommunications. There are not enough methodological complex, necessary programs for teachers and students, textbooks and aids in the Kazakh language. Some subject teachers have used the Internet little or not at all. Although colleges are equipped with new information technologies, there are not enough courses to improve the knowledge of teachers on this topic, that is, to prepare teachers. In addition to general education, studying the experience of advanced countries, improving one's own knowledge, innovation, best practice, learning computer communication is the professional duty and necessary duty of every subject teacher. Although all the tools are sufficient, if the education of the subject teacher is low, the students' knowledge of telecommunications will decrease, which will affect the development of the telecommunications environment in Kazakhstan in the future.

### References

1. Magazine "Informatics and Education". - 2006. - No. 7. - B. 41-45.
2. Magazine "Informatics and Education". - 2006. - No. 2. - B. 49-57.
3. A collection of scientific articles of the IV International Forum of Educational Informatization in Kazakhstan and the CIS countries. - B. 18-19; 38-39; 118-119; 460-461.

### IMPROVING LESSONS THROUGH THE USE MODERN TECHNOLOGY "DESIGNER"

Syzdykova N.K., Yessenbayeva G.A.

*E.A. Buketov Karaganda University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [s\\_nazym\\_1807@mail.ru](mailto:s_nazym_1807@mail.ru), [esenbaevagulsima@mail.ru](mailto:esenbaevagulsima@mail.ru)

The widespread development of information technologies and their penetration into all spheres of society is a global trend in the world development of recent decades. Currently, in connection with the development of computer technology and modern means of communication, information technology of education is increasingly being discussed. Mastering the skills of these technologies largely determines the success of the future professional training of current students.

One of the priority directions of the process of informatization of modern society is the informatization of education - the introduction of new information technologies in the education system.

Our time sets before teachers the task of improving the quality of education, a solid mastery of the basics of science, and ensuring a higher level of teaching. Universities are abandoning the traditional form of education, which does not take into account the individual abilities of each student. Updating education requires the creation of new textbooks and training programs, the development of new teaching methods.

One of the new learning tools are lesson constructors. The use of new interactive learning tools leads to a change in the content of education, learning technology and relationships between participants in the educational process. The use of the "Constructor" technique improves the teaching process, increases its efficiency and quality.

The lesson constructor is a class of information services that provides an opportunity for teachers to create their own educational content.

Lesson constructors can contain all the most important components - the ability to post informational content and tasks for verification, including tests. Most constructors do not require



registration from students - just follow a special link or enter a code. This mechanism simplifies the work for both the teacher and the student.

Constructor websites represent an innovative computer animation technology that combines sound, text, video, animation and graphics in a reliable computer system. The system of sites "Designer" is relevant for study, because their appearance produces grandiose revolutionary changes in the fields of education.

You can use programs such as GeoGebra, Quizizz.com, learningapps.org, kahoot.com, etc.

GeoGebra is a free cross-platform dynamic math program for all levels of education. This program includes geometry, algebra, tables, graphs, statistics and arithmetic in one easy to use package. GeoGebra analyzes functions, solves problems, builds graphs. With its help, you can create drawings, solve geometry problems, develop animations, create 2D, 3D figures, interactive videos with subsequent placement on the Internet.

Kahoot is a gaming learning platform. With its help, you can create a test, survey, educational game or arrange a marathon of knowledge. The use of the Kahoot program is great for testing students' knowledge in class.

Tasks created in Kahoot allow you to include photos and even video clips in them. The pace of quizzes and tests is regulated by introducing a time limit for each question. If desired, the teacher can enter points for answers to the questions: for correct answers and for speed.

The next activity constructor is Quizizz. The functionality of the Quizizz web service is similar to Kahoot, but with some differences. In the Quizizz service, the teacher has the opportunity to better manage the group, monitor the individual work of each student.

Learning Apps is a completely free online service. This interactive task constructor is designed to support the learning process through interactive modules (exercises). At the same time, both a teacher and a student can create interactive modules based on ready-made templates. Students can test and consolidate their knowledge in a playful way.

Using this constructor, you can create examples and answers to them. Students must solve the example, find the answer in the constructor, and connect the answer to the example. Also, the site itself checks the correctness of the solution and indicates with a green rim if the examples are solved correctly.

Nearpod is an interaction app that brings educators and students together on the same platform. Nearpod gives you the opportunity to use mobile devices as a means to enhance the effectiveness of learning. Moreover, mobile devices can be used both for training and for organizing and conducting classes. This constructor can be used when explaining a new topic.

The essence of modern information and communication technologies lies in their versatility and versatility. How to unleash this potential specifically for the educational process is the main multifaceted problem of improving education based on information technology. Its successful solution will contribute to improving the quality and accessibility of education at all levels - from schools to systems for training and retraining specialists, integrating the national education system into the scientific, industrial, social and cultural information infrastructure of the world community [1].

## References

1. Kiselev, G.M. Information technologies in teacher education: Textbook for bachelors / G.M. Kiselev, R.V. Bochkov. - M.: Dashkov i K, 2016. - 304 p.

## INFORMATION TECHNOLOGIES IN EDUCATION

**Shulgina-Tarachshuk A.S.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [alevtinash79@mail.ru](mailto:alevtinash79@mail.ru)

A modern specialist must have fundamental information training, since with an increase in the volume of scientific and technical information, an educational institution is not able to provide the subject of training with a full amount of knowledge for his entire conscious life. Information technologies are of particular importance in all spheres of human life, especially in education. Thanks to information technology and the Internet, students get the opportunity to work together on projects, access to information banks not only of their school or university, but also to other sources in the country and abroad. They can participate in teleconferences.

The use of information technology helps the teacher to visualize the necessary didactic units of educational information, increase the interest of students in mathematics, and promote the accumulation of supporting facts and methods of activity by the students according to the model.

When using information technologies in the learning process, there is a significant change in the educational process [1]: reorientation to the development of thinking, imagination as the main cognitive processes necessary for high-quality learning; the effective organization of cognitive and independent activity of students is ensured; the ability to cooperate, self-improvement, creativity, etc.

When using information technology, all the main stages of the lesson are still preserved.

Within the framework of a traditional lesson, electronic versions of some part of the educational material make the process of obtaining knowledge complex and effective. They allow us to talk about the formation of the key competencies of schoolchildren, which are:

- the ability to think systematically, to act independently in conditions of uncertainty and unpredictability;

- willingness to take responsibility for the work performed;

- the ability to independently and effectively solve problems that have arisen in the process of practical activity;

- readiness for positive interaction and cooperation with classmates; the ability to quickly and effectively make decisions, actively contribute to the resolution of conflicts in solving problems that have arisen;

- the ability to quickly and flexibly apply their knowledge and experience in solving practical problems; readiness to acquire new knowledge and desire for self-improvement;

- understanding the importance of using information technologies and their possession in the learning process;

- ability to subjective self-assessment, reflection.

In mathematics lessons, with the help of a computer, it is possible to solve the problem of a lack of mobile visualization, when children, under the guidance of a teacher, compare geometric shapes on the monitor screen by superimposing, analyze the relationship of sets. The computer is also a powerful stimulus for children's creativity. The screen attracts attention, which sometimes cannot be achieved with frontal work with the class. You can quickly perform on-screen transformations on warped text, turning disparate sentences into coherent text. But in order for students to be able to use the computer as an assistant in their studies in accordance with their desires, it is necessary to take care of the universality of their user skills. Children have the right to use modern means of labor today. With the help of modern technical and audio-visual means and intensive teaching methods, you can interest students, facilitate the assimilation of the material.

Multimedia lessons help to solve the following didactic tasks [2]:

- acquire basic knowledge of the subject;

- systematize acquired knowledge;

- develop self-control skills;

- to form motivation for learning in general and for mathematics in particular;

- provide educational and methodological assistance to students in independent work on educational material.

Information technology presents information in various forms and thus makes the learning process more efficient.

When using information technology in the learning process, there is a significant change in the educational process:

- reorientation to the development of thinking and imagination, as the main processes of cognition necessary for high-quality education;
- the effective organization of cognitive and independent activity of students is ensured;
- there is an ability to cooperate, self-improvement, creativity, etc.

### References

1. Анисимов П.Ф. Новые информационные и образовательные технологии как фактор модернизации учебного заведения // СПО. - 2016. - №6., С. 2.

2. Давыдова Н.А. Применение адаптивных интеллектуальных алгоритмов в процессе обучения // Новые информационные технологии в образовании: материалы международной научно-практической конференции: в 2 ч. - Екатеринбург, 2019. - Ч. 1. - С. 73-75.

### PROBLEMS OF LEARNING IN EDUCATION

**Shulgina-Tarachshuk A.S., Turdybekova K.K.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [alevtinash79@mail.ru](mailto:alevtinash79@mail.ru), [kamila\\_2000@mail.ru](mailto:kamila_2000@mail.ru)

One of the essential problems of education is the problem of meanings. The main meaning of education is development as the principle of existence and the value basis of education. Education is built in accordance with the principles of completeness and continuity, that is, the continuity of training and education in organizational, content and methodological support.

With the current pace of renewal in all spheres of life, the increasing flow of information, the role of education is also growing, which should be modern:

- 1) developing - providing for each person to choose their own educational path;
- 2) student-oriented - ensuring the creation of a culture of the educational environment and its filling with resources for the development of each participant in the educational process;
- 3) spiritual and ethical - diverse, built on a scientific basis;
- 4) humane - involving awareness of the value of the human person.

The problem of the content of education is very relevant, since an important feature of education today is the comprehensive development of the individual (pupil, student, teacher). Speaking about the content of education, it is necessary to name its priorities:

- 1) in teaching: facts - theory - worldview;
- 2) in education: knowledge about the world - the ability to interact with the world - attitude to the world;
- 3) in development: the formation of students' ability to perform professional and social roles.

The problem of the principles of building education has always existed, because it is associated with the development of technology, technology and society as a whole. Education is increasingly seen as a process of obtaining, accumulating and systematizing scientific knowledge. Education and knowledge are the leading means of achieving the victories of a person in his life. The process of education should be built on the basis of system-forming principles: - fundamentalization of education - the formation of a scientific worldview; - openness of the education system based on its informatization; - merging of educational and research activities, research and design (learning through science); - interdisciplinary integration - the creation of a new system of knowledge, the formation of a new quality of learning content; - continuity of education - the formation and development of personality throughout life. The problem of continuous education is essential, because the principle of continuity today can be considered fundamental, which is associated with

the early differentiation of education, the continuity of education and upbringing, and the profiling of education.

The successful formation of a focus on vocational training among students is a fundamental problem in the work of universities. From a professional point of view, it includes several stages: professional orientation, vocational training, independent professional activity. Vocational training is a system of organizational and pedagogical measures that ensures the formation of a person's professional orientation of knowledge, skills, abilities and professional readiness for such activities. Vocational training is the process of mastering the knowledge, skills and abilities that make it possible to perform work in a certain field of activity<sup>1</sup>. The peculiarities of the formation of a professional orientation is how the individual himself perceives, realizes and evaluates his belonging to one or another profession. Therefore, it is necessary: the formation of a professional and social role, professional self-awareness; optimization of professional self-assessment of educational activities, which is then transferred to professional activities; formation of a model of self-identification with the profession (norms and values, emotional attitude, level of self-realization). One of the urgent problems of education is the problem of development of creative potential. It is associated not only with learning and personality formation, but also with the preservation and development of creative qualities and abilities, which include cognitive activity, the desire to search for something new, the ability to get away from stereotypes, courage in decisions. The potential of the individual (lat. opportunity, power) is not yet developed and unused, unclaimed abilities, inclinations, personal qualities, knowledge, skills, abilities.

#### References

1. Дубинин Б.В., Зоркая Н.А. Чтение в России – 2008. Тенденции и проблемы. – М.: Межрегиональный центр библиотечного сотрудничества, 2008. – 80 с.
2. Давыдова Н.А. Применение адаптивных интеллектуальных алгоритмов в процессе обучения // Новые информационные технологии в образовании: материалы международной научно-практической конференции: в 2 ч. - Екатеринбург, 2019. - Ч. 1. - С. 65-70.

### ИНКЛЮЗИВТІ БІЛІМ БЕРУДІ ДАМЫТУ

Алибиев Д.Б., Ерхан А.Б.

*Е.А.Букетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [aseka.erkhan@mail.ru](mailto:aseka.erkhan@mail.ru)

Педагогикалық практика инклюзивті білім беруді дамыту – ғылыми және әдіснамалық – Әлеуметтік және әкімшілік ресурстардан басқа қазіргі заманғы білім беру жүйесін түбегейлі қайта құруды талап ететін күрделі, көпқырлы процесс екенін көрсетеді. Денсаулығы шектеулі баламен жұмыс неғұрлым ерте басталса, оның қоғамға бейімделу және әлеуметтену мүмкіндігі соғұрлым жоғары болады. Бұл тек ізгілендіру процестеріне ғана емес, сонымен бірге "ерекше" балаға ерте түзету-педагогикалық көмектің тиімділігімен нәтижелігіне де байланысты.

2008 жылғы маусымда Новосібірде Ю. А. Розенкованың баяндамасында ұсынылған "РАҚ түзету педагогикасы институты" ерте көмек көрсету зертханасының деректері бойынша орталық жүйке жүйесінің органикалық зақымдануы бар балалардың 25-30% - ында:

- 1.5 жылға қарай психикалық даму қарқыны мен барысын қалыпқа келтіру;
- 3 жасқа қарай мектепке дейінгі жаппай балалар мекемелеріне бару мүмкіндігін қамтамасыз ету.

Орталық жүйке жүйесінің органикалық зақымдануы бар балалардың 70-75% -ында айқын бұзылулардың дамуын болдырмауға болады.

Өмірдің алғашқы жылдарында ауыр эмоционалды бұзылыстар анықталғанда және балаларға жан-жақты көмек көрсетілген кезде, ақыл-ой дамуының бұрмалану тенденцияларын тегістеуге, балаларды балалар қоғамына қосуға дайындауға болады. Ерте көмек түзету немесе профилактикалық сипатта болуы мүмкін, яғни.проблемаларды жеңу

немесе болашақта олардың пайда болуына жол бермеу. Интеллектуалды дамуы бұзылған балалар үшін ерте көмек қолдаудың басым бағыттарының бірі болып табылады. Балалар өзіне-өзі қызмет көрсетуде, қозғалыс және танымдық дамуда, күнделікті өмірде қажетті қарым-қатынас дағдылары мен сөйлеуді қалыптастыруда айтарлықтай нәтижелерге қол жеткізеді. Балалар отбасы мүшелерімен және басқа балалармен оң қарым-қатынас орнатуға және дамытуға үйренеді, қоғамда қабылданған ережелерді есте сақтайды және оларды ұстанады.

Жалпы білім беру кеңістігінде ерекше білім беру қажеттіліктері бар балаларды тәрбиелеу және оқыту проблемасы нәзік және икемді тәсілді талап етеді, өйткені дамуында ауытқулары бар балалардың барлығы бірдей дені сау құрдастарының ортасына сәтті бейімделе алмайды.

Жеке білім беру бағыты мұндай балаларды ересек адамның көмегімен құрдастар тобына біртіндеп қосуды қамтиды, бұл мұғалімнен мүгедек балалардың қалыптасуына, бір балалар тобында өзара әрекеттесу қабілетіне жаңа психологиялық көзқарасты талап етеді.

XXI ғасырда адамдардың қабылдауы өзгерді және ол логикалық емес, бейнелі ойлауға бейім, сондықтан әртүрлі мультимедиялық эффекттер жиі қолданылады. Тәжірибе көрсеткендей, дамуында ауытқулары бар балаларды түзету және тәрбиелеу процесінде компьютерді мақсатты пайдалану балалардағы бұзушылықтарды түзету және өтеу үшін оңтайлы психологиялық-педагогикалық жағдай жасауға, оқушылардың жеке білім беру мүмкіндіктері мен қажеттіліктерін мүмкіндігінше ескеруге мүмкіндік береді. Мүмкіндігі шектеулі балаларға білім беруде компьютерлік оқыту құралдарын қолданудың басты артықшылықтарының бірі-олардың ұсынылған оқу материалын визуализациялаудағы үлкен мүмкіндіктері. Ақпаратты көрнекі түрде көрсету кез-келген адам қызметінің тиімділігін арттыруға көмектеседі. Оқу ақпаратын компьютерлік визуализациялау қазіргі білім беру жүйесіндегі ең перспективалы бағыт болып табылады.

Ауызша және жазбаша ақпаратты визуалды түрге айналдыру қабілеті бүгінде көптеген мамандардың кәсіби сапасы болып табылады.

Соңғы жылдары ақпаратты берудің визуалды формаларын қолданудың маңыздылығы едәуір артты, өйткені профессор Зорин А.Л.: "...жас ұрпақ қабылдау мәдениетін түбегейлі өзгертті: оған сызықтық мәтін қажет емес". Осылайша, оқу ақпаратын визуализациялау бірқатар педагогикалық мәселелерді шешуге мүмкіндік береді: оқуды қарқындату, оқу және танымдық белсенділікті арттыру, сыни және визуалды ойлауды қалыптастыру және дамыту, визуалды қабылдау, білім мен оқу әрекеттерін бейнелі түрде ұсыну, білім беру және үлгіні тану, визуалды сауаттылық пен визуалды мәдениетті арттыру. Визуализация құралдары әртүрлі: кестелер, таразылар, психикалық карталар, жұмбақтар, кроссвордтар, графиктер, интерактивті онлайн презентациялар және тағы басқалар.

Мүмкіндігі шектеулі оқушылардың белсенділігін арттыру үшін сабақтарда оқытудың келесі белсенді әдістері мен әдістері қолданылады:

1. Тапсырмаларды орындау кезінде сигналдық карточкаларды пайдалану (бір жағынан онда плюс, екінші жағынан минус; дыбыстары бойынша түрлі түсті шеңберлер, әріптері бар карточкалар бейнеленген). Балалар тапсырманы орындайды немесе оның дұрыстығын бағалайды. Карточкаларды оқушылардың білімін тексеру, өткен материалдағы олқылықтарды анықтау мақсатында кез келген тақырыпты зерделеу кезінде пайдалануға болады. Олардың ыңғайлылығы мен тиімділігі - әр баланың жұмысы бірден көрінеді.

2. Тапсырманы орындау кезінде тақтаға кірістірулерді (әріптер, сөздер) қолдану, кроссвордты шешу және т. б. Балаларға тапсырманың осы түрін орындау кезіндегі бәсекелестік сәт ұнайды, өйткені карточкаларын тақтаға бекіту үшін олар сұраққа дұрыс жауап беруі керек немесе ұсынылған тапсырманы басқаларға қарағанда жақсы орындауы керек.

3. Жад түйіндері (тақырыпты зерттеудің негізгі сәттерін құрастыру, жазу және тақтаға іліп қою, есте сақтау керек тұжырымдар). Бұл әдісті тақырыпты зерттеудің соңында

қолдануға болады – бекіту, қорытындылау үшін; материалды зерттеу барысында-тапсырмаларды орындауға көмектесу үшін.

Мүмкіндігі шектеулі балаларды адамзат қоғамдастығына кіріктіру бүкіл түзету жүйесінің негізгі міндеті болып табылады.

Мүмкіндігі шектеулі балалармен мұғалімнің практикалық жұмысындағы ең қолайлы әдістер түсіндірме-иллюстрациялық, репродуктивті, ішінара іздеу, коммуникативті, ақпараттық және коммуникациялық; бақылау, өзін-өзі бақылау және өзара бақылау әдістері болып табылады.

Осылайша, оқытудың белсенді әдістері мен тәсілдерін қолдану оқушылардың танымдық белсенділігін арттырады, олардың шығармашылық қабілеттерін дамытады, студенттерді білім беру процесіне белсенді түрде тартады, оқушылардың өзіндік белсенділігін ынталандырады, бұл мүмкіндігі шектеулі балаларға тең. Оқытудың қолданыстағы әдістерінің әртүрлілігі мұғалімге әр түрлі жұмыс түрлерін ауыстыруға мүмкіндік береді, бұл сонымен қатар оқуды жандандырудың тиімді құралы болып табылады. Бір қызмет түрінен екіншісіне ауысу шамадан тыс жұмыстан қорғайды және сонымен бірге зерттелетін материалдан алшақтауға мүмкіндік бермейді, сонымен қатар оны әр түрлі жағынан қабылдауды қамтамасыз етеді.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1 . Загуменнов, Ю.Л. Инклюзивное образование: создание равных возможностей для всех учащихся / Ю.Л. Загуменнов // Минская школа сегодня. - 2018. - № 6. - С. 3-6

2 . Зайцев Д.В. Социальная интеграция детей-инвалидов в современной России. - Саратов: Научная книга, 2013. - 255 с.

## **ИНКЛЮЗИВТІ ОҚУ ҮРДІСІНДЕ КОМПЬЮТЕРЛІК ЖӘНЕ АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР**

**Алибиев Д.Б., Ерхан А.Б.**

*Е.А.Букетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [aseka.erkhan@mail.ru](mailto:aseka.erkhan@mail.ru)

Инклюзивті мектеп - демократиялық мектеп. Ол баланың қалыптасуына, оқуға деген ынтасына негізделген.

Инклюзивті білім беру барлық оқимын деушілерге, оның ішінде кемтарларға да қол жетімді болуға негізделген. Баланың қызығушылығына толық, кешенді түрде алынған. Отандық білім беру жүйесінде бұндай қадам үлкен маңызға ие.

Қазіргі заманғы ақпараттық технологиялар оқушыларға дәстүрлі емес ақпараттарға қол жеткізуде, өзіндік жұмыстың тиімділігін арттырады, шығармашылықтың дамуына, әртүрлі дағдының пайда болуына және қалыптасуына көптеген мүмкіншіліктер тудырып, жаңа оқу әдістері мен оқу формасының іске асуына мүмкіндік береді.

Танымдық іс-әрекеттің қозғаушы күші – қызығу. Оқушылардың қызығу жәрдемімен оқып-үйрену барысында қабілеті ашылып, дарыны ұшталады, өз күшіне, мүмкіндігіне сенімі артады, адамгершілігі қалыптасады. Жеке тұлғалық сипаттарға қалыптасудың үш түрлі жағдайы бар.

Бірінші: оқушыларды қызықтыратын мазмұнның берілу түрі; жаңалығы - бұрыннан білетін мағлұматтың жаңа қырынан ашылуы.

Екінші: оқушылардың таным әрекетін ұйымдастыру формалары, құралдарын, әдістерін жетілдіру. Бұған дәстүрлі емес сабақ түрлерін, оларды қолданылатын техникалық, көрнекі құралдардың тиімділігін арттыру, танымдық ойындарын ұйымдастыру

Үшінші: мұғалім мен оқушы арасындағы қарым-қатынаста сыйластық, ізеттілік орнатып, жүрек жылуымен балаларды қамтамасыз ету. Оқушы өзіне ұнамайтын мұғалімнің

пәніне ешқашан қызықпайды, өзара сыйласа алмайды, сабақтарынан тезірек құтылғысы келеді.

Е.М.Машбицтің айтуынша: «Компьютердің мүмкіндіктерін есепке ала отырып оқыту проблемасына талдау жаңа психологиялық проблемаларды туғызып қана қоймайды, оқыпудың педагогикалық нормасының фундаменталды қағидаларын қайта қараулы талап етеді». Оқытудың жаңа педагогикалық технологиясын жасау және оны жүзеге асыру процесін интенсификациялау мен оптималдан өз орны бар.

Оқушылардың танымдық қызығушылығын дамытудың әрекет белсенділігінің арттыру мүмкін емес. Сондықтан оқыту үрдісінде оқушының танымдық қызығушылығын жүйелі түрде дамыту және бекіту, оның сапасын арттыру, оқыту мен тәрбиелеуде өте маңызды. Біріншіден, оқушылардың назарын аудару, жауапкершілік сезімімен танымдық қызығушылығын арттыру. Сонымен бірге сабақ барысында қолданылатын әсіресе, оның екінші бөлімінде оқушылардың оқу материалын белсенді түрде меңгеруге деген сезімін оятатын ынталандыру әдіс-тәсілдерін ойлап табу, қолдану өте маңызды. Танымдық қызығушылық әрекеттің үстінде дамиды және қалыптасады.

Мектепте компьютерлік технологияны оқуда және сабақтан тыс қызметте қолдану, оны оқып – үйренуде мотивацияның артуына нәтижелі тәсіл болып табылады. Оқушылардың танымдық белсенділігін қалыптастыратын факторларды келесідей тізгінде көрсетуге болады. Себептер оқушылардың танымдық қызығушылығын және олардың тапқыштық шеберлігін, өзіндік оқуын және сабақтың барлық кезеңдерде белсенділігін қамтамасыз етеді.

Сабақта ақпараттық компьютерлік технологияларды қолдануда баланың қызығушылығын анимациялық үзінділерді көрсету, түсті, графиканы, дыбысты пайдалану әр түрлі жағдайларды өңдеуде оң әсерін береді. Мұғалімге қайта-қайта сабақ мазмұнына оқушылардың назарын аударуға және тыныштық сақтауға алаңдауын керек етпейді.

Өйткені, оқушы алаңдап қалса, 10-15 секунд сайын ауысып отыратын анимациядағы тапсырманы орындауға немесе сөзді жазуға үлгермей қалатынын біледі. Компьютерлік технология оқушылардың өздік рефлексиясының қалыптасуына жағдай жасайды.

Баланың түйсігін және қиялын дамытуға бағытталған көптеген әртүрлі компьютерлік ойындар бар. Бұл бірнеше бөлшектерден бір суретті құрастыратын кеңінен таралған бағдарламалар түрі.

Конструкторлық бағдарламалар, оларды құрастыру барысында әр түрлі бөліктерден нақты бір форманы жинауға, немесе керісінше, фигураны бірнеше бөліктерге бөлгенде, баланың дамуына үлкен ықпалын тигізеді. Бұл бағдарламалар тек қана түйсік пен координациясын ғана емес, сонымен қатар бейнелеп ойлауын дамытады.

Түйсіктің дамуына және толық жетілуіне тапсырмалардың негізгі түрлері: әртүрлі формаларды геометриялық фигураларға қою; геометриялық фигуралардың контурын түрлі түспен қоршау. Әртүрлі геометриялық фигуралардың суретін салу, берілген масштабта көлемін ұлғайту немесе кішірейту.

Оқушылардың танымдық қабілеті баланың жеке дамуын қамтамасыз ететін танымдық тапсырмаларды шешу, оқушының танымдық белсенділігін қалыптастыру үшін мұғалім тарапынан ұйымдастырушылық пен дұрыс басшылық оқушының өздері белсенділік танытуға әкеледі.

Сонымен, компьютерлік технологияның көмегімен танымдық қызметті басқаруға жұмсалған еңбек өзін барлық қатынаста дәлелдейді. Ол білім сапасын арттырады, баланы жалпы дамуында ілгері жылжытады, бала өміріне қуаныш сыйлайды. Жаңа технология бойынша балалардың танымдық қабілетін ойын түрлері арқылы да дамытуға болады, себебі олардың аңсары сабақтан гөрі ойынға ауыңқырап тұрады. Қызықты ойын түрлерінен кейін олар тез сергіп, жаңа материалды оңай меңгеріп қана қоймай, тапсырманы ықыласпен әрі сапалы орындайтын болады.

Оқушының сабақта оқу және шығармашылық процесіне үйлестірудің ең тиімді тәсілі ретінде: ойындық қызметі, жағымды эмоционалды жағдай жасау, жұптасып жұмыс істеу, проблемалық оқыту болып табылады. Танымдық қызметтің қалыптасуының бастапқы

кезеңінде, балаларды көбінесе ойын әрекеттері қызықтырады. Сабақтың ұштасуына ойын әдісі эмоцалдық фон ретінде қызмет етеді. Информатика сабағында мен дидактикалық және сюжетті рольдік ойындарды, крассвордтарды, ребустарды, жұмбақтарды қолданамын. Жаңа оқу материалын ерекше түрде тартуға тырысамын: ертегі-сабақ, саяхат-сабақ, зерттеу-сабағы және т.б. бұндай сабаққа дайындалу өте көп уақыт пен күш жұмсауды талап етеді. Компьютер және ақпараттық технологиялар арқылы жасалып жатқан оқыту процесі оқушының жаңаша ойлау қабілетін қалыптастырып, оларды жүйелік байланыстар мен заңдылықтарды табуға итеріп, нәтижесінде - өздерінің кәсіби потенциалдарының қалыптасуына жол ашуы керек.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Семаго, Н. Я. Система обучения и повышения квалификации специалистов образовательных учреждений, реализующих инклюзивное образование / Н. Я. Семаго // Приложение к журналу Стремление к Инклюзивной Жизни. - №3. - 2019. - С. 10-12.
2. Сергеева К. А. Адаптация детей с ограниченными возможностями здоровья в условиях инклюзивного образования// Материалы российского форума «Педиатрия Санкт-Петербурга: опыт, инновации, достижения» 20-21 сентября 2010 г. - СПб, 2010. - 200 с. (С. 172-174)
3. Зайцев В.С. Современные педагогические технологии: уч. пособие. –Челябинск, ЧГПУ.-2012. –496 с.

## **ЦИФРЛЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР ҒАСЫРЫНДАҒЫ БІЛІМ БЕРУДІҢ ӨЗЕКТІ МӘСЕЛЕЛЕРІ**

**Алибиев Д.Б., Мурат А.М.**

*Е.А.Букетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [anarmuratova4@gmail.com](mailto:anarmuratova4@gmail.com)

Біз білетін қазіргі заман 100 жыл ішінде танымастай өзгерді. Қазіргі әлем – бұл ұзақ мерзімді және тұрақты дамудың өнімі. Біздің білуімізше, технологиялық прогресс – бұл процеске үлкен әсер етеді, өмірдің әдеттегі ырғағын жақсартады және жеңілдетеді. Адам өмірінің сапасы үнемі өзгеріп отырады, еңбек, тиімділік және өнімділік тұжырымдамасы ешқашан бұрынғыдай болмайды. Жаңа заманның адамы, жаңаша құндылықтарға құрылған ортада өседі, онда негізгі табыс көзі – біліммен білікке байланысты және ақпараттың үнемі ұлғайып отыруына. Ғылым, технология, медицина ұзақ уақыт бойы шексіз дау-дамайға айналды, онда «жаңа», «ескісін» жоққа шығарады, ол уақыт өте келе өзінің тұғырынан ауысқанға дейін. Бірақ біз білетіндей, өзгерістер ешқашан оқшауланбайды, адам қызметінің салалары, институттар мен әлеуметтік қауымдастықтар бір-біріне әсер етіп, жаңа салаларды дамытуға мүмкіндік береді. Сондықтан, мұндай мектеп сияқты адамға әсер ететін негізгі және алғашқы институттардың бірі өзгеріссіз қала алмайды. Уақыт өте келе білім жеке адамның да, бүкіл қоғамның өмірінде де үлкен маңызға ие болды. Мұғалім маңызды әлеуметтік рөл атқарады – қоғамның өзін ғана емес, оның болашағын да қалыптастыру. Ғылым, мәдениет, технология сияқты ұғымдар біліммен тығыз байланысты. Бұл мұғалімге оқушыларды тәрбиелеу мен оқытуда ғана емес, сонымен қатар өзектілігінде де жауапкершілік жүктейді. Қазіргі мұғалім-өз заманына сай мұғалім. Қоғам білімнің өзектілігін неғұрлым талап етсе, мұғалімнің өзі неғұрлым белсенді және тиімді инвестицияланады. Тарих бойында адамзаттың дамуымен жаңа қажеттіліктер пайда болады, бұл жаңа кәсіби тенденциялардың өзгеруіне, жаңаруына және пайда болуына әкеледі. Соңғы екі онжылдықта көптеген жаңа мамандықтардың пайда болуымен сипатталады. Бұл өзгерістер білімге тікелей әсер етеді-қазіргі әлемнің жаңа жағдайларына бейімделу үшін кадрларды оқыту және қайта даярлау қажеттілігі туындайды. Білім беру саласының өзі жеке тұлғаның әлеуметтенуі мен дамуының негізгі элементтерінің бірі болып табылады, сондықтан жаңа технологиялардың әсерінен бейімделу және трансформация проблемалары қазір бұрынғыдан да өткір болып тұр. Алайда, іс жүзінде жағдай әлдеқайда нашар: қазіргі білім беруде көтеріңкі процестер мен құралдарды одан әрі қайта қарастыру және қайта құру үшін қоғам дамуының ережелері мен тенденцияларын зерттеу қажеттілігімен байланысты



бірқатар проблемалар бар. Орташа алғанда, осы мәселелердің барлығын 2 топқа бөлуге болады. Бірінші топқа заманауи білім беру бағдарламаларының өзектілігі мен тиімділігіне байланысты проблемалар кіреді. Көптеген жұмыстар ондаған жыл бұрын жазылған және уақыт сынына төтеп бере алмайды. Айта кету керек, мұғалімдердің өздері қазіргі тенденциялар мен олардың бағыттарын тұрақты бақылауды ұстамайды. Тәжірибе білім берудің ажырамас бөлігі болып табылады, бірақ қазіргі әлем үнемі өзгеріп отыратындығын ұмытпау керек – он жыл бұрын да өзекті болған нәрсе бүгінде ескіруі мүмкін.

Оқытудың жаңа, түбегейлі ерекшеленетін әдістері мен технологияларының пайда болуы «оқыту» ұғымына әсер етеді. Қазірдің өзінде мұғалім мен оқушының қарым-қатынасы пікірталас пен іздеу өрісіне көшуде. Қазіргі заманғы оқушының білім беру процесі тек білім мен дағдыларды игеруден ғана емес, сонымен қатар тәуелсіз зерттеуден, ашық талқылаудан және өзінің оқу қабілеттерін жетілдіруден тұрады. Екінші маңызды мәселе-қазіргі уақытта өзекті кілтте негізгі құзыреттілікті дамытуға мүмкіндік бермейтін ескірген технологияларды пайдалану. Қазіргі жүйе білім беру оқу процесін қайта ұйымдастыруды қажет етеді. Мұғалім өзі оқытатын саланы жақсы түсінуі керек. Қызығушылық-бұл мұғалімнің жақсы қасиеті, ол нәтижеге тиімді әсер ететін және оның студенттеріне де оң ықпал етеді.

Интернет дәуірінде барлық маңызды ашылулар туралы бірден білуге болады. Дүние жүзіндегі көптеген адамдар материалдармен бөліседі, пікірталасқа түседі, бұл белгілі бір саланың қазіргі жағдайын жалпы түсінуге оң әсер етеді. Жоғарыда айтылғандарды қорытындылай келе, білім беру процесінің қазіргі заманғы болуы ең алдымен мұғалімнің бейнесінен басталуы керек деп қорытынды жасауға болады. «Ақпараттық технологиялар саласындағы студенттердің қабілеттерін тиімді қалыптастыру үшін мұғалімнің іс-әрекеті ақпараттық технологиялардың қазіргі даму деңгейін білуді қамтамасыз етуі керек;» қазіргі жағдай-мұғалім өзекті болып қалу үшін оқушы үшін білім әлеміне жол жүрудің орнына ондаған жылдар бойы жаңа ашылулар, технологиялар мен әдістерді табуға тура келеді. Қазіргі заманғы мұғалім конференцияларға қатыса алады, мұғалімдерге арналған форумдарда ақпарат алмасып, жаңа бағдарламалар мен әдістерді оқып, оқу тәжірибелерімен бөлісе алады. Мысал ретінде веб-сайтты алуға болады <http://ed.ted.com/> - халықаралық білім беру мәселелеріне арналған ресурс. Сонымен қатар, мұғалім интернетте педагогикалық саладағы соңғы идеялармен танысып қана қоймай, сонымен қатар оқыту пәніне тікелей қатысты білім қорын толықтыра алады. Мысалы, бейнелеу өнері мұғалімдері үшін ресурстар қызықты болуы мүмкін <http://www.pinterest.com/> осы интернет - сайттардың көмегімен мұғалім жаңа техникалар мен материалдарға арналған материалдарды, сонымен қатар оқушыларға жұмыс мысалдары, иллюстрациялар, қадамдық нұсқаулар сияқты көрнекі ресурстарды таба алады. Ал ресурс <https://code.org/> Ақпараттық технологиялар сабақтарында мұғалімге көмектесу үшін керемет қосымша болады. Ақпараттың қарапайымдылығы мен қол жетімділігіне байланысты бұл портал бастаушы бағдарламашылар арасында танымал. Сонымен қатар, сайтта балаларға арналған бағдарламалау негіздеріне арналған түрлі-түсті презентациялар мен анимациялық бейнелер бар. Интернетте әлемнің барлық тілдерінде жаңа білімді үйренуге, кәсіби дағдыларды дамытуға және дағдыларды жақсартуға арналған жүздеген мың пайдалы ресурстар бар. Соңғы 30 жыл ішінде осы салаларда болған революциялық өзгерістер біздің қарым-қатынас туралы идеямызды және бір-бірімізбен өзара әрекеттесуді толығымен өзгертті. Интернет-әлемнің кез-келген нүктесінен ынтымақтастық, тәжірибе алмасу және заманауи білім алудың ең маңызды құралы, қазіргі уақытта әр адамның қолында. Қазіргі уақытта Дүниежүзілік желі ақпарат алмасудың негізгі алаңы болып табылады.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Ахметов И.Г, Актуальные вопросы современной педагогики, Сентябрь,2018 г.; Гнатышина Е.В., Формирование цифровой культуры будущего педагога, Монография,2019 г.

## МӘСЕЛЕЛІК ОҚЫТУ ТЕХНОЛОГИЯСЫ

Алиева Д.Г.<sup>1</sup>, Исаева А.К.<sup>2</sup>, Серғазы Г.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Орталық Қазақстан Академиясы, Қарағанды, Қазақстан

<sup>2</sup>Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан

E-mail:<sup>1</sup>[dinara.vg@mail.ru](mailto:dinara.vg@mail.ru), <sup>2</sup>[isa\\_aiga@mail.ru](mailto:isa_aiga@mail.ru)

Мәселелік оқытудың мақсаты ғылыми білімнің нәтижелерін ғана емес, сонымен бірге осы нәтижелерді алу жолын, үрдісін, оқушының танымдық тәуелсіздігін қалыптастыру, оның шығармашылық қабілеттерін дамыту болып табылады.

Мәселелік оқытудың міндеттері: оқушының шығармашылық ойлау қабілетін дамыту; мәселелерді өз бетінше шешу арқылы білімді, іскерлікті, дағдыларды игеру, нәтижесінде бұл білімдер дәстүрлі оқытуға қарағанда анағұрлым берік; стандартты емес кәсіби мәселелерді шешуге және шешуге қабілетті белсенді, шығармашылық тұлғаны қалыптастыру.

Сабақта мәселелік оқыту келесі құрылымға ие: мәселені шешу, мәселені шешуді іздеу, шешімді сипаттау, шешімді жүзеге асыру. Сабақтың барысы мен оқу материалын игеру мәселені шешуге байланысты болады: мәселені шешу процесінде студенттер бәрін өздері таниды, сабақ процесіне белсенді қатысады немесе мәселелік жағдай сәтсіз болса, олар мұғалімнен дайын жауап алады. Туындаған қайшылық мәселелік жағдайдың пайда болуына әкеледі. Қарама-қайшылық туындаған қиындыққа немесе таңқаларлыққа байланысты болуы мүмкін.

Шын мәнінде, мәселелік жағдайлар екі түрлі: таңданыспен және қиындықпен туындаған. Қиындықпен туындаған мәселелік жағдайлар тапсырманы орындау қажет болған кезде пайда болады, бірақ бұл мүмкін емес. Қиындық тудыратын бағдарламалық жасақтаманың мәселелік жағдайын жасау үшін мұғалім оқушыларға тапсырма берген кезде мүмкін емес немесе студенттерге таныс емес және бұрын шешілген тапсырмаларға ұқсамайтын техниканы қолдана алады.

М.Н. Скаткин мәселелік оқытудың келесі үш түрін анықтайды: мәселелік білімді баяндау; оқушыларды білім берудің жеке кезеңдерінде ізденуге тарту; зерттеу әдісі. Мәселелік презентация процесінде мұғалім міндеттер қояды (тапсырмаларға айналдырылған проблемалар – нені анықтау керек). Теориялық материалдың фрагменті баяндалады және оған проблема қойылады. Мұғалімді түсіндіру барысында бірнеше осындай міндеттер бар. Әрбір міндетті білім алушылар шешеді [1, 52 б.].

Мәселелік оқытудың басқа түрін қолданған кезде-зерттеу студенттеріне үлкен тәуелсіздік беріледі. Бұл тәуелсіздік іздеу жоспарын құруда, гипотезаны ұсынуда, оны тексеруде, тәжірибелер, бақылаулар жүргізуде, фактілерді бекітуде, жіктеуде және қорытындыда көрінеді. Осы жұмыс барысында студент ғылыми зерттеудің кезеңдері мен принциптерін танитын болады.

Мәселелік оқытудағы оқушылардың іс-әрекеті келесідей кезеңдерден өтуді көздейді:

- мәселенің шешімі, оны тұжырымдау;
- шарттарды талдау, белгілі бір нәрсені белгісізден ажырату;
- гипотезаларды (нұсқаларды) ұсыну және шешім жоспарын таңдау (немесе белгілі тәсілдер негізінде немесе түбегейлі жаңа тәсілді іздеу);

– шешім жоспарын іске асыру;

– әрекеттер мен нәтижелердің дұрыстығын тексеру жолдарын іздеу.

Мәселелік оқытудағы мұғалімнің қызметі келесідей:

– мәселелік жағдайды құру әдісін табу (ойлау), оқушының оны шешудің ықтимал нұсқаларын қарастыру;

– оқушылардың мәселелерін шешуді басқару;

– мәселенің тұжырымын нақтылау;

– оқушыларға жағдайды талдауға көмек көрсету;

– шешім жоспарын таңдауға көмектесу;

- шешу процесінде кеңес беру;
- өзін-өзі бақылау тәсілдерін табуға көмектесу;
- жеке қателерді талдау немесе мәселені шешудің жалпы талқылауы [2, 161 б.].

Мәселелік оқытудың артықшылықтары:

– Оқушылардың ақыл-ой күштерін дамытуға ықпал етеді (қарама-қайшылықтар бізді проблемалық жағдайдан шығудың жолын іздеуге мәжбүр етеді); тәуелсіздік (мәселені өз бетінше көру, шешім жоспарын таңдау және т.б.); шығармашылық ойлауды дамыту (тәуелсіз стандартты емес шешімді іздеу).

– Мәселелік оқыту білімді неғұрлым берік игеруді қамтамасыз етеді (өздігінен алынған нәрсе жақсы игеріліп, ұзақ уақыт есте қалады); аналитикалық ойлауды дамытады (шарттарды талдау, мүмкін болатын шешімдерді бағалау), логикалық ойлау (таңдалған шешімнің дұрыстығын, дәлелдеуді талап етеді).

– Мәселелік оқыту оқушыларды қоршаған шындықты тану әдістерімен қаруландырады, тиісті бақылау дағдыларын негіздей отырып, негізгі заңдылықтарды жалпылау және шығару қабілеттерін дамытады, қол жетімді зерттеу жұмысына талғам береді.

– Оқушылар зерттелетін құбылыстың мәнін тез түсінеді және негізделген жауаптар береді. Олар танымдық қажеттіліктер мен қызығушылықты дамытады, білімге деген сенімділікті дамытады, өйткені студенттер өздері болжамдар жасап, оларды өздері дәлелдейді.

Мәселелік оқытудың кемшіліктері:

- оқу мәселесін тұжырымдау оңай емес,
- барлық оқу материалдарын проблемалар түрінде құруға болмайды;
- мәселелік оқыту дағдыларды дамытуға ықпал етпейді;
- үнемді емес – көп уақытты қажет етеді.

Қорыта келгенде зерттеу әдісін қолдану студенттердің жеткілікті теориялық білім базасын қажет етеді. Бұл әдіс оқушылардың танымдық белсенділігінің жоғары деңгейімен сипатталады. Бұл әдіс зертханалық және практикалық сабақтар үшін өте жақсы. Оқытуда зерттеу әдісін қолдану «қайта ашу» дидактикасына, яғни студенттердің ғылымда бұрыннан белгілі білімнің ашылуына жатады. Бұл оқу-әдістемелік зерттеуді ғылыми зерттеуден ерекшелендіреді. Өнімді іске асыру немесе ашық білімді шығармашылық қолдану кезеңінде студенттердің анықтамалық сигнал немесе көркемдік бейнені құрастыруын қолдануға болады, себебі шығармашылық бұл жаңа материалдық және рухани құндылықтарды құру болып табылатын қызмет болып табылады.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Скаткин М.Н. Проблемы современной дидактики. 2 –е изд. - М.: Педагогика, 1984. — 96 с. (Воспитание и обучение. Б-ка учителя)
2. Штракс М.Г. Гуманитарные знания и проблемное обучение. М.: Изд-во Московского гос. автомобильно-дорожного ин-та (техн. ун-та), 1992. – 284 с

## **МЕКТЕП КУРСЫНДАҒЫ ИНТЕГРАЛДЫ ЕСЕПТЕУ**

**Әбілғазы Ж.М.**

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail:[a.zhanbota@mail.ru](mailto:a.zhanbota@mail.ru)

Қоғам дамуының қазіргі кезеңі ғылыми білімнің қарқынды дамуымен, техникалық идеялардың тез өзгеруімен, ғылымның ғана емес, сонымен бірге адам қызметінің көптеген практикалық түрлерінің математикасымен, әртүрлі салаларда нақты математикалық әдістерді жан-жақты қолданумен сипатталады. Математика қоршаған шындықты зерттеу үшін жалпы және жеткілікті айқын модельдерді ұсынады. Әртүрлі құбылыстар мен процестердің сандық сипаттамаларының өзара байланысын сипаттайтын математикалық модельдердің рөлі

компьютерлік өңдеудің кеңейтілген мүмкіндіктеріне байланысты артады. Күнделікті тәжірибеде математикалық білім жиі қолданылады. Бұл қарапайым математикалық есептеулер ғана емес, сонымен қатар жоғары математика, математикалық талдау және ықтималдық теориясының элементтері. Осылайша, математикалық білімнің кең спектрі қазіргі заманғы адамның жалпы мәдениетінің міндетті элементіне айналууда.

Математиканың өсіп келе жатқан рөлі оның орта мектептегі пән ретіндегі маңыздылығын арттырады және оған өзінің жадынан алынған дайын біліммен ғана емес, сонымен бірге ғылыми ақпараттың өсіп келе жатқан ағымында жүре алатын, жалпы идеялармен әдістерге ие адамдарды тәрбиелеу міндетін қояды. Әртүрлі фактілермен құбылыстарды жалпы тұрғыдан қамтуға мүмкіндік береді. Сондықтан мектеп алдында тұрған міндеттердің бірі – мектеп математика курсының мазмұнын қазіргі ғылымның жетістіктерімен жақындастыру, математикалық мәдениет деңгейін, оқушылардың математикалық даму деңгейін арттыру.

Мектептегі математика курсының тақырыптарының бірі - "Алғашқы функция және интеграл". Интеграл мектепте ХХ ғасырдың 60-шы жылдардың аяғы мен ХХ ғасырдың 70-ші жылдарының басындағы математикалық білім беру реформаларының нәтижесінде пайда болды, ол мектепте математикалық талдау элементтерін енгізді.

«Алгебра және анализ бастамалары» пәнінің бағдарламасында 10-сыныпта 42 сағат берілетін туынды тақырыбы, ал, 11-сыныпта 15 сағатпен шектелетін интеграл тақырыптары университет қабырғасында кешегі оқушыларымен тағы қауышады. Жоғары математика пәнін университеттердегі 1 курс студенттерінің 60 пайызының оқытынын ескерсек, бұл тақырыптарды осы балалар қызыға, ынталана оқулары үшін не істеуге болады деген сұрақ туады. Математика – абстрактілі ғылым. Сондықтан оқудың алғашқы күндерінен бастап-ақ оқытушының сабақтас пәндерден деректер келтіруін қажет етеді. Басқа оқу пәндерінен алған білімдеріне сүйене отырып, студенттер өтілетін материалды сапалы түрде меңгереді. Математика курсының әрбір тақырыбын оқыту барысында студенттердің болашақтағы мамандықтары үшін танудағы математиканың рөлін дұрыс түсінуге және алған білімдерін практикалық есептерді шешуде қолдана білуге әсері тиетіндей пәнаралық байланыстарды іске асырып отыруы қажет. Математика сабағында пәнаралық есептерді шешу арқылы оқушылар жаңа жағдайлармен танысады, математикалық теорияларды, есептердің шешімін табуға қолдануды үйренеді, есеп шешуге қатысты жаңа әдістердің емес математиканың жаңа тарауларын оқып үйренеді. Басқаша айтқанда, есептерді шешу арқылы математикалық білімі мен білігін дамытады. Күнделікті өмірге қатысты практикалық есептерді шешу барысында оқушы математикалық білімін қолдануды үйренеді.

Жалпы білім беретін мектептің қоғамдық – гуманитарлық бағытының 11-сыныбына арналған оқулықта 1-тарау «Алғашқы функция және интеграл» тақырыбымен басталады, тарау төрт параграфтан тұрады. Бірінші параграфта алғашқы функцияның, анықталмаған интегралдың анықтамалары, интегралдың қасиеттері беріледі. Екінші параграфта қисықсызықты трапеция ұғымы және оның ауданы, ал үшіншісінде интегралдық қосынды, анықталған интеграл ұғымдары және Ньютон-Лейбниц формуласы қарастырылады. Соңғы, төртінші параграфта жазық фигуралар аудандары мен айналу денелерінің көлемдерін анықталған интеграл көмегімен есепте. Төртінші тақырыпта интегралды геометриялық және физикалық есептерде қолдану қарастырылған.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Ахметов, М. Производные и интегралы в школьном курсе математики: автореф. дис. . канд. пед. наук: 13.00.02. / М. Ахметов. Алма-Ата, 1976. -19 с
2. Колмогоров А.Н., Абрамов А.М., Дудницын Ю.П. Алгебра и начала анализа: учебник для 10-11 классов. - М.: Просвещение, 2009. - 365 с.
3. Әбілқасымова А.Е., З.Ә.Жұмағұлова «Алгебра және анализ бастамалары» 2019 ж.

## МЕКТЕПТЕГІ ҒЫЛЫМИ ЗЕРТТЕУ ЖҰМЫСЫ

Байболова М.Т.

Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан

E-mail: [moldir\\_16.81@mail.ru](mailto:moldir_16.81@mail.ru)

Кез келген қоғамға дарынды адамдар қажет, ал мектептің міндеті – оқушылардың интеллектуалдық қабілетін дамытуға ықпал ету. Өкінішке орай, әрбір бала өз қабілеттерін жүзеге асыра алмайды. Мектеп пен мұғалімдердің міндеті-оқушыны қолдау және оның қабілеттерін дамыту, осы қабілеттердің жүзеге асуына жол ашу. Жаңалыққа деген құштарлық, болмыстың ішкі сырларына үңілуге деген ұмтылыс мектеп орындықтарында туады.

Қазірдің өзінде бастауыш мектепте сіз мектеп оқулығымен жұмыс жасамайтын оқушыларды кездестіре аласыз, олар арнайы әдебиеттерді оқиды, әртүрлі білім салаларында өз сұрақтарына жауап іздейді. Сондықтан мектепте ғылым мен техниканың әртүрлі салаларына қызығушылық танытқандардың барлығын анықтау, олардың жоспарлары мен армандарын жүзеге асыруға көмектесу, мектеп оқушыларын өмірдегі ғылымды іздестіру жолына шығару, олардың қабілеттерін толық ашуға көмектесу өте маңызды. Зерттеушіге тән қарапайым қасиеттерді қалыптастырған оқушы тиімдірек жұмыс істеп, қоғамға пайдасы мол болады. Бұл тиімді оқуға, оқу пәндерін тереңірек түсінуге көмектеседі. Білім беру жүйесін жаңғырту жаңа идеяларсыз, тәсілдерсіз, заманауи технологияларсыз, оқушылар мен мұғалімдердің бірлескен еңбегінсіз мүмкін емес. Мұндай тәжірибені құру жалпы білім беретін мекемедегі ғылыми-зерттеу қызметі барысында жүзеге асырылады. Ол өзін-өзі дамытудың, өзін-өзі анықтаудың факторы ретінде әрекет ететін және тұлғалық және кәсіби дамуға айтарлықтай әсер ететіндіктен, бүгінгі таңда ғылыми-зерттеу қызметін ұйымдастыру ерекше маңызға ие.

Оқушылардың зерттеушілік әрекеті әр баланың өзіндік санасын дамыта отырып, шығармашылық тұлғаны қалыптастыруға көмектеседі, өзіңіздің дарындылығыңыздың бір бөлігін де болса сезінуге, байқап көруге, анықтауға және жаңартуға мүмкіндік береді. Жетекші мұғалімнің ісі-шығармашылық атмосфераны құру және қолдау.

Ғылыми-зерттеу қызметі барысында оқушылардың келесі дағдылары мен қасиеттері дамиды:

- дербес зерттеу қызметінің дағдысы;
- ғылыми-танымдық әдебиеттермен жұмыс жасау дағдысы
- бастамашылдық пен шығармашылық;
- мектеп білімін пайдалану, кеңейту және тереңдету;
- әртүрлі мамандармен ынтымақтаса жұмыс істей білу;
- оқушылардың осы пән бойынша өзін-өзі бекітуі және өз күшіне сенуі;
- өз пікірін, ойын ашық айту;
- қызығушылығын қанағаттандыру.

Зерттеулік оқыту барысында оқушылар теориялардың пайда болуы жөнінде көптеген мәліметтер жинақтайды. Н.И.Павлов “Үй кірпіштен құралатын болса, ғылым деректерден құралады”, демекші әр кірпіштен немесе тастан құралған үйінді үй деп саналмайды, дәл солай кез келген деректердің жиынтығы да ғылыми білім бола алмайды. Сондықтан “ғылым” деген сөздің мағынасы ежелден “ұйымдастырылған білім ” деп түсіндірілген. Жас жеткіншек байқау жүргізу немесе тәжірибелеу нәтижесінде алынған деректері, болжамдары, топтастыру схемалары, тіпті айқындалған заңдары – ғылым материалдары екендігін жете түсіну керек. Бұларды ғылым ретінде ұйымдастыратын-теория. Ендеше мектеп қабырғасында зерттеумен айналысқан бала жаңа ақпараттар жинақтау арқылы ғылымға алғашқы қадамын жасайды.

Ғылыми-зерттеу қызметі-бұл оқушылардың шығармашылық, зерттеу мәселесін шешумен байланысты және ғылыми зерттеулерге тән негізгі кезеңдердің, сондай-ақ таңдалған құбылысты зерттеудің практикалық әдістемесі, өзіндік эксперименттік материал,

алынған мәліметтерді талдау және одан туындайтын тұжырымдар сияқты элементтердің болуын көздейтін білім беру жұмысы.

Қандай дарынды бала болмасын, оның барлығы өз бетімен ғылыми жұмыс жазуға, зерттеу, ізденіске бара алмайды. Ол үшін мұғалімнің көмегі, ақыл- кеңесі қажет. Ғылыми жұмыстың нәтижелілігі көп жағдайда таңдалған әдіснамаға байланысты. Сондықтын мектеп ішінен іріктеп алған дарынды оқушыларымызбен ғылыми — зерттеу жұмысын жүргізуді үйреткен шақта бірінші — теориялық әдіснамалардың түрлерін, жаңа ой- пайым шығаруға, ғылыми болжам, салыстыру, талдау жасауды үйрету. Екінші -дұрыс тақырып таңдап, проблемалар туғызып, оны шеше білу. Үшінші — жоба құрылымын дұрыс құра білу, оны қорғау әдістерін үйрету. Ғылыми жұмысты жазу, іздену тер төгетін еңбекті қажет ететіні түсінікті. Ал оны қорғау да өте күрделі мәселе. Сонымен қатар, әр оқушы ғылыми жұмыстарды жазғанда күнделік жүргізгені дұрыс. Осыған орай, мектептерде оқушылардың ғылыми қоғамының жұмыстарын жандандыру — үлкен міндет.

Қорытындылай келе, жалпы білім беретін мектепте оқушылардың ғылыми-зерттеу жұмыстарын оқу процесіне енгізу оған тек білім беруді даралау мен саралауды ғана емес, сонымен қатар білім беруді анықтаудың құралына айналуға мүмкіндік беретінін тағы бір рет атап өткім келеді. Оқушының қабілеті мен қызығушылығын ескере отырып, сонымен қатар оқушының жеке тұлғасы мен оның қабілетін дамытудың шарты болып табылатын негізгі және Менің жеке тәжірибем көрсеткендей, ғылыми-зерттеу жұмысының шығармашыл, белсенді тұлғаны дамытуға үлкен мүмкіндіктері бар. Оқушы оқуда мәселесін жеңе алса, онда ол нақты өмірде бейімделгіш болады. Сонымен қатар, бүгінгі мектеп оқушысы ертеңгі студент, мектепте алған зерттеушілік дағдылары университетте ғылыммен шындап айналысқысы келетіндерге жақсы қызмет етеді.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Леонтович. А.В. Учебно-исследовательская деятельность школьника как модель педагогической технологии. - Народное образование. 1999. № 10.

2. Тұрғанбаева.Б.А., Шабденов.Б.Ш. Шығармашылық баспалдақтары. Алматы,2003

3.Карпов А.О. Метод научных исследований как дидактический инструмент исследовательского образования // Инновации в образовании. – 2014. – № 6 – 36-55б.

4.Новиков А.М., Новиков Д.А. Методология научного исследования. – М.: Либроком, 2010 – 280б.

5.Қ.Бітібаева «Оқушыларды ғылыми – зерттеу жұмысына баулу жолдары», Семей «Үш биік баспасы ЖШС»

6. Л.С. Выготский «Воображение и творчество в школьном возрасте», Москва: «Просвещение», 1967г.

## ЖОҒАРЫ МАТЕМАТИКАДАҒЫ ПӘНАРАЛЫҚ БАЙЛАНЫС

Базылжанова А.С.

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [aiger1110@mail.ru](mailto:aiger1110@mail.ru)

Оқыту мазмұнындағы білім мен іскерліктің адамның интеллектуалдық өрісін байытудағы, ақиқат дүниенің біртұтас жүйе екендігі жөніндегі ғылыми көзқарасты қалыптастырудағы, алған білімді өмірмен, қоғамдық тәжірибемен байланыстырудағы құралдардың бірі – пәнаралық байланыс.

Сабақ материалын беру барысында пәнаралық байланысты орнату ұғымы жаңашылдық болмағанымен, қазіргі таңда өзекті мәселелердің бірі деп айтуға болады. Себебі соңғы кездері байқалатын сағат санының қысқаруы білім алушыға берілетін ақпаратты таяздандырып, жан-жақты дамуына кері әсерін тигізеді. Пәнаралық байланыс білім алушының шығармашылық және логикалық ойлауын дамытады, математиканың түрлі бағыттарындағы ұғымдардың байланысын терең түсініп, ғылыми танымдығын арттырады, ал білім алушының математикада игерген білімін түрлі сферадағы тапсырмаларды шешуде қолдана алу қабілетін математикалық функционалдық сауаттылық деуімізге болады.

Пәнаралық байланыстарды жүзеге асырудың объективті және субъективті екі жағын бөліп көрсетуге болады. Объективті жағы оқыту мазмұнын анықтау кезінде көрініс табады және оқу жоспарларын, бағдарламаларын, оқулықтарды, оқу құралдарын және т.б. әзірлеу кезінде ескеріледі. Субъективті жағы тікелей оқыту үрдісінде көрініс табады, яғни білім алушыға қатысты пәнаралық байланысты жүзеге асырудың негізгі тәсілдері мен әдістері қарастырылады.

Әдістемелік және дидактикалық әдебиеттерде оқытылатын материалдың мазмұнына қарай, қалыптасатын дағдыға қарай, оқытудың әдісі мен құралына қарай деп пәнаралық байланыстың негізгі үш түрін атап көрсетеді. Мазмұны және қалыптасатын дағды бойынша байланыстың бес түрі, ал әдісі мен құралы бойынша байланыстың екі түрі бар. Сонда бұдан пәнаралық байланыстың көптүрлілігін байқаймыз. Жоғары оқу орнындағы математика оқытушысы пәнаралық байланыстың үш түрін пайдаланады: алдыңғы өткен пәнмен байланыстыру, ағымдағы (параллель) өтіліп жатқан пәнмен байланыстыру және келешекте өтетін пәнмен байланыстыру [1].

Пәнаралық байланыс пәндерге ортақ фактілер, ұғымдар, түсініктерге, идеяларға байланысты болады, сондықтан бұл мақалада жоғары математиканың жалпы курстары арасындағы кейбір пәнаралық байланыс қарастырылады.

Сызықтық алгебра пәні алгебра мен геометрияның түйісуі деуге болады. Сондықтан да болар, ол математиканың барлық басқа бөлімдерінің байланыстыру тілі іспеттес. Бір жағынан оларда сызықтық алгебраның терминологиясы қолданылады. Мысалы, тізбектер, функциялар, сызықтық дифференциалдық теңдеулердің шешімдері және т.б. векторлар болып табылады және векторлық кеңістіктер құрайды, ал бұл кеңістіктерде скалярлық көбейтінді әртүрлі беріледі. Екінші жағынан, жалпы алгебраның, математикалық талдаудың және геометрияның объектілері сызықтық алгебра шеңберінде сызықтық кеңістіктің мысалдары ретінде қарастырылады.

Пәнаралық байланысқа комбинаторика элементтері жатқызуға болады. Себебі ол көпмүшеліктер алгебрасында, математикалық талдауда және ықтималдықтар теориясында, тіпті дискреттік математикада да кеңінен қолданылады.

Математиканың жалпы курсындағы түрлендіру ұғымы көптеген математиканың бөлімдерінде кездеседі: аналитикалық геометриядан бастап математикалық физиканың теңдеулеріне дейін түрлендіруді қолдана алу аса маңызды. Алайда, түрлендіру ұғымы кейбір білім алушылар үшін қиынға соғып жатады. Әрине бұл жерде қарайпайым есептерден бастап қарастырған жөн. Мысалы, аналитикалық геометриядағы сызықтық және аффиндік түрлендіру неғұрлым қарапайым түрде түсіндіріледі.

Пәнаралық байланыс ұғымына сызықтық алгебраның анықтауыштар ұғымын тек алгебралық тұрғыда емес, сонымен қатар геометриялық тұрғыдан қарастырған жөн. Яғни  $n$ -өлшемді квадраттық матрицаның анықтауышы осы матрицаның сәйкес жолдары (бағаналары) векторлар болып табылатын параллелепипедтің көлеміне тең. Әдетте 3-ші ретті квадраттық матрица үшін бұл факт аналитикалық геометрияда векторлардың аралас көбейтіндісі тақырыбында дәлелденеді де басқа жағдайлар үшін қарастырылмайды. Арине, 3-ші ретіден жоғары жағдайларды жекелеген білім алушыларға өз бетінше зерттеп, зерделеуге қосымша тапсырма ретінде беруге болады [2].

Жоғары математиканың әр бөлімінде өтілетін жаңа ұғымдарға мысал ретінде математиканың басқа бөлімдерін қарастыруға болады. Атап айтсақ, жалпы алгебра курсындағы группа, ауыстырмалардың ішкі группасы, сақина және өріс сияқты абстрактылы ұғымдармен танысу барысында мысал ретінде геометрия курсындағы векторлады алуға болады. Себебі неғұрлым абстрактылы ұғымдарды түсіну білім алушылар үшін көп жағдайда қиынға соғып жатады [3].

Графтар теориясы да пәнаралық байланыс сипаттамасына ие. Графтар көрнекі объект болып табылады. Олар арқылы дамымалы күрделі жүйелерді бейнелеуге болады. Симплекс сияқты геометриялық объектіні граф ретінде қарастырса, онда оның геометриямен

байланысын көреміз. Сонымен қатар, графтар теориясы алгоритмдер теориясы мен желілер теориясын да қолданыс табады.

Сонымен, жоғары оқу орындарындағы математика пәндерінің арасындағы пәнаралық байланыс оқудың тек қана қолданбалы түрі емес, сонымен қатар математиканың әртүрлі бөлімдерінің өзара байланыс құралы екенін көрсетеді. Яғни осы арқылы математиканың тұтастығын байқатады. Заманауи ғылыми білімнің даму тенденциясын өрнектейтін ғылымының интергациясы мен дифференциациясы басқа да пәндер арасындағы пәнаралық байланыстың ролін күшейтеді. Дәріс, практика сабақтарында пәнаралық байланысты сауатты қолдану білім алушының дүниетанымының дамуын көтереді.

Бұл тақырып өте ауқымды болғандықтан барлық пәнаралық байланысты бір тезис барысында ашып көрсету мүмкін емес. Сондықтан автор жоғары математиканың жалпы курсындағы кейбір тақырыптарды ғана мысалға келтірді. Яғни бұл тезис жас математик-оқытушылар үшін көмек материалы болсын деген мақсатпен жазылды.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Бердюгина О.И., Платонов М.Л. Межпредметные связи алгебры и геометрии при обучении студентов математических направлений университета. Интернет-журнал «Мир науки». Выпуск 3-2015.
2. Фаддеев Д. К. Лекции по алгебре: Учебное пособие для вузов.— М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984.
3. Богданов И.И. Теория групп.ФИВТ МФТИ, 2016

## **МАТЕМАТИКА ПӘНІН STEM ТЕХНОЛОГИЯСЫ АРҚЫЛЫ ОҚЫТУ МӘСЕЛЕЛЕРІ**

**Бекбауова А.У., Талипова М.Ж.**

*Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан*

E-mail: [mirra478@mail.ru](mailto:mirra478@mail.ru), [miratalipova@mail.ru](mailto:miratalipova@mail.ru)

Президентіміз Қ.К.Тоқаевтың Жаңа Қазақстан құру туралы халыққа жолдауында ілгері дамыған ел болу, соның ішінде инженерлік оқытуға көңіл бөлу керектігі айтылғаны мәлім [1]. Соған байланысты инженерлік оқытудың бір түрі STEM технологиясын пәндерді оқытуда қолдану өзекті мәселердің бірі болып қалады. Математика, информатика, физика, химия салаларын біріктіре оқыта, оқушылардың әлемдік деңгейдегі зерттеулер жүргізе алауына ықпал ете білу қажеттілігі туындайды. Сол үшін де жаратылыстану пәндерін оқыту кезінде STEM білім беру технологиясын пайдалану қазіргі кездегі ең тиімді де және қолжетімді технология болып табылады [2].

2000 жылдардан кейін ғана кеңінен қолданыла бастады STEM атауын алғаш рет 1990 жылы АҚШ бактериолог ғалымы Р.Колвелл ұсынған болатын [3]. Ғылым мен бірге техникалық дамудың жоғары деңгейде орын алуы, STEM –ді әлемдік трендтердің біріне айналдырды. Жаңа мамандықтар атласына және техникалық дамудың жоғары қарқыны нәтижесінде қазір мамандықтардың жаңа түрлері өмірге келуде. Сол себепті STEM мамандықтарына деген сұраныс қазіргі таңда өте жоғары және бұл көрсеткіш ұдайы өсіп келеді.

Қазақстандағы STEM саласы да өзекті болып табылады [4]. Роботехника, құрылыс, бағдарламалау, модельдеу, 3D дизайн және т.б. – қазір бүкіл әлемдегі замануи мектеп оқушылары осыған қызығушылық танытады. Бұл қызығушылықтарды жүзеге асыру үшін күрделірек дағдылар мен құзыреттіліктермен қатар зерттеу және ойлап табу маңызды. Математика пәнінде STEM білім беруді қолдану:

- Бір пәнмен шектеліп қалмай, біріктірілген тақырыптар бойынша оқыту;
- Математикадан алған білімдерін өмірде қолдану;
- Сын тұрғысынан ойлау қабілетін дамыту, проблемаларды шешуге дағдыланады;
- Жаңалық ашуға ұмтылады, ғылымға қызығушылығы артады;

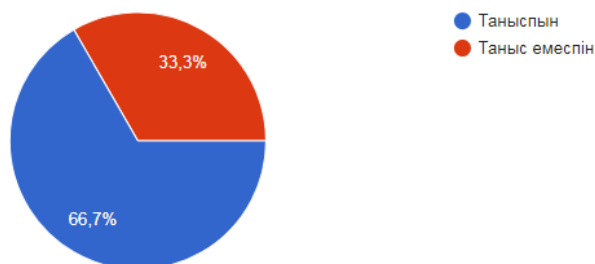


- Ақпараттық технологияны пайдалану, дамып жатқан технологияға ілесу;
- Математикамен қатар техникалық пәндерге қызығушылықты арттыру;
- Креативті және жаңашыл көзқараспен жобалар орындай білу, оқу мен болашақ мамандықтың ұштасуы;

Алгебра, геометрия пәндерінде Stem технологиясын қолданудың кейбір мәселелерін зерттеу мақсатында 10-11 кластар таңдалды. Сонымен қатар түлектер мен мектеп мұғалімдері арасында сауалнама жүргізілді. Электронды сауалнамаға 54 респондент қатысты, олардың 66,7% аталған технологиямен таныс екені анықталды.

Stem технологиясы туралы ақпаратпен таныссыз ба?

54 ответа



1 сурет. Stem технологиясы туралы ақпаратпен таныссыз ба?(Дереккөз: құрастырушы авторлардың өзі)

Респонденттерге бірнеше сұрақтар құрастырылды. Оның ішінде математикалық білім беруде Stem технологиясын қолдануда кездесетін мәселелер аталды. (2 сурет)

54 ответа



2 сурет. Stem технологиясын қолдану мәселелерін атаңыз?(Дереккөз: құрастырушы авторлардың өзі)

54 ответа

Жауап беру қиын.

Уақыттың аздығы

Цифрлық ақпаратсыздық

Оқытудағы жаңа технологиялар

Курстардың жоқтығы

Интернет әлсіздігі

Білімнің аздығы STEM жайлы

Қосымша курс

Ақпарат қорының аздығы

3 сурет. Пән мұғалімдері үшін Stem технологиясын қолдануда кездесетін кедергілер. (Дереккөз: құрастырушы авторлардың өзі)

Жаратылыстану пәндерінен ішінде математика пәнін STEM арқылы оқытудың маңыздылығын айта кетер болсақ, ең алдымен оқушылардың математикалық деңгейін,

білімін кеңейте отырып, өз бетімен ізденуге, шығармашылық қабілеттерін шыңдауға және математикалық есептерді шығару әдістерді жеткізе білуге дағдылануға үлкен мүмкіндік туғызады.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. ҚР Президенті Қ.К.Тоқаевтың «Жаңа жағдайдағы Қазақстан: іс-қимыл кезеңі» атты жолдауы, 2020.
2. «STEM білімді енгізу бойынша әдістемелік ұстанымдар» - Астана: Ы.Алтынсарин атындағы Ұлттық білім академиясы, 2017.- 160 б.
3. А.И. Рудской, А.И. Боровков, П.И. Романов, К.Н. Киселева. Анализ опыта США и Великобритании в развитии STEM-образования //Естественные и инженерные науки. 2017.
4. Ахметова Г.К., Мурзалинова А. STEMобразование как направление обновления содержания образования в республике Казахстан// Методист. – 2018. - №4. – С. 2-5.

## ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Гаджалиева С.Д.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [susana\\_g00@mail.ru](mailto:susana_g00@mail.ru)

На сегодняшний день образование признано главным приоритетом в развитии Республики Казахстан. И основной целью любой реформы в образовательной системе является ее адаптация к новой социально-экономической среде. В своем Послании Первый Президент Казахстана, Нурсултан Абишевич Назарбаев, сказал: «Учитель новой формации – духовно развитая, социально зрелая, твердая личность, компетентный специалист, профессионально владеющий всем арсеналом педагогических средств, стремящийся к постоянному самосовершенствованию. Он несет ответственность в формировании и развитии высокообразованной твердой личности и максимальной самореализации».[1]

Поскольку XXI век - век информационных и коммуникативных технологий, современному учителю, а особенно учителю будущего, наряду с другими профессиональными компетенциями, необходимо овладеть навыками применения мультимедийных средств обучения, использовать возможности образовательных интернет-платформ и систем дистанционного обучения и тестирования (СДОТ).[2]

Задача учителя помочь ученику раскрыть его более полно, направить на развитие способностей и возможностей, совершенствование учебных умений и навыков. Мой опыт показывает, что развитие творческого потенциала школьников на уроках математики будет эффективным, если: делать акцент не столько на формирование знаний, сколько на развитие навыков, позволяющих самостоятельно пополнять знания, ориентироваться в потоке информации.[3]

Моя методика преподавания основывается на активных методах обучения: исследовательских, поисковых, практических ориентированных на реальные практические результаты и способствующих активизации познавательной и творческой деятельности.

В своей работе я использую приемы, методы, которые позволяют вовлечь учащихся в активную, познавательную, творческую деятельность. В урок я включаю: занимательные задания, игровой материал, игровые формы заданий, конкурсы, соревнования, создаем небольшие презентации. Также многие материалы предоставляю в мультимедийном виде, идя в ногу со временем.

Сфера моих научных интересов как магистранта – использование математического конструктора Geogebra, программ Kahoot и Nearpod для развития мотивационной сферы, обеспечивающей стабильный рост качества знаний при обучении математике.

Работу с данными программами можно организовать на любом уроке (при изучении нового материала, отработке навыков, закреплении изученного, проверке усвоения) и в

различных формах (фронтально, в группе из 2 и более учеников, индивидуально, используя гаджет обучающегося или планшет, которым оборудован кабинет математики).

Например, при изучении темы «Координатная плоскость» Geogebra применяется для визуализации нового материала, что способствовало более легкому и быстрому освоению темы, смена фона при выполнении упражнений способствовала изменению настроения, поднятию эмоционального фона в классе, в конечном итоге – осознанному запоминанию большего объема информации.

При изучении темы «Четырехугольники. Параллелограмм» учащиеся могут строить фигуры, опираясь на определение и свойства, проводили сравнительный анализ полученных изображений, объясняя, какие признаки указывают, что построение выполнено верно.

Следует отметить, что при использовании конструктора Geogebra реализуется системно-деятельностный подход, направленный на развитие исследовательской деятельности учащихся, так как программа позволяет не только эффективно передавать знания, но и способствовать саморазвитию ученика [3].

Отличным сервисом для активизации познавательной деятельности обучающихся выступает Kahoot. С его использованием гаджеты учеников становятся помощниками учителя при проведении тестирования и различных опросов. Например, пятиклассники с увлечением решают нестандартные задачи на дроби, голосуя за правильный ответ в Kahoot. А ученики 8 класса в формате альтернативного теста отстаивают подходящий метод решения квадратных уравнений. Данный сервис доступен с любого устройства, подключенного к интернету, что делает его удобным для использования при дистанционном и смешанном обучении.

Еще одним образовательным приложением, которое позволяет сделать учение и обучение увлекательным и эффективным, является Nearpod. С его помощью было удаленно организовано синхронное обучение в классах.

Большим подспорьем для начинающего учителя стала библиотека готовых уроков, которую можно использовать для подготовки к занятиям и пополнять собственными дидактическими ресурсами. Nearpod позволяет учиться в удобном для них темпе и сдавать работу на оценку, когда уверены, что все задания выполнены верно.

При работе в Nearpod учащиеся оценивают деятельность учителя, что способствует росту его профессионализма, поскольку каждый следующий урок строится с учетом пожеланий и замечаний тех, для кого он создается.

В моем понимании «профессиональная компетентность учителя» — это, прежде всего учитель, умеющий организовать свою профессиональную деятельность на высоком уровне, проявляющий огромную заинтересованность в собственном профессиональном развитии, в получении и освоении новых знаний.

Таким образом, моя педагогическая философия строится на принципах динамичности, с соблюдением творческого подхода и современных технологий. Но, главное – это быть на одной волне с обучающимися, быть с ними, а не против них![4]

### **Список использованной литературы**

1. Государственная программа развития образования и науки Республики Казахстан на 2020-2025 годы. Утверждена постановлением Правительства Республики Казахстан от 27 декабря 2019 года № 988.
2. В.А. Сластенин «Педагогика», М.: «Школа – Пресс», 1997
3. Коломинский Я.Л., Оловникова Н.Г. Исследование взаимоотношений учителей и учащихся в социальной и педагогической психологии ГДР // Вопросы психологии, 1982., № 2, С.86-91
4. <https://edu.ru/news/tochka-zreniya/uchitelya-dolzheny-identi-v-nogu-so-vremenem/>

## **ВЛИЯНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ САЙТОВ НА КАЧЕСТВО ОБУЧЕНИЯ ПРЕДМЕТУ ГЕОМЕТРИЯ**

**Ермакова Ю.Ю.**

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [ermakul@mail.ru](mailto:ermakul@mail.ru)

Реалии сегодняшнего дня таковы, что вся человеческая деятельность вынужденно осуществляется в условиях вызовов, связанных с пандемией и введением режима самоизоляции. Затронули данные вызовы, ставшие доминантами развития общества в ближайшем десятилетии, и образование. Вся система образования столкнулась с необходимостью в кратчайший период перейти в дистанционный режим. Реализация данных мер потребовала предоставления учащимся доступа к электронной информационно-образовательной среде, содержащей электронные образовательные ресурсы, а также технологические средства для организации учебного процесса, соответствующего опосредованному взаимодействию его участников.

По результатам международных исследований TIMSS, проведенных в 4 и 8 классах, в Казахстане школьники сталкиваются с проблемами в блоке «Геометрические фигуры и измерения» чаще, чем в блоке «Числа». Сложности у учащихся 4 классов вызвали задания, где необходимо продемонстрировать знания простых геометрических фигур, измерить длину отрезка, нарисовать правильный угол больше или меньше правильного, провести линии симметрии, заполнить куб с недостающими частями, найти объем фигуры. [1]

Проблемы с изучением какого-либо предмета понижает мотивацию учащихся к изучению учебного предмета. Поэтому в настоящее время перед педагогами стоит задача повышения мотивации к изучению учебного предмета посредством различных современных технологий, что повлечет за собой повышение качества знаний.

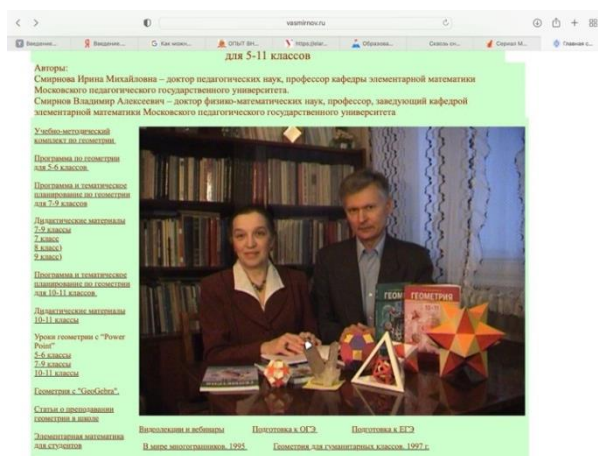
В связи с этим, была поставлена гипотеза: если внедрить в систему обучения образовательный сайт, то это поможет повысить качество знаний по предмету геометрия.

Целью создания электронных образовательных ресурсов является не только создание системы дистанционного образования как самостоятельной формы обучения, но и внедрение дистанционных технологий в классические формы организации образовательного процесса. [2]

На сегодняшний день в сети Интернет существует большое количество электронных образовательных сайтов, которые адресованы и преподавателям, и учителям. Однако, рост количества образовательных сайтов только продолжается.

В своей статье Грибан О.Н. приводит 9 видов образовательных Интернет-ресурсов. Например, веб-сайты дистанционного образования, веб-сайты-распространяющие образовательную информацию, веб-сайты информационно-справочного характера и др. Для каждого из этих видов она приводит конкретные примеры существующих интернет-сайтов. [3]

Один из самых популярных сайтов по математике это <https://vasmirnov.ru> . Ниже представлен скриншот с главной страницы сайта.



На сайте размещены дидактические материалы по предмету геометрия для всех классов. Дидактические материалы для любого из класса состоят из разделов: предисловие, математические диктанты, самостоятельные работы, контрольные работы, тесты, задачи с практическим применением. Таким образом, данный сайт больше подходит либо для работы учителя в офлайн формате, либо для самостоятельной отработки навыков учащихся, для самоконтроля. При этом нельзя не отметить, что качество дидактических материалов на высоком уровне, разделены по уровням сложности, темам и вариантам. Обращает на себя внимание тот факт, что интерфейс данного сайта довольно прост в поиске нужных материалов, однако мультимедийная составляющая довольно скудна.

Таким образом, опираясь на актуальность данного вопроса в современном образовательном процессе, было принято решение создать свой образовательный сайт, на котором будут представлены собственные материалы. Помимо этого, можно включить в сайт классические учебники по предмету геометрия, слайды и конспекты, учебные пособия, а также тестовые задания для самостоятельной работы учащихся и самоконтроля.

Во время дистанционного обучения, было отмечено, что материалы, подготовленные самим учителем, привлекают больше внимания учащихся, чем те, информационные ресурсы, которые уже имеют популярность в Интернете. Следовательно, гипотеза, поставленная в начале статьи, подтверждается.

### Список использованной литературы

1. Конкина Н.В. Задания TIMSS, как средство развития функциональной грамотности младших школьников – Акколь – 2016год
2. Гоглачев А.В., Николаев Г.П., Лойко А.Э. РАЗРАБОТКА И ВНЕДРЕНИЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕ- СУРСОВ ДЛЯ ДИСЦИПЛИН ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ
3. Грибан О.Н., Грибан И.В. Образовательные веб-сайты как средство профессиональной самореализации // Педагогическое образование в России. 2015. №3. С. 41-47.
4. Интернет-ресурс <https://vasmirnov.ru>

## МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА ОҚУШЫЛАРҒА ЭКОНОМИКАЛЫҚ БІЛІМ БЕРУ Есмаганбетов А.М.

Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан  
E-mail: [sh161975@mail.ru](mailto:sh161975@mail.ru)

Қазіргі заман талабына сай, мектеп оқушыларының экономикалық тәрбиесін дамыту қажеттілігі күннен күнге өршуде. Бұл халықтың нарықтық қатынастарға жеткілікті түрде дайын болмауына, экономикалық сауаттылық пен экономикалық қызмет дағдыларының жеткіліксіз болуына байланысты. Сол себепті, қоғам экономикалық мәдениетті қалыптастыруды қажет етеді. Бұл қалыптастыруды жоғары сынып оқушыларын экономиканың негізгі түсініктерімен таныстыруынан бастаған жөн. Жалпы білім беру

мекемелері болашақ ұрпақтың экономикалық тәрбиесіне назар аудару керек. Таңдаған мамандығына қарамастан, тәуелсіз өмірге дайындалатын мектеп түлектері болашақта кездесетін экономикалық проблемаларды шеше білуі керек.

Оқушылар экономиканың басты ұғымдарымен негізгі пәндер оқу барысында танысады. Биология, физика, химия сабақтарында ғылым мен техниканың жетістіктерін, еңбек өнімділігін және оның өсуін қарастырса, математика сабақтарында экономикалық мазмұнды есептер шығарады.

Математика мен экономика көптеген мыңжылдықтар бойы өзара байланыста. Санның пайда болуы өндіріс, айырбастау, сауда және егіншілік мәселелерімен байланысты болды. Математика дамыған сайын оның экономикамен байланысы де күшейе түсті. Қазіргі экономикада математикалық әдістер кеңінен қолданылады. Оқушылар әрқашан экономикалық мазмұндағы мәселелерге үлкен қызығушылық танытады. Математикалық әдістермен шешілетін мәселелердің мазмұнына экономикалық білімді енгізу балаларға экономикалық ойлауды дамытуға, қазіргі нарықтық әлемде бағдарлау үшін қажет тұжырымдамалық аппаратты игеруге көмектеседі.

Математика курсына көптеген экономикалық тақырыптарды бөліп көрсетуге болады, оларды зерттеу барысында оқушылар үшін экономикалық ұғымдардың мағынасын түсіну оңай әрі қызықты болады. Экономикалық білім бастауыш мектептен бастап жоғарғы сыныптарға дейін жүзеге асырылуы керек.

Бастауыш мектепте "баға, саны, құны" тақырыбын оқу кезінде балалар тауарлар бағасының қалыптасуымен, шығындар түрлерімен, сауда саласындағы әртүрлі кәсіптермен таныса алады.

5-сыныпта «пайыздар» тақырыбын өту кезінде «акция», «салық», «несие», «көтерме сауда», «Диаграммалар» тақырыбын өту барысында «шығын», «кіріс», «бюджет» ұғымдарын, 6-сыныпта «екі айнымалысы бар сызықтық теңдеулер жүйесі» тақырыбын зерттеу кезінде экономикадағы сызықтық теңдеулерді, яғни өндіріс пен өнім шығыны, тауар бағасы мен сұраныс арасындағы, пайда мөлшері мен артық құн арасындағы және т.б. байланыстарды көрсетуге болады.

9-сыныпта «арифметикалық және геометриялық прогрессия» тақырыптарында әр түрлі экономикалық мөлшерлемелермен, математикалық дисконттаумен, вексельдердің банктік есепке алумен және т.б. жұмыс барысында экономикалық білімдерін кеңейтуге болады.

Осылайша, математика сабақтарында экономикалық мазмұны бар есептерді қолдану шығармашылық оқу үрдісіне ықпал етеді деп қорытынды жасауға болады.

Экономика негізінде алған білімдері оқушыларға отбасының экономикалық өміріне ат салысуға, нарықтық экономиканың негізін түсінуге көмегін көрсететіндігі сөзсіз.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Винокуров Е. Бизнес в три вопроса: Издержки? Цена? Выручка? // Математика в школе. – 2002. – № 8.
2. Аменд А.Ф. Состояние и развитие теории и практики экономического воспитания школьников/А.Ф. Аменд - Челябинск, Изд-во ЧГПИ, 2004г.- с. 71-73.
3. Корошенко Н.А., Кушнир Т.И., Шебанова Л.П., Яркова Г.А., Демисенова С.В. ФОРМИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ И В ВУЗЕ // Фундаментальные исследования. – 2015. – № 2-13. – С. 2956-2960
4. Мицкевич А.А. Сборник заданий по экономике. - М.: Вита-Пресс, 1998. – 36 с.
5. Симонов А.С. Экономика на уроках математики. – М.: Школа-Пресс, 1999. – 110 с.

# ОРГАНИЗАЦИЯ ПРОЕКТНОГО ОБУЧЕНИЯ В ШКОЛЕ НА ПРИМЕРЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Есмадова А.С., Джандигулов А.Р.

*Евразийский национальный университет им. Л. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*  
E-mail: [abeked@mail.ru](mailto:abeked@mail.ru)

Современному обществу требуется поколение активных, способных адаптироваться к новым условиям, принимать креативные решения, творческих, самодостаточных, способных к самообучению и саморазвитию личностей, обладающих прочными научными знаниями. Современные этапы развития общества характеризуются неопределенностью связанной с тем, что человеку приходится постоянно, в течение всей жизни адаптироваться к быстро меняющимся реалиям жизни. В связи с этим, не умаляя необходимости формировать конкретные профессиональные знания и умения, отметим, что значительно важнее научить человека проводить исследования, осуществлять проектную деятельность самостоятельно. Особенно это актуально в прикладной сфере, то есть при обучении в профессиональных учебных заведениях. В результате проектной деятельности формируется субъектная позиция обучающегося, и в дальнейшем его можно рассматривать как субъект деятельности. Общеизвестно, что обучающийся является субъектом обучения. Однако, несмотря на широкое поле научных исследований, практически неисследованной остается проблема организации проектной деятельности с целью формирования субъектности обучающихся в предметной (профессиональной) области. Сказанное подчеркивает актуальность выбранной темы исследования.

Проблема формирования субъектности обучающихся широко освещена в научной литературе. Так, А.Н. Тубельский, Г.А. Бирюкова [1] исследуют особенности проектирования образовательной среды с целью развития субъектности обучающихся. В.Л. Сластенин [2] раскрывает педагогические аспекты понимания субъектности обучающихся. Г.В. Сороковых [3] изучает субъектно-деятельностный подход в лингвистической подготовке студентов неязыковых вузов. Е.А. Сергиенко обосновывает важность системно-субъектного подхода в современной системе образования.

**Объект исследования** – изучение специальных дисциплин в среднем профессионально-техническом образовательном учреждении на примере математического моделирования электроэнергетических задач на основе топологической модели.

Раскроем более подробно тематику математического моделирования электроэнергетических задач на основе топологической модели. Основа топологической модели заключается в рассмотрении вместо реальной электроэнергетической сети – соответствующей схемы замещения.

Основы топологии схемы замещения электрических сетей были заложены в классических работах Кирхгофа и Максвелла. Практическое применение и развитие топологических методов в анализе электрических цепей стало возможным после опубликования работ Персиваля, Сешу, Мэзона, Коутса и других. В работе [4] Персиваля В.С. выведены понятия общей ветви, отображающей группу деревьев и пары обобщенных ветвей, отображающей группу 2 – деревьев графа и даны теоремы для определения групп деревьев графа схемы, составленной из подсхем, связанных деревом параллельно и в виде контура. Эта теорема послужила основой при разработке, Ионкиным П.А., Соколовым А.А. [5], способов отыскания деревьев путем разложения исходного графа схемы на узловы пары, по ветвям и по узлу. Дальнейшее развитие топологического метода, применительно к задачам анализа установившихся режимов ЭЭС, получило в работах О.Т. Гераскина [6].

Сложность формирования матриц коэффициентов токораспределения заключается в определении числителей топологических выражений путем деления сети на две части, с целью нахождения двух деревьев графа. Ахметбаевым Д.С. предложен аналитический подход к определению топологического содержания матрицы коэффициентов токораспределения на основе свойств возможных деревьев графа, без деления сети на две

части [7]. В работе [8] реализован эффективный алгоритм направленного поиска и определения весов возможных деревьев графа без привлечения ранее определенных деревьев.

Исследования, проведенные с целью анализа методов и алгоритмов поиска возможных деревьев сложного графа, привело к разработке оптимальных алгоритмов на основе принципов диакоптики [9]. Основной идеей оптимизации является построение специальных классов деревьев. При этом в процессе группировки выделяются части будущих графов, являющиеся «родительскими» для групп графов и строятся соответствующие графы существенно меньшей размерности.

На основе топологического алгоритма коэффициентов токораспределения формируется матричное уравнение установившегося режима.

**Предмет исследования** – организация проектной деятельности с целью формирования субъектности обучающихся в предметной (профессиональной) области.

**Цель исследования** - разработать и применить на практике комплекс заданий и упражнений для организации проектной деятельности с целью формирования субъектности обучающихся, в предметной (профессиональной) области.

**Задачи исследования:**

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по темам «проектная деятельность», «математическое моделирование электроэнергетических систем».
2. Раскрыть психолого-педагогическую сущность понятия «субъектность».
3. Осуществить диагностику проектных умений обучающихся.
4. Разработать и апробировать комплекс заданий и упражнений по формированию проектных умений обучающихся в предметной (профессиональной) области.
5. Проанализировать результаты опытно-поисковой работы и сделать выводы.

**Гипотеза исследования:** если создать комплекс задач и упражнений, побуждающий обучающихся к познавательной активности и самостоятельному решению, который является тренажером для формирования проектных умений у обучающихся, а также организовать совместную деятельность учителя и учащихся по решению предложенных задач и выполнения упражнений, то уровень сформированности проектных умений обучающихся повысится.

**Практическая значимость** исследования заключается в возможности использования разработанного комплекса заданий и упражнений по формированию навыков обучающегося в процессе проектной деятельности в предметной (профессиональной) области в педагогической практике педагога среднего профессионального образовательного учреждения.

### Список использованной литературы

1. Ученик - субъект образовательного процесса. Под ред. А.Н. Тубельского, Г.А. Бирюковой. М., НПО "Школа самоопределения", 2005. – 163 с.
2. Сластенин В.Л. Субъектная педагогика: контуры новой научной теории / В.Л. Сластенин // Негосударственное высшее образование: теория и современные проблемы: Сб. научн. тр. М., 1999. - С. 5-24.
3. Сороковых Г.В. Субъектно-деятельностный подход в лингвистической подготовке студентов неязыковых вузов: дис. ... д-ра пед. наук: 13.00.08., 13.00.02. / Сороковых Галина Викторовна. – Курск, 2004. – 460 с.
4. Percival W.S. Implored matrix and determinant methods of solving networks // Proceedings IEE (London).- 1954.- v.101, pt.IV, №7. - P. 258-265.
5. Ионкин П.А., Соколов А.А. Основы построения и преобразования графов для расчета электрических цепей // Электричество. 1964.- №5. - С. 67-73.
6. Гераскин О.Т. Графы электрической сети и топологические формулы // Известия АН СССР. Энергетика и транспорт. 1971.- №4. - С. 66-75.
7. Ахметбаев Д.С. Метод расчета установившихся режимов электрических сетей на основе коэффициентов токораспределения // Электричество. Москва. 2010., №11, С.23-27
8. Ахметбаев Д. С., Джандигулов А.Р., Ахметбаев А.Д., Ахметова С.О. Оптимизация алгоритма нахождения остовных деревьев графа. Методические вопросы исследования надежности больших систем:



## КРИПТОГРАФИЯНЫҢ МАТЕМАТИКАЛЫҚ НЕГІЗДЕРІ

Жетпісов Қ., Мусабеков А.К.

*Л.Н. Гумилев атындағы Еуразия ұлттық университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

E-mail: [zhetpissov\\_k@enu.kzmussabekov\\_ak\\_1@enu.kz](mailto:zhetpissov_k@enu.kzmussabekov_ak_1@enu.kz)

Криптографиялық алгоритмдер және шифрлау теориясы пәнін оқып игеруде ақырлы өрістер теориясын меңгеру өте маңызды.

Шифрлау платформасындағы әріптерді цифрлаудан бастап, мәтінді шифрлауда, ақпаратты сақтауда, өңдеуде, таратуда және оны компьютерлік тілге ауыстыруда (кодтауда) толығымен осы ақырлы өрістердің негізгі ұғымдары мен тұжырымдары қолданылады.

Қазіргі заманауи шифрлау платформаларындағы ақпаратты тарату процессін оқып-үйренуде үлкен құрама  $n$  – санын таңдаудың ерекшелігіне тоқталғымыз келеді. Классикалық шифрлау алгоритмдерінде (Эль-Гамаль, Шамир, RSA, DES) осы үлкен санды таңдаудағы ерекшелікке көңіл аударған жөн.

Егер  $n$  – құрама сан болса, онда  $Z_n$  – айырмалар сақинасының өріс болмайтыны түсінікті. Ашық кілтті криптожүйелерде абоненттің құпия кілтін таңдауда осы санның жай көбейткіштерін таңдайтындығы белгілі, яғни,  $n = p \cdot q$  және  $p, q$  әртүрлі жай сандар болса, онда  $p$  – бірінші абоненттің құпия кілті,  $q$  – екінші абоненттің құпия кілті болады.  $Z_p$  және  $Z_q$  сақиналары өріс болғандықтан ақпаратты жолдау және қабылдау (жауап жазу) бірмәнді анықталатындығы түсінікті. Алгоритмдердегі осы  $n, p, q$  – сандарының қалай сәйкестендірілетіндігін студенттерге түсіндіру өте маңызды. Шын мәнісінде,  $Z_n$  сақинасы  $Z_p$  және  $Z_q$  сақиналарының декарттық көбейтіндісі болатын  $Z_p \times Z_q$  сақинасымен ауыстырылады.

Онда  $Z_p \times Z_q$  сақинасы шифрлау процесінде қалай жұмыс істейді?

$Z_n$  және  $Z_p \times Z_q$  изоморфты сақиналар.  $n$  – құрама сан болғандықтан  $Z_n$  сақинасында нөлдің бөлгіштерінің кері элементтері жоқ. Яғни, бұл ақпараттың дұрыс және толық жолдануына және қабылдануына кедергі жасайды. Егер  $Z_n$  сақинасын  $Z_p \times Z_q$  сақинасымен ауыстырсақ, онда нөлдің бөлгіштерін «айналып өтуге» болады.

Ол үшін ақпарат жолдаушы (1 – абонент)  $Z_p$  – өрісінде барлық ақпаратты жолдайды. Ақпаратты қабылдаушы (2 – абонент) оны  $p$  – лық санау жүйесінен  $q$  – лік санау жүйесіне ауыстырып оқиды. Екінші абонент (қабылдаушы)  $Z_q$  – өрісінде өз ақпаратын жолдайды. Ал, бірінші абонент бұл ақпаратты  $q$  – лік санау жүйесінен  $p$  – лық санау жүйесіне ауыстырып оқиды.  $Z_p \times Z_q$  сақинасының әрбір элементінің бірінші компонентін бірінші абонент қолданса, екінші компонентін екінші абонент қолданады.

Үлкен  $n$  – саны бірнеше жай сандарға жіктелсе, сонша абонент құпия ақпараттармен алмаса алады.

$n = p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_k$  болса, онда

$$Z_n \cong Z_{p_1} \times Z_{p_2} \times \dots \times Z_{p_k}$$

Шифрлау алгоритміндегі осындай түрлендірулердің орындалатынын жақсы түсіне білу әріректе кодтау теориясы пәнін оқып-үйренуде көп септігін тигізеді.

Кодтау – ақпаратты екілік санау жүйесіне ауыстыру болып табылады.

Бұл процестегі негізгі сұрақтар түзелетін және түзелмейтін қателерге қатысты туындайды. Атап айтқанда, «синдромдар» көпшілік жағдайда жоғарыда айтылған шифрлау

алгоритмдеріндегі санау жүйесіне көшу кезеңдеріндегі әртүрлі қателердің нәтижесінде пайда болады.

Сондықтан криптографиялық алгоритмдер және шифрлау теориясы пәні мен кодтау теориясы пәндерінің арасындағы сабақтастықты ұштастыруда студенттерге ақырлы өрістердің негізгі қасиеттерін және оларды қолданудағы сақинадан ақырлы өріске өту жолдарын нақты айқындап, оларды тәжірибелік мысалдармен толықтыра отыра оқып-үйрену өте маңызды.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Қ. Жетпісов., Ж.А. Түсіпов., Т.Т. Оспанова., Н.Д. Мархабатов. Криптографияның математикалық негіздері. Оқу құралы. – Астана: СКАМАДИ баспасы, 2018. – 143 бет.
2. Қ. Жетпісов., Б.Н. Рахымжанов., А.О. Башеева., А.К. Мусабеков. Дискретті математика пәнінен лабораториялық жұмыстар практикумы. Оқу – әдістемелік құрал. – Нұр-Сұлтан: «Печатный мир» баспасы, 2021. – 104 бет.

## **ЭКОЛОГИЯЛЫҚ ҮДЕРІСТЕРДІ МОДЕЛЬДЕУ МЕН ТАЛДАУДЫҢ НЕГІЗГІ ӘДІСТЕРІ**

**Кервенев Қ.Е., Естаев Д.Е., Жанузакова Д.Б.**

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан;*

*Ә.Бөкейханов атындағы №1 гимназия, Тараз, Қазақстан;*

*Ө.Жолдасбеков атындағы №50 орта мектеп, Тараз, Қазақстан*

E-mail: [kervenev@bk.ru](mailto:kervenev@bk.ru), [d.estaev3092@list.ru](mailto:d.estaev3092@list.ru)

Модельдеу-әртүрлі оқу пәндерінен білімді біріктіруге мүмкіндік беретін тиімді құрал. Жалпы модельдеу және компьютерлік модельдеу маңызды гуманистік функцияны орындай алады, өйткені белгілі бір антропогендік факторлардың салдарын болжау мүмкіндігі тіпті жаһандық масштабта (планетаның климатының өзгеруі, ядролық қыс және т.б.) қауіпті және жағымсыз құбылыстарды болдырмауға мүмкіндік береді. Демек, ол қазіргі қоғамдағы саяси ойлаудың мазмұны мен стилін қалыптастыра алады. Зерттеу мақсатына байланысты кез-келген объект үшін көптеген түрлі модельдер жасалуы мүмкін. Мысалы, егер біз жануарлардың популяциясы сияқты күрделі жүйені алсақ, онда тіршілік процестерін сипаттау үшін биологиялық объект ретінде жеке жануарлардың моделі қолданылады, зерттеуші жануарлар тобының тіршілігін модельдеу үшін басқа, этологиялық (тіршілік) модельді қолданады, ал жеке адамдар санының өзгеру динамикасын болжау үшін мүлдем басқа экологиялық модель жасалады. Содан кейін бір модельді құру кезінде маңызды объектінің қасиеттері басқасына мүлдем елеусіз болуы мүмкін. Зерттеушінің мақсаты-орта деңгей табу: процестің моделін оны негізгі белгілерінен айырмай жасау.

Жеке популяциялар мен олардың қауымдастықтарының санының динамикасын сипаттаудың алғашқы әрекеттері 18 ғасырға жатады. Қазіргі математикалық экология біздің ғасырдың 20 - жылдарында пайда болды-дәл осы кезде математика әдістері мен модельдеу идеялары биологияға ене бастады. Математикалық экология-бұл тиісті математикалық модельдерді зерттеу негізінде өсімдіктер мен жануарлар организмдерінің және олар құрған қауымдастықтардың өздері мен қоршаған орта арасындағы байланысы туралы ғылым. Қазіргі экологияның алдында көптеген проблемалар бар, бірақ олардың негізгілері, біздің ойымызша, мыналар: - антропогендік факторлардың әсерінен экожүйенің жай-күйін болжау; - әр түрлі қалпына келтірілетін табиғи ресурстарды пайдаланудың оңтайлы стратегиясын таңдау; - дақылдарды зиянкестермен күресу үшін популяциялар мен олардың қауымдастықтарын басқару пестицидтерді қолдану арқылы емес, олармен байланысты құралдармен зиянкестердің табиғи жауларын қолдану. Біз экологиядағы математикалық модельдеудің бірнеше мысалын қарастырамыз, олардың көмегімен біз осы ғылымның ерекшеліктерінен туындайтын жаңа тәсілдер мен идеялармен танысамыз. Сонымен қатар,

дәстүрлі түрде біз қарапайымнан күрделіге өтуге тырысамыз, яғни алдымен ең жеңілдетілген модельдерді қарастырамыз, содан кейін оларды біртіндеп жетілдіреміз.

Популяцияның өсу динамикасының алғашқы модельдерінің бірі ағылшын экономисі және діни қызметкері Т.Мальтусқа (1766-1834) тиесілі, ол өзінің "популяция Заңы туралы тәжірибе" (1798) еңбегінде адамзат қоғамында, барлық жабайы табиғат сияқты, жеке тұлғалардың шексіз көбеюінің абсолютті заңы бар деп мәлімдеді. Бұл жағдайда жер халқының өсуі экспоненциалды түрде жүреді, ал өмір сүру құралдары тек арифметикалық жағынан артады. Математикалық түрдегі Мальтус моделі өте қарапайым көрінеді.

Шексіз тамақтану жағдайында өмір сүретін микроорганизмдердің колониясын қарастырыңыз. Көбею мен өлімге байланысты бұл колониядағы тірі организмдердің саны уақыт өте келе өзгереді. Осы өзгеріс Заңын табамыз.

Айталық,  $N(t)$  дегеніміз,  $t$  уақыт кезіндегі зерттелетін популяция саны, ал  $N(t+dt)$  дегеніміз  $t+dt$  уақыт кезіндегі зерттелген популяция саны болсын.  $dt$  шамасы- модельді таңдауға байланысты болатын ең қысқа уақыт аралығы. Онда,  $N(t+dt) - N(t) = dN$  айырымы  $N(t)$  функциясының өсімшесі -  $t$  дан  $t+dt$  уақыт аралығындағы популяциядағы жеке түрлер саны.

Популяция санының салыстырмалы өсуі -  $dN/dt$  қатынасы. Мальтустың айтуынша, популяцияның өсу қарқыны сол кездегі оның санына тікелей пропорционалды немесе

$$dN / dt = aN,$$

мұндағы  $a$  - пропорционалдылық коэффициенті.

Мальтус моделінде белгілі бір популяция үшін бұл мән тұрақты болып қалады және онда популяцияның тез туылуы мен өлімі көрсетіледі. Қарапайым жағдайда  $a$  коэффициенті туу мен өлім арасындағы айырмашылық. Сондықтан  $a$  мәні оң да, теріс те болуы мүмкін. Популяция динамикасының бұл қарапайым моделі мальтустік немесе экспоненциалды модель деп аталады, өйткені бұл теңдеудің шешімі экспоненциалды функция

$$N(t) = N(0)\exp(at),$$

мұндағы  $N(0)$  - бастапқы  $t=0$  уақыттағы популяция саны. Экспоненциалды функцияның қасиеттеріне сүйене отырып,  $a > 0$  -дегі Мальтус моделі популяцияның шексіз өсуіне мүмкіндік береді, ал  $a < 0$  кезінде популяция саны асимптотикалық түрде нөлге ұмтылады, бұл популяцияның өліміне әкеледі. популяцияның шексіз өсуіне мүмкіндік береді.

$t$  және  $t + dt$  уақытының екі ерікті сәтін қарастырайық. Айталық,  $t$  уақыт кезінде популяция саны  $N(t)$ , ал  $t+dt$  уақыт кезінде популяция саны  $N(t+dt)$  болсын.

Сонымен,  $dt$  уақыт кезінде популяция санының өзгеруі

$$dN = N(t+dt) - N(t), \text{ немесе } N(t+dt) = N(t) + dN$$

шамасын құрайды.

Осыдан

$$N(t+dt) = N(t) + a N(t) dt$$

Бұл теңдеу Мальтустың экспоненциалды теңдеуінің айырмашылық аналогы болып табылады. Бұл кез-келген уақытта популяция санын біле отырып, сіз әрқашан  $dt$  кезеңнен кейін популяция санын таба аласыз дегенді білдіреді.

Осылайша, популяция динамикасын әр уақыт аралығы  $dt$  арқылы популяция санын дәйекті түрде есептеу арқылы  $t$ -тің үлкен уақыт аралығында байқауға болады. Мальтус моделі экологиядағы шектеусіз өмір сүру ресурстарына ие популяциялардың түрін сипаттайтын алғашқы модельдердің бірі. Бұл модель  $a > 0$  кезінде популяцияның шексіз өсуін,  $a < 0$  кезінде оның қайтымсыз жойылуын, ал  $a = 0$  кезінде популяция тепе-теңдік күйінде болады. Бұл модель, оның қарапайымдылығына қарамастан, практикалық қызығушылық тудырады, өйткені ол белгілі бір микроорганизмдердің популяциясының өсуін шектеулі уақыт аралығында көбейтеді. Өсімдіктер мен жануарлар әлемі популяциясының өзгеруін Мальтустың қарапайым Заңымен сипаттауға болмайды, өсу динамикасына көптеген өзара байланысты себептер әсер етеді - атап айтқанда, әр түрдің көбеюі өзін-өзі реттейді және түрдің эволюция процесінде сақталуы үшін өзгертіледі.

Экологияда зерттейтін жүйелер — биоценоздар, биогеоценоздар, қауымдастықтар, экожүйелер — бұлар аса күрделі жүйелер болып табылады. Оларда көп мөлшерде өзара байланыстылық, беріктілік және үнемі өзгеріп отыратын тұрақтылық байқалады. Жүйе өзіне әсер болған кездегі күйіне байланысты, сырттан түскен әсер әр түрлі, кейде тіпті тура қарама-қарсы нәтижеге әкелуі мүмкін.

Қарағанды университетінің биолого-география факультетінің экология мамандығында экологиядағы математикалық модельдер пәнін оқыту - студенттерді табиғи-антропогендік жүйелердің дамуы, құрылымы, өмір сүру және динамикасын, қоршаған орта аясындағы өзара әрекеттесуді және байланыстарды зерттеу үшін математикалық модельдерді құрастыру тәсілдерімен және теориялық ізденістермен таныстыру болып табылады.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Н.В.Перцев, Г.Е.Царегородцева, Математическая модель динамики популяции, развивающейся в условиях воздействия вредных веществ, Сиб. журн. индустр. матем., 2010, том 13, номер 1, 109–120.
2. Абросов Н. С., Боголюбов А. Г. Экологические и генетические закономерности сосуществования и коэволюции видов. Новосибирск: Наука, 1988.
3. Абросов Н. С. Экологические факторы и механизмы формирования видового разнообразия экосистем и проблема совместимости видов // Экология в России на рубеже XXI века. М.: Науч. мир, 1999. С. 54–69

## **ОҚУ МЕН ЖАЗУ АРҚЫЛЫ СЫН ТҰРҒЫСЫНАН ОЙЛАУДЫ ДАМУ**

**Қайратқызы А., Горбунова Н.А.**

*Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды мемлекеттік университеті, Қазақстан*

E-mail: kairatkyzy\_ainur@mail.ru

Қазіргі білім беру жағдайында айтарлықтай өзгерістер орын алуда. Содан бері бүкіл әлемде жоғары ғылыми және технологиялық әзірлемелер орын алды. Сонымен қатар, қазіргі жас ұрпаққа қойылатын талаптар артып келеді. Осыған байланысты білім беру жүйесіне әртүрлі өзгерістер енгізіліп, оқытудың әртүрлі әдістері мен формалары пайда болады. Олардың бірі – «сын тұрғысынан ойлау». Ұлттық білім беру жүйесі үшін сыни ойлауды қалыптастыру-шұғыл қажеттілік. Білім беру қызметі, сайып келгенде, идеалды қоғам құруға бағытталған және бұл тұрғыда сыни ойлау негізінде қалыптасқан мектеп сыныбы да үлкен мақсаттарға жетуге қадам болып табылады.

Сыни тұрғыдан ойлау дегеніміз – оқушылардың қызығушылығын арттыра отырып, өз ойларын еркін және білім беру арқылы білдіру қабілеті. Сыни тұрғыдан ойлау дегеніміз-ойлауды тастап, оқушы басқалардың ойларына сыни көзқараспен қарауға, талдауға, салыстыруға, ретке келтіруге, жүйелеуге, зерделеуге, көрсетуге және ол білмеген нәрсені шығаруға бағытталған тәуелсіз және бірлескен шығармашылық жұмыс. Сыни тұрғыдан ойлау – бұл оқу мен жазуды дамыту бағдарламасы. Оқушыны мұғаліммен, сыныптастарымен еркін сөйлесуге, ұрысуға, бір-бірінің ойларын тыңдауға, құрметтеуге, қиындықтарды жеңуге, өзекті мәселені шешудің жолдарын іздеуге шақыратын бағдарлама. Сыни тұрғыдан ойлау негізінен талқылау, жазбаша жұмыс және мәтіндермен белсенді жұмыс арқылы қалыптасады. Оқу және жазу – бұл ақпаратты алатын және беретін негізгі процестер, сондықтан оқушыларды тиімді оқып, жазуға үйрету керек [1].

Оқу мен жазу арқылы сын тұрғысынан ойлауды дамыту, оқу және жазу процесінде ақпаратпен жұмыс істеу дағдыларын қалыптастыратын тұтас жүйе болып табылады. Осы технология бойынша өткізілетін сабақтар технологиялық тізбек бойынша құрылады: шақыру – түсіну – Рефлексия. Әр сабақта сіз оқу, жазу және барлық жастағы оқушылармен жұмыс жасау арқылы сыни ойлауды дамытуға жүгіне аламыз.

Бірінші кезең-шақыру. Бұл кезең: оқушының белгілі бір тақырып немесе проблема бойынша білімін жаңартуға және қорытындылауға; оқу пәніне үнемі қызығушылық тудыруға, оқушыны оқу іс-әрекетіне ынталандыруға; жауап алғыңыз келетін сұрақтар қоюға; оқушыларды сыныпта және үйде белсенді болуға ынталандыруға мүмкіндік береді. Шақыру

кезеңінде мәлімделген тақырып бойынша білім жаңартылады, яғни мәтінмен танысқанға дейін оқушы нақты материал туралы ойлана бастайды. Бірінші кезеңде мотивациялық механизмдер қосылады, мақсат анықталады. Бұл кезеңде «Топтау», «Ойлану», «Түртiп алу», «Жұпта талқылау», «Әлемдi шарлау», «Болжау», «Миға шабуыл» әдістердi қолданған тиімдi. Сабақтарды мұғалiм өз шеберлiгiне байланысты түрлендiрiп отырып өткiзсе, оқушылардың қызығушылығын арттырады. Мысалға «Әлемдi шарлау» стратегиясы- Өтiлiп жатқан тақырыпқа топ болып жоба құрады. Әр топтың басшысы жобаны қорғайды. Басқа топтар жобаны тыңдап, талқылап, бағалайды [2].

Екiншi кезең-түсiну. Мұнда басқа мiндеттер бар. Бұл кезең бiлiм алушыға: жаңа ақпарат алуға, оны түсiнуге; бар бiлiмге сiлтеме жасауға; бiрiншi бөлiмде қойылған сұрақтарға жауап iздеуге мүмкiндiк бередi. Түсiну кезеңiнде мәтiнмен тiкелей жұмыс жасалады-оқу, ол оқушының iс-әрекетiмен, кесте құрумен, сабақтың бiрiншi бөлiгiнде қойылған сұрақтарға жауап iздеумен және т.б. жүредi, нәтижесiнде оқушылар жаңа ақпарат алады, жаңа және қол жетiмдi бiлiмдi байланыстырады, алынған мәлiметтердi жүйелейдi. Осылайша, оқушының өзi өзiнiң түсiнiгiн ұстанады. Оқушылардың тақырып бойынша жұмыс жасауға көмектесетiн оқыту стратегиялары бар. «Өзара оқыту», «ЖИГСО», «INSERT» т.б стратегияларды қолдану кезiнде оқушылар алған бiлiмдерiн салыстыруды қолданады, тұжырымдама жасайды. INSERT – оқығанын түсiнуге, өз ойына басшылақ етуге, ойын бiлдiруге үйрететiн ұтымды құрал. Ол оқушыға оқу, тақырыппен танысу барысында «V» - «бiлемiн», «-» - «бiлмеймiн», «+» - «мен үшiн жаңа ақпарат», «?» - «менi таңқалдырады» белгiлерiн қойып отырып оқу тапсырылады. «INSERT» стратегиясы арқылы мағынаны түсiнудi ұйымдастыру әңгiменiң соңына тез жету, оқығанды еске сақтау, мәнiн жете түсiнудiң бiрден-бiр кепiлi [3].

Үшiншi қадам – рефлексия. Мұнда олардың негiзгiлерi: - алынған ақпаратты тұтас ұғыну, қорыту; - оқушының жаңа бiлiмдi, жаңа ақпаратты игеруi; - әрбiр оқушының оқылатын пәнге өз көзқарасын қалыптастыру. Рефлексия кезеңiнде ақпарат жалпыланады, жазудың рөлi артады. Жазу материалды түсiнуге және оқығанды түсiнуге ғана емес, сонымен қатар жаңа гипотезаларды бiлдiруге де көмектеседi. Оқу және жазу арқылы сыни ойлауды дамыту технологиясында белгiлi бiр кезеңде де, бүкiл сабақ үшiн оқу стратегиясы ретiнде де қолданылатын әртүрлi әдiстер мен әдiстер қолданылады. Екiншi жағынан, бұл стратегияны қолдану ақпаратпен қасақана жұмыс жасау дағдыларын дамытуға бағытталған [4]. Рефлексия кезеңiнде жаңа ақпаратты жинақтау және жүйелеу, оған баға беру, оқу материалына өзiндiк көзқарасын қалыптастыру мақсатында «Венн диаграммасы», «Еркiн жазу», «Семантикалық карта», «Т кестесi», «Синквейн» сияқты стратегиялар әр сабақтың ерекшелiгiне, ауыр-жеңiлдiгiне қарай лайықтала қолданылады. Олар оқушылардың бiр-бiрiмен ой алмастыруын, ой түйiстiруiн қамтамасыз етедi. Әр оқушы өз шығармашылығын көрсете алады. Мысалға

«Синквейн» әдiсi – тақырыпқа сәйкес бес жол өлең жазу.

Бiрiншi жол – тақырыптың атауы (зат есiм);

Екiншi жол – тақырыпты сипаттайтын екi сөз (сын есiм);

Үшiншi жол – тақырып туралы қимылды бiлдiретiн үш сөз (етiстiк);

Төртiншi жол – тақырыпқа қатысты төрт сөзден тұратын сөз орамы;

Бесiншi жол – бiр сөз – тақырыптың мәнiн ашатын синоним сөз.

Оқушылар синквейндi дәптерге жазады. Мысалы:

1. MS Excel бағдарламасы

2. Электронды, көркем

3. Құру, редакциялау, пішімдеу

4. Excel есептеу жұмыстарын жүргізеді [5].

Қорытындылай келе, оқу мен жазу арқылы сын тұрғысынан ойлауды дамыту әдiстерiн қолдана отырып, мұғалiм оқушының жеке басын, ең алдымен шет тiлiн тiкелей оқытуда дамытады, нәтижесiнде танымдық белсендiлiк пен өзiн-өзi жетiлдiруге қолайлы жағдай жасайтын коммуникативтi құзыреттiлiк дамиды. Сыни ойлаудың маңызды факторы-сiздiң көзқарасыңызды сенiмдi және нақты тұжырымдау және сенiмдi дәлелдер келтiру мүмкiндiгi. Мұғалiмнiң мiндетi - оқушылардың бойында төзiмдiлiк пен басқаларды тыңдай бiлу сияқты

қасиеттерді дамыту. Осы мақсаттарға жету үшін сыныпта барлық жұптық және топтық жұмыстарды, соның ішінде пікірталастар мен пікірталастарды өткізу маңызды.

### **Қолданылған әдібиеттер тізімі**

1. Кузнецова Е. г.оқу және жазу арқылы сыни (шығармашылық) ойлауды дамыту технологиясы // Педагогика мәселелері журналы, 2015.
2. Заир-Бек С. И. сабақта сыни ойлауды дамыту: жалпы білім беру мекемелерінің мұғалімдеріне арналған құрал/ С.и. Заир-Бек, И. В. Муштавинская.-2 бас., дораб.-М.: Білім, 2011.-223с.
3. Бахарева С. оқу және жазу арқылы сыни ойлауды дамыту. Оқу-әдістемелік құрал. - Новосибирск, 2011.
4. Абильдина, А.А. Сын тұрғысынан ойлауды дамыту технологиясы-оқушылардың ақпараттық құзыреттілігін дамыту құралы / А.А. Абильдина // Білім кілті.- 2013.- №3.
5. Қабдығалиева, Б.Т. Сыни тұрғысынан ойлау қабілетін қалыптастыруға бағытталған әдіс-тәсілдер / Б.Т. Қабдығалиева // Білім көкжиегі.- 2014.- №9 (51).- Б.15-16.

## **МАТЕМАТИКА ОҚУЛЫҚТАРЫ МЕН ҚОСЫМША ОҚЫТУ ҚҰРАЛДАРЫНЫҢ АРАСЫНДАҒЫ ТАҚЫРЫПТЫҚ БАЙЛАНЫС**

**Қосыбаева У.А., Қауымбек И.С., Смаилова А.С., Оразбекова Р.А.**

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды., Қазақстан  
e-mail: [umit1980@mail.ru](mailto:umit1980@mail.ru)*

Білім беруді дамытудың 2020–2025 жылдарға арналған бағдарламасында: бүгінгі білім берудің басты мақсаты – тек білім, біліктілік, дағдылар жүйесіғана емес, осы білімді өмірде қолдана алу, өз бетімен білім алу, құбылмалызаманда тиімді өмір сүріп, жұмыс істеу дағдыларын дамыту қажет, делінген[1].

Оқушының жеке басының жалпы және ерекше қасиеттерін қалыптастыруда математика пәні маңызды рөл атқарады. Математика оқушыларға өз іс-әрекеттерін оңтайландыруға, шешім қабылдауға және іс-әрекеттерді тексеруге, қателерді түзетуге, дәлелді және дәлелденбеген тұжырымдарды ажырата білуге үйретеді.Математиканы оқыту кезіндегі тест тапсырмалары арқылы оқушылардың оқу іс-әрекетін ұйымдастыру үрдісі орта мектептің және колледждің әрбір түлегі қазіргі заманғы өндірістік және әлеуметтік үрдістерге оңтайлы бейімделуі үшін неғұрлым мақсатты, әдіснамалық және әдістемелік тұрғыдан негізделген болуын қажет етеді. Осыған орай, заманауи қоғамға сай шығармашылықпен ойлайтын білімді, білікті, саналы ұрпақты даярлау қажеттілігі мен математиканы оқытуда тест арқылы оқушылардың оқу іс-әрекетін ұйымдастырудың әдістемелік негіздерінің жете зерттелмеушілігі арасында қарама-қайшылық туындап отыр. Анықталған қарама-қайшылық математиканы оқыту үрдісінде оқушылардың оқу іс-әрекетін тест арқылы ұйымдастырудың әдістемесін негіздеу біздің зерттеуіміздің проблемасын туындатты. Орта мектеп математикасын оқытуда қолданылатын оқыту құралдары сан алуан. Олардың қатары бүгінде оқулықтар, оқыту құралдары, есептер жинағы, дидактикалық материалдар, плакаттар, электронды плакаттар, интернет парақшалар, интернет каналдар т.б. Яғни олар:

- классикалық оқулыққа қосымша немесе оны толық ауыстыру ретінде қағаз немесе электронды тасымалдағышта шығарылатын оқу басылымы;
- сабақта көрнекі құрал ретінде қолданылатын арнайы заттар мен материалдар.

Әр түрлі оқу құралдарының көмегімен мұғалім сыныпта шығармашылық және қызықты орта жасайды. Бұл жаңа материалды тиімді қабылдауға ықпал етеді және оқушының алдыңғы сабақтарда алған білім деңгейін тез және объективті тексеруге мүмкіндік береді.Барлық оқу-әдістемелік құралдар оқудың құрамдас бөлігі мен оқу бағдарламасының мазмұнына толық сәйкес жасалады. Сонымен қатар, олар оқушылардың жас ерекшеліктерін және даму деңгейін ескеруі керек. Қауіпсіздік талаптарын және санитарлық-гигиеналық нормаларды сақтау міндетті шарт болып табылады.Оқу құралдарының келесі түрлері бар:

- электрондық (презентациялар, электрондық кітаптар, интерактивті ойындар, плакаттар);

- дыбыс-техникалық (аудиожазбалар, бейне – және DVD фильмдер);
- баспа (кестелер, плакаттар, стендтер, портреттер, үлестірме және дидактикалық карталар);
- көлемді (макеттер, модельдер, табиғи заттар және олардың имитациялары) [2].

Оқу құралы әлі бекітілген оқулықтың баспа аналогы болуы мүмкін. Мұндай ауыстыру білім берудің жаңа стандарттарына көшу кезеңінде, базалық оқу әдебиетімен жұмыс жасау кезеңінде туындайды. Нұсқаулықтар көбінесе білімнің жеке бөлімдерін ұсынады және материалды толық қамтуды талап етпейді. Бір мезгілде жаңа білім берудің оқу ақпараттарынбайқап көруге көмектеседі. Бұл білім беру бағдарламасының компонентіне қатысты. Өңірлік деңгейде оқулықтардың мұндай түрлері авторлардың толыққанды жұмысы бола алады, бірақ мазмұны бойынша олар тек жергілікті тақырыпты қамтиды (мысалы, аймақтық экономика, тарих, география және туған өлкенің көрікті жерлері).

Мектеп үшін оқыту үрдісіндегі ең басты оқыту құралы – оқулық. Орта білім беру жүйесінде негізгі оқулық ретінде ұсынылатын барлық оқулықтар бірнеше кезеңнен сараптамадан өту арқылы оқушының алдына келеді. ҚР БҒМ Республикалық ғылыми-практикалық білім мазмұнын сараптау орталығы арқылы сараптамадан өтетін оқулықтар өз функцияларын толық қанды орындауы керек. Сонымен оқулық ол:

- оқулық – оқу бағдарламасы мен дидактиканың талаптарына, оқыту мақсатына сай оқу пәнінің мазмұнын ғылыми негізде, жүйелі баяндайтын кітап. Оқулық оқу орындарының типіне қарай (бастауыш, орта, кәсіптік-техникум, жоғары оқу орындары) жасалады. Әр түрлі ұлт мектептері үшін нақты ұлттың ана тілі мен әдебиетінің ерекшеліктерін ескере отырып оқытылатын ағылшын, орыс тілі, т.б. оқулықтар шығарылады;

- оқулық- оқу бағдарламасына сәйкес пәннің материалдары жүйелі түрде ұсынылатын кітап;

- оқулық – пәндік білімді жүйелі түрде оқушының жасына сәйкес ұсынатын жалпы кітап т.б [3].

Математиканы оқыту әдістемесі математика пәнінің ерекшеліктеріне негізделген оқу-тәрбие жүйесі жайындағы ғылым. Бұл жүйені меңгеру математиканы оқыту мен математика пәні арқылы оқушыларды тәрбиелеу ісін ұйымдастыруға мүмкіндік береді. Математиканы оқыту әдістемесі мұғалімнің оқу материалдарын беру, оқушылардың математикалық білімді саналы меңгеру және алған білімін практикада қолдану іскерліктерін шыңдау әдістері мен құралдарын тағайындайды:

- математиканы не үшін оқыту керек?
- нені оқыту керек? Қандай тәртіппен, ретпен оқыту керек?
- математиканы қалай оқыту керек?

Мектептің оқу жоспарларында және жеке пәндердің бағдарламаларында білім алушылардың қабілеттілігін шыңдайтын мақсат жеткіліксіз, тек білімділігі мен біліктілігіне қойылатын талаптар қалыптасқан. Сонымен, математиканы оқыту практикасында білім алушылардың орнықты білім деңгейі талап етіледі, өйткені бұрынғы өткен материалдарды білмесе, жаңа материалды меңгеру мүмкін емес. Орта мектеп математикасын оқытуда қолдануға арналған арнайы сайт жұмыс жасайды. Бұл сайттың негізгі ерекшелігі сол «Математика оқулығы» жобасы негізінде жасалып, бірнеше жылдық архив берілген. Жоба нәтижесінде әр сынып бойынша кирилл қарпімен шыққан барша математика пәні оқулықтары (1940 жылдан бастап) жинақталып, цифрлық форматқа айналдырылды. Жұмыстың негізгі сұлбасын және алғашқы нәтижелерді мына сілтеме арқылы көруге болады: <http://zkoipk.kz/kz/math-textbook-project.html>. Осы сайтта 1-11 аралығындағы бағандар әр сыныптың реттік санын көрсетеді. Әр сынып бойынша кирилл қарпімен шыққан барша математика пәні оқулықтарын (шамамен 1940-2020 жылдар аралығы) жинақтап, планшетті сканер көмегімен цифрлық форматқа айналдыру. Әр бағандағы сыныпқа кіргенде ондағы кітаптар ескіден бастап жаңаға дейін бар. Осындай тест жинақтары мен қосымша оқулықтарда бар. Бұл балаларға жан жақты қарастыруға тиімді.

Математика пәнінде сайттар арқылы оқыту дараландырылған, әр оқушы мен мұғалімнің жұмыс стиліне бейімделу мүмкіндігі, өз бетінше заманауи интернет технологиялары мен қашықтықтан оқытуды қолдану әр түрлі виртуалды кәсіби қауымдастықтарды (мысалы, мұғалімдер қоғамдастығын) оңай қалыптастыруға, мұғалімдермен өзара қарым-қатынас жасауға, мәселелерді талқылауға, жалпы міндеттерді шешуге, тәжірибе, ақпарат және т. б. алмасуға мүмкіндік береді. Қазақстан Республикасының білім беру жүйесінде қашықтықтан оқытуды дамыту интернет технологиялардың дамуына және қашықтықтан оқыту әдістерін жетілдіруді талап етеді.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Қазақстан Республикасында білім беруді дамытудың 2020–2025 жылдарға арналған бағдарламасы /www.adilet.kz
2. Қаңлыбаев Қ.И. Математиканы оқыту әдістемесі: оқулық. - Алматы: Дәуір, 2013. - 366 б.
3. Қойшыбаева Н.И. Пәнді оқытудың жаңа технологиялары: оқу құралы. Қарағанды мемлекеттік ун-ті . - Қарағанды : ҚарМУ баспасы, 2012. - 140 б.

## 5-7 СЫНЫПТАРДА АЛГЕБРА КУРСЫН ОҚЫТУДЫҢ КЕЙБІР ЕРЕКШЕЛІКТЕРІ

**Қосыбаева Ү.А., Ахманова Д.М., Шаматаева Н.К., Бейсенова Д.Р.**

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [umit1980@mail.ru](mailto:umit1980@mail.ru)

Қазіргі уақытта қазақ тілінде әдістемелік материалдар құрастыру математика пәні мұғалімдерінің алдында тұрған өзекті мәселелердің бірі.

Қорытынды бақылауларда, ҰБТ тапсыруда «Теңсіздіктер» тақырыбына арналған есептер көп кездеседі, алайда оқушыларға осы тақырыпты оқыту біршама қиындық туғызуда. Мұғалімнің негізгі мақсаты - оқушылардың білімділік, шығармашылық қабілетін дамыту екені белгілі. Осыған байланысты оқытудағы әдістемелік дәстүрді қайтадан қарастырудың қажеттігі туындайды.

Мектепте алгебра курсына «Теңсіздіктер» тақырыбын оқытудың мақсаты - бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздіктер мен олардың жүйелерін шешу іскерлігін қалыптастыру. Оқу бағдарламасында «Теңсіздіктер» тақырыбы екі параграфтан тұрады: «Сандық теңсіздіктер және олардың қасиеттері», «Бір айнымалысы бар теңсіздіктер және олардың жүйелері». Материалдың баяндалуы «Сандық теңсіздіктер» бөлімінде «үлкен», «кіші» ұғымдарына анықтама беруден басталады. Енгізілген анықтамалар сандық теңсіздіктердің қасиетін дәлелдеуге қажет ұғымдар болып табылады.

Тақырыптың «өзектері»:

- «үлкен», «кіші», «теңсіздік» ұғымдары;
- сандық теңсіздіктер қасиеттері;
- сандық теңсіздіктерге амалдар қолдану.

Материалдың баяндауы алгебралық амалдарға, теңбе-теңдіктерді түрлендіруге, координаттық түзу ұғымына, арифметикалық амалдар заңдылықтарына сүйенеді. Осы параграфтағы жаттығулар жүйесін келесі топтарға бөлуге болады:

- «үлкен», «кіші» ұғымдар анықтамасын бекіту;
- теңсіздіктерді дәлелдеу;
- теңсіздіктің ақиқаттығын зерттеу;
- геометриялық көріністер көмегімен сандарды салыстыру;
- сандық теңсіздіктердің қасиеттерін анықтау;
- өрнектің мәнін бағалау.

Сандық теңсіздіктер мен олардың қасиеттерін оқытуда негізгі оқу мәселелеріне шартсыз теңсіздіктерді дәлелдеуде жалпы және ерекше оқу амалдарын тұжырымдау жатады. Ол үшін келесі міндеттерді шешу керек:



- арифметикалық оқу амалдарын белгілеп, шартсыз теңсіздіктерді дәлелдеу тәсілін анықтау;
  - айнымалыға нәтиже амалдар қолдану бағасының сипаттамасын ашу.
- Тақырыпты оқытудың мәселесін келесі түрде жіктеуге болады:
- аралықтарды оқу;
  - санның аралықта жатуы туралы анықтаманы оқыту;
  - аралықтардың бірігуі мен қиылысуын табу;
  - «теңсіздікті шешу» ұғымын бекіту;
  - бір айнымалысы бар сызықтық теңсіздікті шешу дағдысын қалыптастыру;
  - жүйелерді шешу анықтамасына жаттығулар;
  - теңсіздіктер жүйесінің шешімі болатын аралықты таңдай білу дағдысын қалыптастыруға арналған жаттығулар;
  - үш теңсіздіктен тұратын жүйелерді шешуге арналған жаттығулар.
- Берілген тақырыптардағы тапсырмаларды орындауда спиральді оқыту принципіне жүгіне отырып, жұптық және топтық жұмысты жүзеге асыру тиімді.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Алпысов А. Мектептегі теңдеулер мен теңсіздіктер желісі. - Қазақстан орта мектебі журналы. 2015 ж. №11. - Б.9-17.
2. Қабасов М. Кейбір теңдеулер жүйесін шешу. Математика және физика - 2015. - №3. - Б.7-11.
3. Пәнді оқытуды ұйымдастыру бойынша әдістемелік ұсынымдамалар//[www.nao.kz](http://www.nao.kz).

## **МАТЕМАТИКА САБАҚТАРЫНДА АЛГОРИТМДІК ОЙЛАУДЫ ДАМУ**

**Майрамбаева А.Х.**

*Академик Е.А.Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail:[ma\\_khamzievna@mail.ru](mailto:ma_khamzievna@mail.ru)

Қазіргі таңда білім саласындағы өзгерістердің басты мақсаты – ой-өрісі жаңашыл, шығармашылық деңгейде жұмыс жасай алатын, дүниетанымы қалыптасқан тұлға даярлау. Бүгінгі талаптар оқушыларға білім берумен қатар білікті түрде қолдана алуына, оны дағдыға жеткізіп, сонымен бірге оқушының қабілетін, ақыл-ойын дамытуға, әрекеттің нәтижесінде қандай да бір тұжырым жасай алуға негізделеді. Сондықтан да оқушыларды математикалық есептерді шығаруға үйрету, есеп шығару барысында алгоритмдік ойлауды дамыту, оларды түрлі тиімді әдіс-тәсілдерді қолдануға дағдыландыру сапалы түрде жүргізілген практикалық сабақтардың маңызы зор болып келеді.

Барлық ғылымдар арасында математика ерекше орын алады. «Математика – ақыл-ой гимнастикасы» деген сөз бекер айтылмаған. Адам іс-әрекетінің барлық салаларында кеңінен қолданылатын математика әмбебап болып табылады. Қазіргі уақытта ғылым мен техниканың дамуымен оның рөлі айтарлықтай артып келеді. Бұл барлық болашақ мамандардың математикалық дайындығын арттыруды талап етеді. Әрбір болашақ маман өз іс-әрекетіне дайындық барысында белгілі бір дәрежеде математикалық білімге ие болуы керек. Өйткені, адамның жеке басын дамытуда, оның дүниетанымы мен адамгершілік қасиеттерін қалыптастыруда, ақыл-ой қабілетін жетілдіруде математиканың алатын орны ерекше.

Қоғамдық дамудың қазіргі кезеңі ақпараттық технологиялардың адам қызметінің барлық салаларына енуімен сипатталады. Жаңа ақпараттық технологиялар білім саласына үлкен әсер етуде. Білім беру жүйесіндегі болып жатқан өзгерістер мақсаттарды, тәрбиелік құндылықтарды жаңаша түсінуден, білім берудің жаңа әдістерін пайдалану қажеттілігінен туындайды. Сондықтан оқушының ой-өрісін қалыптастырып, ой-өрісін дамыту – мектептің дидактикалық міндеттерінің бірі. Адамның да интеллектуалды дамуының негізгі құрамдас бөлігі алгоритмдік ойлау болып табылады.

Алгоритмдік ойлау дағдылары адам мәдениетінің ерекше стилін, оның құрамдас бөліктерін: жылдамдық пен жинақылықты, объективтілік пен ұқыптылықты, тапсырманы жоспарлау мен орындаудағы тұрақтылық пен тұрақтылықты, өз ойын анық және нақты жеткізе білуді, дағдылар мен дағдыларды қалыптастыруға да ықпал етеді.

Алгоритмдік ойлауды қалыптастыру педагогикалық процестің маңызды бөлігі болып табылады. Оқушылардың қабілеттерін жан-жақты көрсетуге, бастамашылдық, дербестік, шығармашылық қабілеттерін дамытуға көмектесу – қазіргі мектептің басты міндеттерінің бірі. Математика алгоритмдік ойлауды дамытудың нақты алғышарттарын өзінің бүкіл жүйесімен, түсініктерінің, тұжырымдарының және тұжырымдарының ерекше айқындылығы мен дәлдігімен қамтамасыз етеді.

Алгоритмдік тәсілдің негізгі ерекшелігі оның тиімділігі болып табылады. Алгоритмдерді оқыту қадамдарының реті дұрыс анықталса (алгоритмнің талаптары мен ерекшеліктеріне сәйкес болуы керек), бұл білім берудің оң сапалы нәтижесіне әкелетіні сөзсіз. Сондықтан бұл әдіс бойынша теориялық білімдерді пысықтауға және бекітуге арналған оқулықтарды пән мұғалімінің өзі дайындап, ұсынғаны дұрыс. Өйткені, ол өзі сабақ беретін сыныптағы оқушыларды жақсы біледі.

Әр түрлі оқу пәндері бойынша тапсырмаларды орындай отырып, балалар ең жақсы жолдарды іздейді, іс-әрекет нұсқаларын таңдайды және салыстырады, олардың реті мен орындалу тәсілдерінің жоспарын жасайды. Оқушының шешімін бақылаудың табыстылығы оның өз іс-әрекетінің қанша кезеңдерін болжай алатындығына, нұсқаларды қаншалықты ыждағаттылықпен салыстыруына байланысты. Мектеп оқушыларының өз бетінше іс-әрекетті жоспарлау және орындау қабілетін қалыптастырудың идеалды жағдайлары бақылау және өзін-өзі бақылау, ауызша есеп беру қажеттілігі, оқу-тәрбие процесінде оқушының өзін-өзі бағалауы арқылы алынады.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Сафонов, А.А. Основы научных исследований. Учебное методическое пособие. Владивосток: Изд. ВГУЭС, 2000. -154 с.
2. Рузавин, Г. И. Методология научного познания : учеб. пособие для студентов и аспирантов вузов / Г. И. Рузавин. - М. : ЮНИТИ, 2005. - 287 с.
3. Папковская, П. Я. Методология научных исследований : курс лекций / П. Я. Папковская. - 3-е изд., стер. - Минск : Информпресс, 2007. - 184 с.
4. Кузнецов, И. Н. Научное исследование : методика проведения и оформление / И. Н. Кузнецов. - Изд. 3-е, перераб. и доп. - М. : Дашков и К°, 2006. - 460 с.

### **АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ СОВРЕМЕННОГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Марчук Н.А., Гульманов Н.К.**

*Назарбаев Интеллектуальная школа химико-биологического направления г. Караганда,*

*Караганда, Казахстан*

E-mail: [marchuk\\_n@krg.nis.edu.kz](mailto:marchuk_n@krg.nis.edu.kz)

В современном мире образование играет ключевую роль в формировании и поддержании социального статуса личности, в воспроизведении и развитии социальной структуры общества. Система образования является одним из основных показателей социально-экономического развития страны, ведущим фактором конкурентоспособности, адаптивности и мобильности трудовых ресурсов. Однако, на данном этапе, существующая система образования переживает достаточно сложный период и имеет целый комплекс требующих оперативного решения проблем. Наиболее актуальными из данных проблем, на наш взгляд, являются следующие: содержание образования; формат и методы обучения, социально-психологические аспекты образования.

Содержание образования не может оставаться постоянным, неизбежно модифицируясь в соответствии с развитием современной науки и технологий, под влиянием новых социально-

экономических вызовов общества. Также к трансформации содержания обучения ведут инновационные исследования в области психологии и методов познания, изменения в социальной и политических сферах общества. Новая парадигма образования, необходимость в обучении на протяжении всей жизни, приводят к важности включения в содержание образование не столько кейса стандартного набора предметных ЗУНов, но, прежде всего, способов овладения знаниями, «умение учиться», компетенции. В данный момент содержание образование построено таким образом, что приоритетным является получение теоретических знаний, практические же навыки развиваются слабо. Поэтому возникает проблема усиления прикладной направленности обучения. Современное образование носит массовый характер, по сути своей поставлено на «конвейер», что безусловно позволяет дать большому числу обучающихся базовый набор определенных знаний и навыков. Но, в условиях стремительно развивающихся науки и технологий, подобный подход к содержанию образованию в недалеком будущем станет совершенно невостребованным и даже проблемным. Изменение и расширение содержательной базы образования призвано способствовать формированию в сознании человека целостной единой картины мира и влечет за собой проблему разработки новых критериев отбора новых фактов и сведений, которые должны войти в обновленное содержание образования.

Главнейшим изобретением индустриальной эры в социальном плане являлась фабрика – как организация производства, при которой весь процесс разбивался на отдельные операции, выполняемые разными людьми. Такой подход значительно удешевлял процесс производства. Очевидно, что черты фабричного производства стали носить и общественные учреждения: больницы, магазины, школы (где учителя-предметники обучают – «обрабатывают» учащегося по очереди) [1]. И сегодня по-прежнему образовательные учреждения в подавляющем большинстве работают на массовую подготовку индустриальных сотрудников, хотя необходимость в этом формате, а соответственно и методах обучения, отпадает. В современном мире многие сферы жизни все чаще приобретают черты некой персонализации. Клиенты ждут персональных предложений от менеджеров, общаются с личными консультантами и занимаются под руководством личного тренера, посещают семейного врача и выбирают индивидуально подходящий для себя контент в интернете и т.п. Так целесообразно ли системе образования в будущем оставаться ориентированной на массовый подход или наиболее актуальным станет переход на позиции вариативности личностно-ориентированное и персонализированное обучение? Но вариативные образовательные траектории необходимо согласовывать с государственными образовательными стандартами, чтобы при обеспечить возможность обучающимся переход с одного варианта образования на другой.

Важными являются социально-психологические аспекты реформы системы образования. Большинство педагогических работников и родителей – люди, воспитанные и обученные в системе массового подхода, других образцов в системе образования не видели. Поэтому запрос инновационные подходы в системе образования формируется, достаточно медленно. Инерция же системы образования, включающей в себя миллионы участников и мощный бюрократический аппарат, велика. Поэтому попытки реформы образования часто натываются на упорное сопротивление или формализованный к ним подход [2].

Система образования на современном этапе реформируется, вводятся европейские стандарты и тренды, внедряются новые понятия, инновационные методики и технологии обучения и т.д., что безусловно является прогрессивной тенденцией в сфере образования. Наряду с положительными тенденциями, необходимо отметить, что часто реформы образования не адаптированы к действующей системе, не имеют под собой фундаментальных научных исследований. Механическое соединение элементов разных систем обучения приводит к внутреннему конфликту и низкой эффективности обучения. Ключевая проблема данного непродуманного «реформирования» заключается в том, что все инновации не апробируются, не тестируются, а сразу внедряются в образование на практике в масштабных размерах. Результатами данных «инновационных» изменений становятся не

только негативные реакции в обществе, но и общее снижение качества образования. Одним из путей решения данной проблемы является перманентный мониторинг и, при необходимости, корректировка реализуемых в образовании изменений, с целью определения степени их эффективности.

Еще одним из приоритетных направлений для решения проблем современного образования является организация процесса обучения с учетом основных трендов образования будущего, таких как: цифровой подход к организации учебного процесса, применение нейротехнологий и системы Big Data (система больших данных), онлайн-уроки, семинары, курсы и иные платформы для получения дистанционного образования, вовлечение учащихся в проектно-исследовательскую деятельность, унификация навыков, изучение смежных дисциплин и межпредметная интеграция. Проблемам в сфере образования посвящено много научных трудов, статей, конференций и для эффективного их решения необходима постоянная интеграция работы ученых-педагогов, чиновников в сфере образования и учителей-практиков.

#### **Список использованной литературы**

1. Басюк В.С., Фиофанова О.А. Анализ подходов к обновлению содержания образования: изменение роли носителей содержания образования и регуляторов образовательных стандартов, Наука и Школа (№4, 2017).
2. Кайдарова А.Д. Опыт формирования содержания педагогического образования в зарубежных странах и Казахстане: сравнительный анализ, Білім-Образование (2006).

### **О КРИТИЧЕСКОМ И РАЗВИВАЮЩЕМ АНАЛИЗАХ КАК СОСТАВНЫХ ЧАСТЯХ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОГО ПОДХОДА**

**<sup>1</sup>Мусайбеков Р.К., <sup>2</sup>Сулейменов К.М.**

*<sup>1</sup>Кокшетауский университет им. Ш.Уалиханова, г. Кокшетау*

*<sup>2</sup>Евразийский национальный университет им. Л. Гумилева, г. Нур-Султан, Казахстан*  
[rashid1956@bk.ru](mailto:rashid1956@bk.ru), [kenessary@mail.ru](mailto:kenessary@mail.ru)

Сейчас в обществе требуется развитие новых способов, педагогических технологий, нацеленных на развитие личности, формирование умения ставить и решать задачи для разрешения проблем профессиональной деятельности, самоопределения, повседневной жизни.

Исследовательский подход – это критический анализ сути и содержания изучаемой тематики, а также развивающий анализ - обобщение имеющихся свойств рассматриваемого объекта. При исследовательском подходе проводится ознакомление учащихся с методами научного исследования, развивается логическое мышление и познавательная самостоятельность.

Начнем с определения сущности понятия исследовательского подхода в обучении. Одним из условий решения задач, стоящих перед современным образованием, является использование исследовательского подхода к обучению. Сущностью исследовательского подхода в обучении является:

- введение общих и частных методов научного исследования в процесс учебного познания на всех его этапах (от восприятия до применения на практике), т.е. критически анализировать определения объектов, сформулированных свойств, приводимых ограничений и условий;
- в организации учебной и внеучебной поисково – творческой деятельности в форме развивающего анализа;
- в определении внутрипредметных и межпредметных связей, для приложения изученного материала и для дальнейшего его развития;
- в усложнении содержательной и совершенствовании процессуальной сторон познавательной деятельности;

- в изменении характера взаимоотношений «учитель – ученик – коллектив учащихся» в сторону сотрудничества, т.е. коллективного обсуждения поставленной задачи, а также методов исследования тематики задачи.

Одним из основных составляющих исследовательского подхода при обучении составляет критический анализ содержания изучаемого материала, поиск возможностей обобщения или же определения проблемы для дальнейшего изучения. В результате может быть определен ряд постановок «новых исследовательских задач», некоторые могут быть рассмотрены на уроках, а другие на внеурочных занятиях, таких как кружок и факультатив.

Рассмотрим критический и развивающий анализы, как составные части исследовательского подхода в обучении.

Критический анализ - «многофакторный» анализ учебного материала и это означает проведение анализа учебного материала по следующим основным направлениям: точность условий, введенных в формулировке определений, их изменения приведут к новому понятию, объекту. Здесь же могут терминологии; применение определения при решении практических задач; точность условий в формулировках утверждений, а также влияние изменения таких условий на заключение утверждения; точность условий в формулировках утверждений, изменения которых может привести к введению нового понятия, а иногда и целого раздела; обобщения некоторых простых задач может привести к новому понятию. Здесь анализ связан с проверкой метода решения к обобщению данной задачи, часто приходят к необходимости применения нового метода исследования; о существовании обратного утверждения к заданному прямому утверждению, в ходе реализации такого анализа может появиться необходимость введения дополнительного условия; о существовании обратной задачи к заданной прямой, при проведении такого анализа можно определить типы обратных задач, а также определенного вида обращения [1, с. 51-55; 2, с. 236-240].

Итак, определенные нами 7 направлений являются способами реализации критического анализа. В дальнейшем возможны изменения и дополнения.

Рассмотрим развивающий анализ. Под развивающим анализом будем понимать анализ учебного материала, при реализации которого могут быть определены:

- 1) некоторые темы, обобщения которых могут привести к другой тематике;
- 2) некоторые темы, анализ которых может привести к дальнейшему развитию, причем некоторые разделы могут быть развиты в вузовской математике.

Критический и развивающий анализы тесно связаны между собой, в ходе их практической реализации, анализ может быть начат с критического, а затем будет плавно переходить к развивающему. Направления критического, развивающего анализов можно показать на конкретных примерах учебного школьного материала.

#### **Список использованной литературы**

1. Мусайбеков Р.К. Исследовательский подход в процессе обучения математике The scientific heritage (Budapest, Hungary) VOL 2, No 80 (80) (2021).
2. Mussaibekov R. Теоретические основы исследовательского подхода и способы его применения в обучении. Педагогический журнал Том 11 № 6А, 2021.

## ВЫЗОВЫ И ТРЕНДЫ ОБРАЗОВАНИЯ В СВЕТЕ ЦИФРОВЫХ НАУЧНО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОРЫВОВ

Нурбекова Б.Ж.<sup>1</sup>, Нурбекова Ж.К.<sup>2</sup>, Найманова Д.С.<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан

<sup>2</sup>Казахский национальный педагогический университет имени Абая, Алматы, Казахстан

<sup>3</sup>Торайгыров университет, Павлодар, Казахстан

E-mail: [b\\_zh\\_nur@mail.ru](mailto:b_zh_nur@mail.ru)

Современное образование не может развиваться в отрыве от происходящего в обществе и мире в целом. Влияние пандемии на все общество и, в частности, на систему образования породили много вопросов в педагогике. Возникшие геополитические конфликты в свою очередь влияют на все сферы жизни человечества. Особо следует отметить научно-технологические прорывы и их влияние прежде всего, на содержание образования.

В этой связи рассмотрим основные *вызовы быстро меняющегося мира, развития сквозных цифровых технологий, развития информационно-коммуникационного пространства, создания метавселенной, смены парадигмы образования, изменения рынка труда* [1]-[3].

Цифровые инновации поддерживают сегодня образование в различных форматах. Однако индустрия EdTech, где цифровые инновации трансформируют как сами образовательные технологии EdTech, так и образовательную парадигму, влияют на образование и становление целого поколения. Поэтому возникает острая необходимость в научно-обоснованном внедрении цифровых решений в систему образования.

В век цифровых инноваций трансформируется мировой порядок и возникают новые пределы развития бизнеса. В настоящее время повсеместно начата реализация *платформенной бизнес-модели*, меняющая мировой рынок и ценности. Каждый день используются различные платформы (Uber, Booking и др.), которые полностью изменили бизнес, т. е. остались в истории огромные таксопарки, диспетчерские, гостиничный бизнес и др. В системе образования платформенная модель (Coursera, EdX, Udemu и др.) трансформирует прежде всего университетское образование.

*Цифровая наука (DigitalScience)* является расширением компьютерных наук и содержит в структуре разделы: Аналитика данных, Искусственный интеллект и роботы, Кибербезопасность, Компьютерные науки. Навыки в цифровых науках позволяют адаптироваться в быстро меняющемся мире, а адаптивность имеет решающее значение для прогресса в обществе и экономике.

В прогностических отчетах в области цифровых технологий определены доминирующие векторы развития, связанные с развитием цифровых наук :

- Расширенный искусственный интеллект;
- Квантовые технологии;
- Инновации в образовании;
- Метавселенная;
- Виртуальная, дополненная и смешанная реальности.

В связи с вышеизложенным отмечаем, что цифровые инновации порождают новые междисциплинарные направления также в педагогической науке: *мета педагогика и наука об образовательных технологиях (SciEdTech)*.

Известно, что что 65% сегодняшних школьников окажутся на еще не изобретенных рабочих местах. Научно-технологические прорывы, базирующиеся на цифровой науке, как квантовая революция и продвинутый искусственный интеллект, аугментация человека, геновая инженерия и эко регенерация, наука и дипломатия окажут на ускоренное возникновение цифровых инноваций по направлениям:

- Наука и технология; наука и дипломатия;
- Продвинутый искусственный интеллект;
- Квантовые технологии;

- Биоинформатика;
- Вдохновляющие мозг вычисления;
- Усиление когнитива;
- Применение геной инженерии для человека;
- Радикальное расширение здоровья;
- Будущие системы питания;
- ЭКО регенерация возобновление клеточная инженерия;
- Когнитивная аугментация.

В связи с этим возникает большая потребность в кадрах, компетентных по следующим видам работ:

- работа с большими данными;
- создание искусственных нейронных сетей;
- автоматическое распознавание лиц, речи;
- машинный речевой синтез, машинное обучение;
- нейросимуляции;
- проектирование нейроинтерфейсов.

Большие данные, озера мертвых данных на сегодня исчисляются в зеттабайтах и к 2025 году ожидается накопление 175 зеттабайт данных. Это объёмные наборы информации в различных форматах [3].

С целью получения ценных сведений и полезных для бизнеса качественной информации применяются множество подходов, методов и инструментов. В первую очередь следует провести аудит бизнес-процессов для создания полноценной и валидной архитектуры с оптимизацией бизнес-процессов на основе устранения возможных лишних звеньев, как холостые процессы, петли в процессах и дублирование процессов, провести реинжиниринг бизнес-процессов.

Если необходимо обновление данных в реальном режиме, то нужны сильные агентные технологии и системы, высокоскоростные вычисления. Интеллектуальные системы базы с витриной данных должны быть доступны менеджеру любого уровня, а также преподавателю, обучающимся и родителям с соблюдением Закона о персональных данных и их защите.

В 10-летнем горизонте в цифровом мире ожидается развитие системы образования в основе сенсорных технологий. Классы будут оснащены сенсорной технологией для наблюдения за обучением, в то время искусственный интеллект будет обрабатывать данные в режиме реального времени, чтобы предлагать предложения по улучшению обучения. Поведенческие данные из трекеров тела и глаз помогут совершенствовать методы обучения и помочь лучше понять характеристики учащегося, такие как исполнительная функция. Появятся новые сенсорные технологии, аудио и полная визуализация позволит лучше учиться также навыкам сотрудничества [2].

В заключение отмечаем, что для трансформации системы образования в ближайшие 10 лет следует учитывать влияние следующих направлений:

- Большие данные;
- Виртуальная, смешанная и дополненная реальность;
- Метакогнитивный скаффолдинг;
- Интернет вещей и периферийные вычисления;
- Платформенный бизнес.

### **Список использованной литературы**

1. Материалы сайта Digital Science // <http://sds.ubd.edu.bn/computer-science/>
2. Отчет GESDA 2021 Science Breakthrough Radar// <https://radar.gesda.global/>
3. Big Data: перспективы развития, тренды и объемы рынка ...// <https://delprof.ru> > open-analytics.

## 5-ШІ СЫНЫП ОҚУШЫЛАРЫНЫҢ БӨЛШЕК САНДАРЫ МЕҢГЕРУІН ЗЕРТТЕУ

<sup>1,2</sup>Солтан Р., <sup>1</sup>Башеева А.О.

<sup>1</sup>Алгебра және геометрия кафедрасы, механика-математика факультеті, Л.Н.Гумилев атындағы Еуразия Ұлттық Университеті, Нұр-Сұлтан, Қазақстан.

<sup>2</sup>Қайым Мұхамедханов атындағы №90 гимназиясы, Нұр-Сұлтан қаласы, Қазақстан

E-mail: [raushan090587@gmail.com](mailto:raushan090587@gmail.com)

Бөлшек сандар (ондық бөлшек және жәй бөлшек) математиканы енді ғана үйреніп келе жатқан 5-ші сынып оқушылары үшін өте қиын тақырып екендігі белгілі. Әсіресе, көптеген мектеп оқушылары бөлшек сандарды үйренуде оларды (бөлшек сандарды) көбейту мен бөлуде айтарлықтай қиыншылықтарға тап болатыны түсінікті. Мысалы, сандардың қатынасын үйренуде оқушылар “кері санына көбейту” әдісін білуі талап етіледі. Сондықтан оқушылардың логикалық ойлау тәсілін дамыту арқылы қатынас сандарды бөлудің немесе көбейтудің бұрынғы үйренген көбейту немесе бөлу әдістерінің бір түрі екендігін ұғындыру қажет.

Зерттеулерге негізделгенде тіпті кейбір жоғары сынып оқушыларының өздері қатынас сандар мен бөлшек сандарды көбейту мен бөлуде қиындықтарға тап болады екен [1]. Сондықтан оқушылар үшін осы тақырыптарды үйрену барсын зерттеу маңызды мәселе болып саналады.

Бұл саланы көп зерттеген ғалымдар балаларда дұрыс ұғымның қалыптаспауы себебінен көптеген қателіктер жіберетіндігін анықтады. Зерттеу нәтижесі көрсеткендей кейбір оқушылар сандарды өзара көбейткенде тек ғана көбейту керек немесе бөлгенде тек азаюы керек деген көзқарас қалыптасып қалғанын көрсетті [2]. Ал қатынас сандарды өзара бөлгенде, мысалы екінші үшке қатынасын бірдің төртке қатынасына бөлгенде  $2/3 : 1/4 = 8/3$ . Яғни, бастапқы санның ( $2/3$ ) көбейіп кеткенін кейбір оқушылар дұрыс қабылдай алмаған, себебі олардың түсінігі бойынша бөлуде тек сандар азаюы керек деген түсінік қалыптасып қалған. Сол себепті бұл тақырып оқушыларға «қиын» тақырып деген түсінік қалыптасып, оқушылардың кейбірі бұл тақырыптарды оқығысы келмеген. Бұл саланы көп зерттеген А.П. Дуркин сияқты ғалымдар бөлшек сандарды көбейту мен бөлуді түсінбеушілік оқушылардың сандар жөнінде түсінігінің тым таяз екендігінен келіп шыққан деп қарайды [3].

Бөлшек сандар күнделікті тұрмыста жиі қолданылады. Бұндай сандарды дұрыс қолдана білу логикалық ойлау қабілетін арттырып, басқада шешу жолдарын меңгеруге септігін тигізеді [4].

Бұл мақалада оқушылардың қашықтықтан оқыту кезеңіндегі математикалық ойлауы қарастырылады. Бұл зерттеуде 5- сынып оқушыларының “Бөлшек сандарды бөлу” тақырыбын зерттеуі алынды. Себебі бұл тақырып 5 - сыныптар үшін бөлу мен бөлшек сандарды бөлудің мағынасын толық түсіну айтарлықтай қиын тақырып екені белгілі. Бұл мақалада жәй бөлшек пен ондық бөлшектерді салыстыру оқушыларға қаншалықты қиын болатыны зерттелді. Сондай ақ бөлшек сандарды көбейту мен бөлудің оқушылардың логикасын қалай дамыту керектігі айтылады. Сонымен берге оқушылардың периодты шексіз ондық бөлшектер мен периодсыз шексіз ондық бөлшектерді қаншалық түсіне алатындығы зерттелді. Соңында зерттеу нәтижесіне сәйкес қорытынды шығарылды. Оқушылардың бірден кіші ондық бөлшектерді онға, жүзге, мыңға, т.б. еселеу арқылы тез салыстыра алатындығы зерттелді. Жәй бөлшек пен ондық бөлшектерді (бөлшек сандар) қосу мен алу, көбейту мен бөлу көп кездейсоқ қателік жіберетіндері анықталды.

Зерттеу нәтижесіне сәйкес 5 - сынып оқушыларының математикалық қабілетінің әдеттегі жағдайда жоғары екені байқалды. Яғни, олар кәдімгі көбейту мен бөлудің есептерін жақсы меңгерген. Бірақ сандарды түсіну мен елестету жағынан айтарлықтай қиналатыны байқалды. Зерттеу нәтижесі көрсеткендей мұғалім тек ғана бір сарынды көбейту мен бөлуді ғана үйрете берместен, әр түрлі есептер мен олардың логикасын, сандарды елестету қабілетін, жуықтап салыстыру ережелерін жан жақтылы ойлауын дамытатын есептерге де



көбірек көңіл бөлу қажеттігі белгілі болды. Сандарды еселеп үлкейту (10 есе, 100 есе т.б.) және бөлшек нүктесінен кейін сан қою арқылы бөлшек сандарға деген түсініктің артатыны белгілі болды. Бөлшек сандардағы бірден үлкен сандарда бірдік, ондық, жүздік т.б. орындағы санды өзгертудің қаншалықты есептің жауабына әсер ететінін түсінді. Және бірден кіші сандарда жүздік немесе мыңдық т.б. орындағы сандардың көбейту мен бөлуде көп әсер етпейтінін түсіне алды.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Masakazu Okazaki and Masataka Koyama.(2005) Characteristics of 5th graders' logical development through learning division with decimals // Educational Studies in Mathematics . Vol. 60, P. 217–251.
2. Barmby P., Harries T., Higgins S., Suggate J. (2009) The array representation and primary children's understanding and reasoning in multiplication // Educational Studies in Mathematics. Vol. 70, P. 217–241. <http://dx.doi.org/10.1007/s10649-008-9145-1> .
3. Durkin K., Rittle-Johnson B. (2015) Diagnosing misconceptions: Revealing changing decimal fraction knowledge // Learning and Instruction. Vol. 37, P. 21–29.
4. Lo J.J., Grant T., Flowers J. (2008) Challenges in deepening prospective teachers' understanding of multiplication through justification // Journal of Mathematics Teacher Education. Vol.11, P. 5–22.

### **ОСОБЕННОСТИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ПРЕПОДАВАНИЯ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ ДИСЦИПЛИНЫ INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGIES**

**Смирнова М.А.**

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [smirnova\\_marina\\_alex@mail.ru](mailto:smirnova_marina_alex@mail.ru)

Эффективность обучения зависит от степени привлечения к восприятию всех органов чувств человека. Чем более разнообразны чувственные восприятия учебного материала, тем более прочно он усваивается. Актуальность проблемы заключается в том, что при изучении неязыковой дисциплины на английском языке одной из сфер приложения усилий преподавателей должно стать использование визуальных образов в процессах восприятия и понимания, необходимости подготовки сознания студента к увеличению информационной нагрузки.

Визуализация - (в широком понимании) - это процесс представления данных в виде изображения с целью максимального удобства их понимания:

- придание зримой формы любому мыслимому объекту, субъекту, процессу и т.д.;
- механическое вызывание образа;
- создание четких, устойчивых и ярких образов любой сложности и специфики (как реально существующих, так и созданных в сознании автора) при помощи технических устройств или мыслеобразов (мыслеформ) непосредственно в своем уме (мысленная визуализация).

В современных условиях преподавания все больше говорят не просто о средствах наглядности, но о средствах визуализации, в основе создания которых лежат различные способы обработки и компоновки информации, позволяющие представлять ее в компактном и удобном для восприятия и использования виде [1].

Визуализированные объекты могут быть использованы на различных этапах занятия, что создает большие перспективы перед педагогом в использовании разнообразных методов, приемов и средств обучения. Рисунки, схемы, диаграммы могут быть использованы педагогом как на этапе актуализации знаний учащихся, так и при систематизации и обобщении. Также графика может быть использована при контроле знаний обучающихся, особенно если она представима в виде дидактической игры. Электронные средства визуализации легко модернизировать в зависимости от целей обучения, возраста и индивидуальных особенностей обучающихся.

Визуализация структурирует и сжимает большой объем полученной информации. В отличие от текстовой информации графический образ наиболее информативен. В изображение какого-либо объекта, процесса, явления может быть заложено и описание, и функциональный смысл, и характерные особенности. Графика повышает скорость восприятия информации и время ее запоминания.

В ходе преподавания на английском языке дисциплины Information and communication technologies (ICT) были сформулированы следующие особенности использования визуализации:

- использование аутентичных и адаптированных текстов;
- применение «аутентичных» визуальных образов и скриншотов;
- опора на предшествующие визуальные образы по информатике;
- использование принципа когнитивной визуализации;
- применение принципа системного квантования;
- систематическое использование в учебном процессе.

На занятиях по дисциплине «Information and communication technologies» естественнее и удобнее всего выполнять визуализацию через интерактивную доску и еще лучше через персональные компьютеры для учащихся.

Визуализация в обучении позволяет решить целый ряд педагогических задач:

- обеспечение интенсификации обучения;
- активизации учебной и познавательной деятельности;
- формирование и развитие критического и визуального мышления;
- зрительного восприятия;
- образного представления знаний и учебных действий;
- передачи знаний и распознавания образов;
- повышения визуальной грамотности и визуальной культуры.

Методически грамотный подход к визуализации обеспечивает и поддерживает переход обучающегося на более высокий уровень познавательной деятельности, стимулирует креативный подход. Современные технологии позволяют решать задачи переноса образовательной информации (телекоммуникации, дистанционное образование и др.), формирования умений и навыков (компьютерные виртуальные практикумы и тренажеры и пр.), автоматизированного контроля знаний.

В ходе создания элементов визуального ряда были использованы различные программные средства, чтобы максимально точно передать информацию. Эти программные средства делятся на платные и бесплатные. Каждые из этих программных средств отличаются своими индивидуальными функциональными качествами и характеристиками.

Визуальный ряд создан при помощи таких программных средств, как PowToon, XMind, Movavi Video Suite и др. Были созданы электронные ментальные карты с использованием программного продукта Xmind, мультимедийные презентации с использованием программы PowToon, видеоролики с использованием программы Movavi Video Suite. Каждая созданная нами карта имеет разную структуру, что очень важно для того чтобы заострить внимания визуалов. В мультимедийных презентациях используется большое количество анимации текста, персонажей и реквизита, так же есть переходы между слайдами и фоновое видео. Всё это позволяет максимально сделать наши презентации красочными и мультимедийными. В видеороликах, как и в мультимедийных презентациях, использовались переходы, видео, анимированный текст и объекты. Всё это позволило максимально визуализировать нашу информацию.

Примененный визуальный ряд, включающий 25 различных элементов по 15 различным темам, подтвердил эффективность внедрения на занятиях по дисциплине ICT на английском языке как способа активизации деятельности студентов. Визуальный ряд апробированный в ходе преподавания дисциплины «Information and communication technologies» для студентов на факультете математики и информационных технологий и физико-техническом факультете КарУ имени академика Е.А. Букетова позволил:

- обеспечить интенсификацию обучения;
- активизировать учебную и познавательную деятельность;
- совершенствовать визуальное мышление;
- повысить образное представление знаний и учебных действий;
- развил мотивацию, усилил интерес, в том числе к способам приобретения знаний;
- обеспечил индивидуализацию и дифференциацию обучения с учетом знаний английского языка.

### **Список использованной литературы**

1 Рахматуллин Р. Ю., Рахматуллин Т. Р., Сафронова Л. В. Образы и образцы в научной и педагогической деятельности. – М.: ШколаПресс, 2016. – 153с

## **МЕТОДИКА ПРИМЕНЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЙ ГЕЙМИФИКАЦИИ В ШКОЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ**

**Тагаева С.К., Горбунова Н.А.**

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [symbat.tagaeva.lrk.kz@gmail.com](mailto:symbat.tagaeva.lrk.kz@gmail.com)

В нынешнем цифровом мире задачи, стоящие перед предметным учителем, побуждают к поиску нестандартного представления образовательного материала и находят новые пути стимуляции заинтересованности к получению знаний в той или иной области.

На сегодняшний день процесс вовлечения и мотивации получил название «геймификация образования». Под геймификацией понимается применение технологий игровых методик в школьном образовании. В геймификации используются такие игровые элементы, как постановка задач, обратная связь, уровни, творчество. Учащиеся набирают очки и баллы, что, в свою очередь, является стимулом для дальнейшего овладения предметом и материалом. Поэтому существует важность изучения, развития и применения этого подхода в условиях школьного образования.

Геймификация в образовании сосредоточена на использовании основных желаний учащихся, в целях более глубокого вовлечения в процесс и достижения сильных показателей и высоких результатов. Учащиеся предпочитают азарт, историю, игру, а значит это – естественный путь приобретения навыков. Интересно, что в геймифицированной системе игрок проявляет истинного себя, попадая в стрессовые или любопытные ситуации. Это может стать хорошим методом подборки специалистов, не основываясь на оценках или дипломах, полученных ранее. Геймификация упрощает достижение многих образовательных целей. А ведь само образование – и есть упрощение сложных жизненных ситуаций [1].

Использование геймификации в обучающем процессе, призвано решать следующие задачи:

- Развитие познавательного интереса к предмету;
- Глубокое усвоение материала даже слабоуспевающим учащимся;
- Активизация познавательной деятельности;
- Создание условий для самовыражения личности;
- Повышение творческого потенциала учащихся;
- Разнообразие учебной деятельности;
- Развитие навыков коммуникации, чувство коллективизма, отношение доброжелательности [2].

### **Принципы геймификации**

**Мотивация.** Любая игра содержит в себе мотивацию, это необходимо для того, чтобы игрок не забросил прохождение на одном из этапов. Перед ним должна стоять конкретная цель, которая двигает его вперед.

**Статус.** На протяжении игры у учащихся развивается его герой, растут «уровни». Чем дальше он идет, тем сильнее становится его персонаж. Тот же принцип работает в геймификации.

**Вознаграждение.** Во многих играх после прохождения уровня персонажу начисляют золотые монеты, дают награды и виртуальные бриллианты. Чем сложнее уровень, тем больше поощрений. Вознаграждение — один из ключевых принципов геймификации.

Есть разные способы *реализовать метод* геймификации в школьном образовании. Ниже перечислены самые основные инструменты, которые наиболее подходят для внедрения в модель школьного образования.

**Правила.** Учащиеся должны знать правила. Прозрачность и ясность относительно того, как работает игра, будут поддерживать вовлеченность и мотивацию учащихся. За какие задания начисляются баллы? Что означают баллы? Возможно, они превращаются в значки или открывают новый контент. Какие критерии для достижения следующего уровня или награды? Что означают награды на самом деле? Возможно, они превращаются в материальные выгоды, например, их можно обменять на книги и т.д.

**Сюжетная линия.** Создайте интересную сюжетную линию — историю, которая будет увлекать учащихся по мере знакомства с ней. Обучение должно напоминать увлекательное путешествие.

**Игровые уровни.** Используйте различные уровни, которые открываются по мере выполнения заданий. Тогда у учащихся появляется интерес «А что же произойдет дальше?». Уровни помогают им почувствовать прогресс, как они продвигаются по игре. Чтобы усилить этот эффект, указывайте в процентах, какую часть пути прошел ученик.

**Соревнование.** Рейтинги отлично подходят для создания здоровой конкуренции между учащимися. Каждый стремится быть лучшим, видеть свое имя на вершине списка, поэтому учится активнее. Можно разбить всех учащихся на несколько групп и сделать отдельные рейтинги для каждой группы. Это усилит мотивацию учащихся, поскольку у них появится больше шансов возглавить таблицу.

**Временные рамки.** Это стимулирует: собрался, настроился, сел – прошел. Плюс, запускается доля азарта. На примере к каждому заданию можно ставить лимит по времени выполнения.

**Баллы.** Игровая валюта – один из основных элементов мотивации во всех играх. За выполненные задания пользователь получает премиальные баллы. Необходимо, чтобы баллы ощущались учеником, и он точно знал, за что они даются: скорость, точность, количество использованных попыток и так далее.

**Возможность использовать баллы.** Можно использовать в виде оценки, которые влияют на итоговую.

**Чат.** Учащимся нравится общаться внутри игры или курса, появляется ощущение «я здесь не один». Польза в том, что учащиеся могут помочь друг другу разобраться с материалом. Такая функция очень важна для проектных заданий [3].

Примеры применения геймификации в образовании: Lingualeo, Khan Academy, школа Quest to learn, образовательные игры на основе Майнкрафта, Edmodo, Lumosity, «Соло на клавиатуре», Ratatype, classcraft, stepik и другие.

В заключение следует отметить, что геймификация не обозначает отказ от таких традиционных источников как информации, лекции и учебники, геймификация является важным дополнением к учебному процессу и даёт возможность учащимся закрепить полученные теоретические знания на практике.

### Список использованной литературы

1. Итепберг А. Школьные игры: как мотивировать новое поколение к учебе. - URL: <https://www.forbes.ru/tehnologii/347717-shkolnye-igry-kak-motivirovat-novoe-pokolenie-k-uchebe> (дата обращения: 28.08.2022).

2. Геймификация - новый тренд интернет маркетинга. - URL: <http://content-marketingpro.ru/gamification/gejmifikaciya-novuj-trend-internet-marketinga/> (дата обращения: 28.08.2022).

## **ИННОВАЦИОННЫЙ АСПЕКТ В РАЗВИТИИ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**Турдыбекова<sup>1</sup> К.М., Турдыбеков<sup>2</sup> М.К., Таращук<sup>1</sup> Н.О.**

*<sup>1</sup>Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

*<sup>2</sup>Карагандинский технический университет имени А. Сагинова, Караганда, Казахстан*

E-mail: kenzhesh\_t@mail.ru, madiyar0502@gmail.com, nikitaot@mail.ru

Решающее значение в современную эпоху приобрела интенсификация инновационных процессов, которая достигла национального уровня и выразилась в создании национальных инновационных систем (НИС). В настоящее время образование считается одним из важнейших компонентов НИС. Обращается внимание на общеэкономическое значение сектора образования, а также на несколько групп функций в следующих сферах: подготовка специалистов; генерирование новых знаний; организация инновационного процесса; поддержка инноваций; коммерциализация инноваций; обеспечение связи с окружающей средой. Структура НИС объединяет науку, образование и инновации, что предполагает гармоничное взаимодействие, развитие и баланс. Интеграция науки, образования и инноваций требует качественно новой инновационной инфраструктуры, новых форм организации научной, образовательной и инновационной деятельности.

Требуется сосредоточить внимание на:

- формировании и развитии инновационной инфраструктуры вузов с упором на создание благоприятной среды для обмена идеями, разработки адекватных проектов и бизнес-планов. Создать команду из студентов, ученых, преподавателей, сотрудников университета и партнеров университета.

- формировании и развитии университетских малых инновационных фирм (стартапов) не только как ключевых субъектов коммерциализации НИОКР (научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ), а также как объектов мониторинга и исследования инновационных процессов и платформ инновационных практик для студентов, магистрантов, докторантов и преподавателей вузов. В связи с этим необходимо практически реализовать следующие принципы учебного процесса.

1. Постепенное формирование соответствующих навыков и компетенций будущих специалистов на всех этапах обучения от решения образовательных задач к обучению, основанному на решении реальных производственных и научных задач в рамках реализации конкретных проектов.

2. Комплексный подход к развитию навыков и компетенций, предполагающий межпредметное и междисциплинарное взаимодействие студентов, преподавателей и ученых.

3. Формирование этих навыков и компетенций на постоянной основе посредством создания организационных структур, платформ, лабораторий, инженерных мастерских, способствующих осуществлению мероприятий по развитию этих навыков и компетенций, включая способы их формирования (дизайн-сессия, аналитическая сессия, организационно-деятельностные игры, семинары) в образовательные программы и планирование, наряду с традиционной академической работой.

Развитие сектора высшего образования ознаменовалось интенсивными и масштабными изменениями, вызванными тремя основными векторами. Во-первых, это необходимость социально-экономического развития стран, связанного с формированием нового технологического уклада экономики. Во-вторых, это усиление интеграционных процессов в системе высшего образования и формирование глобального образовательного пространства. В-третьих, это увеличение среднего возраста формирования профессиональных компетенций и распространение концепции «непрерывного обучения».

Для системы высшего образования развитие этих тенденций совпало с беспрецедентными по масштабу внутренними реформами, затрагивающими все стороны образовательного процесса - его структуру, функции, особенности и технологии обучения.

Среди комплексных решений проблем в сфере инновационного образования - подготовка концепции интеграции науки и образования; целевые программы обучения и аттестации высококвалифицированных научных кадров на длительный период и другие образовательные программы. Таким образом, необходимо учесть инновационный аспект проблемы, что предполагает собственно построение многоуровневой системы подготовки и переподготовки кадров для научного и инновационного предпринимательства и решения вопросов привлечения молодежи к науке в сфере инноваций. Инновационный процесс поможет обеспечить новую интеграцию таких механизмов, как создание образовательных, научных и промышленных консорциумов. Основа их деятельности - внедрение предприятия научно-технических разработок, создание кафедрами вуза лабораторий научно-исследовательских институтов с одновременной целевой подготовкой как производственных специалистов, так и студентов.

Успешный переход к инновационному развитию страны требует высоко развитого научного и технологического потенциала - прежде всего, преподаватели и широкая сеть научно-исследовательских и образовательных учреждений, многоязычные научно-технические знания.

Вузы должны быть важной частью национальной инновационной системы, что делает ее важной. Необходимо существенно трансформировать свои традиционные функции в сфере образования и обучения, а также в области научных исследований.

Большинство концепций инновационных исследований, таких как инновационная система, модель тройной спирали и открытые инновации, возникшие в контексте развития общества, основанного на знаниях, подчеркивают новые виды отношений между университетами и экономическим развитием.

Университет превратился из вторичного в первичное учреждение экономического роста в обществе, основанном на знаниях. Такая роль высшего образования в качестве «инновационного двигателя» подчеркивает долгосрочные экономические эффекты социальной активности университета, такие как повышение качества рабочей силы, передача технологий в промышленность и повышение привлекательности местной окружающей среды для предпринимателей [1].

Поскольку мы вступаем в эру инновационной экосистемы с такими отличительными чертами, как устойчивая социальная трансформация, совместные инновации и транснациональный обмен знаниями, есть также новые социальные требования к высшему образованию.

Например, в одном из отчетов Европейской ассоциации университетов (EUA) указываются четыре роли университетов в региональных инновационных системах: образование, исследования, обмен знаниями для инновационных систем, стратегическая трансформация [2].

Все эти появляющиеся роли указывают на то, что университеты становятся катализатором устойчивого развития, развития в инновационных экосистемах. Обмен знаниями имеет решающее значение для соответствия; социальное предпринимательство необходимо для устойчивых социальных изменений.

### **Список использованной литературы**

1. Бурджалова Ф., Гонтмахера Е., Гришина И. Социальная составляющая инновационного развития. М.: ИМЭМО РАН, 2013.
2. Тиа Луккола (Европейская ассоциация университетов) Может ли обеспечение качества помочь университетам стать двигателями инноваций? // Бюллетень «Высшее образование в мире». 2019. №14.

# БОЛАШАҚ ИНФОРМАТИКА МҰҒАЛІМДЕРІНІҢ ОҚЫТУ МАЗМҰНЫН БОЛАШАҚ БІЛІМ ТАКСОНОМИЯСЫНА (HOLONIQ) ДИНАМИКАЛЫҚ БЕЙІМДЕУДІҢ МӘСЕЛЕЛЕРІ

Узакова А.

*Абай атындағы Қазақ Ұлттық Педагогикалық Университеті, Алматы, Қазақстан*

E-mail: Uzakova.w@gmail.com

Қоғамды ақпараттандыру және ақпараттық-коммуникациялық технологиялардың таралу жылдамдығы білім беру процесін ұйымдастыруға, атап айтқанда, жалпы оқу орындарында жаңа тәсілдерді болжайды. Ақпараттық қолдау адамға ақпараттың үлкен көлемін игеруге мүмкіндік береді, осылайша жаңа білім қалыптастырады және біртіндеп қоғамның жаңа түріне – ақпараттық қоғамға ауысады. Мұндай қоғам жоғарғы оқу орнының ақпараттық-білім беру ортасын дамытуды қажет ететін тәрбие жұмысының мазмұнын, әдістері мен ұйымдастырушылық формаларын өзгертуді талап етеді. Бұл құбылыс, өз кезегінде, білім берудің тиімділігі мен икемділігін арттыруға, оны жаңғыртуға және халықаралық стандарттарға сәйкес келтіруге ықпал етеді[1]. Оқу үдерісінің тиімділігін арттыру үшін керекті алғышарттардың бірі жоғары оқу орындарында болашақ информатика мұғалімдерін бүгінгі технологиялық ерекшеліктер мен жетістіктерді ғана емес, сонымен қатар, іргелі, уақытқа қатысты инварианттыққа, оқытудың ескірмейтін әдістері мен оқытудың басқа құралдарын пайдалануға дайындау болып табылады. Соған сәйкес «оқыту мазмұны» ұғымының мазмұны да уақытқа сәйкес түрленеді. Сапалы білім берудің табыстылығын қамтамасыз ететін келесі шарттардың бірі – информатиканы оқыту үшін білім беру мазмұнын өзгерістерге сәйкес динамикалық бейімдей алу және жаңа дағдыларды меңгеру болып табылады. Нақты қандай технологиялармен жұмыс жасау және критерийлері бойынша анықтау біршама уақыт алатыны мәлім. Күн сайын жаңа программалық жабдықтамалар ғаламтор сөрелерін толтырып отырғанына қарамастан информатика мұғалімінен дәл сол сондай қарқынды жаңашылдық талап етіледі. Осы орайда оқыту мазмұнын жаңартып жаңа таксономия қарай бағыт алу қажеттілігі туындайды. Жаңа бағыт бойынша HolonIQ платформасына бейімделу алдымыздағы мақсат болып табылады[2]. Үнемі толықтырылып отыратын ақпараттық ресурстары бар платформамен қарқынды іс-әрекет шеңберінде оқыту мазмұнымен нәтижелі қарым-қатынас жасайтын мұғалімдердің рөлі едәуір артады. Іс-әрекет нәтижесі білім беруге, атап айтқанда, білім беру бағдарламаларының мазмұнына және пайдаланылатын оқыту құралдарына да әсер етеді.

Осы ретте алдымызға келесі міндеттерді қоя аламыз:

1. *Информатикадан қосымша пәндерден жұмыстарды ұйымдастыруда студенттердің функционалдық сауаттылығын қалыптастырудың дидактикалық алғышарттарын айқындау.* Егер функционалдық сауаттылықты белгілі бір жүйе ретінде қарастырсақ, негізгі құраушы бөліктерін және оның қалыптасуының межелерін, белгілері мен шарттарын айқын анықтап алу керек. Оқылатын әрбір жеке пән бойынша еліміздегі және осы бағытта қарастырылған шетелдік тәжірибені талдап-тану керек.

2. *Информатика саласының динамикалық дамуын ескеретін оқыту мазмұнын жасау ерекшеліктерін анықтау.* Уақыт талабына сай қолданысқа ие терминдерді анықтау, талдау, жаңа жаңалықтарға сәйкес зерттеу жүргізіп және болжай отырып олардың жіктемесін жасауға көңіл бөлу керек. Мұғалім дайындық барысында оқыту мазмұнына оларды қалай кірістіру қажет екенін анықтау қажет. Ерекшеліктерді анықтауда HolonIQ платформасының негізгі жұмыс жасау принципін анықтай отырып, категориялы-ұғымдық аппаратты құру мақсаты қойылды.

3. *Болашақ білім таксономиясына (HolonIQ) негізделген оқыту мазмұнын динамикалық бейімдеудің жалпы моделін жасау.* Оқу процесін ұйымдастырудың белгілі бір ерекшеліктерін көрсететін көптеген модельдер бар және жаңалары үнемі пайда болады.

4. *Қазіргі заманғы цифрлық технологиялар негізінде болашақ информатика мұғалімінің озық білім берудің әдістемелік жүйесін теориялық негіздеу және әзірлеу.* Білім беру технологиясы бұл – кез-келген білім беру саласында қажетті нәтижеге қол жеткізуге

арналған ғылыми және іс жүзінде негізделген әдістер мен құралдардың жиынтығы. Ол күрделі элементтер жүйесі болып табылады және оқу әрекеті процесінде нәтижеге шығару үшін оқу процесін ұйымдастырудағы алгоритмдік қадамдар тізбегін дәл жобалау қажет. Оқытудың әдістемелік жүйесі шеңберіндегі білім беру технологиясының құрылымы көптеген факторлармен анықталады[3].

HolonIQ – халықаралық білім беру нарығын талдауға мамандандырылған интеллектуалды платформа[2]. Түрлі нарықтағы экономикалық өзгерістерді саралап беретін таксономияның біздің жұмыстағы маңыздысы – үнемі өзгеріске ұшырап отыратын EDTech бөлімі. Мұндағы бізге платформа сұрыптап беретін кестені ұғыну үшін алдымен оның негізгі мазмұнын және қалай жұмыс жасайтын түсініуіміз қажет. Таксономия ұсынатын мәліметтерге сәйкес, терминдердің келесідей жіктелімін ұсынамын:

«Төменнен жоғары» талдауы. Талдау кластерлеу мен сегментацияның жаңа тәсілдерін зерттеу үшін машиналық оқытудағы "мұғалімсіз оқытуды" қолдана отырып, қалыптасқан және дәстүрлі білім таксономияларына байланысты емес және бейтарап емес деректердегі табиғи заңдылықтарды анықтады. Мысалы, беттің оң жағындағы визуализация бір елдегі ұйымдар желісін зерттеуге мүмкіндік береді. Оқушыларды, ата-аналарды, мектептер мен мекемелерді қолдау тәсілдеріне ұқсас ұйымдар өздері қызмет ететін сегменттер, сондай-ақ олар қолданатын модельдер мен технологиялар негізінде топтастырылған.

Методология – ғаламдық ландшафт мәліметтерді сұрыптауда екі классикалық тәсілді қамтиды: аналитика және дизайн.

Холондық жүйе. Әрбір холонның өзі тұтастық пен сәйкестікке ие, бірақ сонымен бірге үлкен жүйенің бөлігі болып табылады. Біз білім беруді холондар (студенттер, мұғалімдер, академиктер, мектептер, стартаптар, университеттер, ұлттық жүйелер) автономды және бірлесіп жұмыс істейтін холоникалық жүйе деп санаймыз.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Training future computer science teachers in the context of digitalisation based on the "History of informatics" course.// Oshanova N.T., Bukanova A.K., Kazhiakparova Zh.S., Salbyrova M.T., Sharmukhanbet S.R.// World Journal on Educational Technology: Current Issues// Volume 13, Issue 3, (2021) 354-369
2. <https://www.holoniq.com/>
3. Методология проектирования и реализации образовательных технологий по робототехнике в вузе// Мухамедиева К.М.//2019

### **МАТЕМАТИКАНЫ ТЕРЕНДЕТЕ ОҚЫТАТЫН СЫНЫПТАРДА ГЕОМЕТРИЯНЫ ОҚУДА ОҚУШЫЛАРДЫҢ ЖОБАЛЫҚ ӘРЕКЕТІН ҚАЛЫПТАСТЫРУ ӘДІСТЕМЕСІ**

**Шаугенбай А.Б.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [ayazhan.shb@mail.ru](mailto:ayazhan.shb@mail.ru)

Бүгінгі таңда жобалық қызмет мектеп пен университетте әртүрлі пәндерді оқыту тәжірибесінде кеңінен танымал бола бастады. Осы зерттеулерді талдау Жобалық іс-әрекет өнімді білім беру жүйесінің маңызды құрамдас бөлігі ретінде әрекет етеді және жеке тұлғаға бағытталған тәсілді жүзеге асыруға бағытталған іс-әрекеттің белсенді әдістері арқылы білім беру процестерін ұйымдастырудың стандартты емес, дәстүрлі емес әдісі болып табылады деген қорытынды жасауға мүмкіндік берді.

Бұл зерттеу жоғары сынып оқушыларының геометриясын оқытудың теориясы мен әдістемесі мәселелеріне, атап айтқанда, іргелі білім алуы практикалық дағдыларды қалыптастырумен оңтайлы үйлестіруге мүмкіндік беретін оқушылардың жобалық қызметін ұйымдастыруға арналған. Қазіргі мектептің түлегі қоғамға сәтті интеграциялану және оған бейімделу үшін қажет тәжірибеге бағытталған білім алуға мүдделі.



Математика оқу пәні ретінде оқушылардың мәдени және жеке қалыптасуына жағдай жасау үшін үлкен мүмкіндіктерге ие. Математиканы оқыту саласындағы қоғамның әлеуметтік тапсырысы оқушылардың жеке басын қалыптастыру, әр оқушының жеке басына қатысты оқу пәнінің тәрбиелік, тәрбиелік және дамытушылық әлеуетін неғұрлым толық жүзеге асыру міндетін алға тартады.

Зерттеудің өзектілігі олардың арасындағы қайшылықтармен расталады:

- білім компонентін іске асыратын математикалық білім берудің қалыптасқан дәстүрлерімен және жеке оқытуға, білім алушылардың жеке сұраныстарын іске асыруға бағытталған жаңа үрдістермен;

- оқытудың жаңа әдістерін, формалары мен құралдарын қолдану қажеттілігі және оларды математика сабақтарында қолдануды әдістемелік қамтамасыз етудің жеткіліксіз дамуы;

- математиканы, атап айтқанда геометрияны оқытуда жоғары сынып оқушыларының жобалық іс-әрекетін әр түрлі мамандандырылған сыныптарда қалыптастыру қажеттілігін түсіну және тиісті әдістердің жеткіліксіз дамуы.

Осы қарама-қайшылықтарға сүйене отырып, зерттеу мәселесі мамандандырылған сынып оқушыларының жобалық іс-әрекетін қалыптастыруға ықпал ететін геометрияны оқыту әдістемесінің жеткіліксіз дамуы болып табылады.

Оқушылардың жобалық іс-әрекетін қалыптастыру тұжырымдамасын түсіндірудің теориялық және әдіснамалық негіздемесі. Ол оқушының танымдық белсенділігін арттырудың, оның шығармашылығын дамытудың және сонымен бірге белгілі бір жеке қасиеттерді қалыптастырудың дидактикалық құралы ретінде анықталады және проективтік оқыту әдістеріне негізделген нәтижелі оқыту болып табылады: Тәуелсіз жоспарлау, болжау, шешім қабылдау, жеке маңызды мәселенің егжей-тегжейлі дамуы, ғылыми зерттеу. Бұл жобалық қызметті оқушылардың мақсатты іс-әрекеті ретінде ұсынуға мүмкіндік береді, оның барысында алынған білім жаңартылады, тәуелсіз оқытудың ерекше жеке тәжірибесі алынады. Жоғары сынып оқушыларының жобалық іс - әрекетінің ұсынылған құрылымы келесі компоненттерден тұрады: жоба бойынша жұмыс кезеңдері-қызметті ұйымдастыру, қызметті жүзеге асыру, қызмет нәтижелерін ұсыну, оны бағалау және кезеңдер. Әр кезеңде белгілі бір міндеттер шешіледі, оқушылар мен мұғалімнің іс-әрекетінің сипаты анықталады, арнайы (жобалық) дағдылар қалыптасады: ойлау, ұйымдастыру, іздеу, ақпараттық, коммуникативті, презентация, бағалау, рефлексивті. Мамандандырылған сыныптарда геометрияны оқытуда оқушылардың жобалық іс-әрекетін кезең-кезеңмен қалыптастырудың әзірленген әдістемесі оқушының тәуелсіздігін, оның жеке басының барлық салаларын дамытуға ықпал етеді. Ол үшін жоғары мамандандырылған сыныптарда геометрияны оқытудың мақсаттары нақтыланды, жоғары сынып оқушыларының жеке қабілеттерін және олардың осы пәнді оқу қажеттіліктерін барынша ескеретін оқу материалдарының мазмұны, әдістері, оқыту нысандары таңдалды.

Оқушылардың жобалық іс-әрекетін ұйымдастыруда мұғалімнің жобаны типологияландыру қабілеті маңызды рөл атқарады, ондағы басым бағытты анықтап, сәйкесінше мақсаттарды, мазмұнды және іске асыру әдістемесін жасау. Ұсынылған жобалардың классификациясын қорытындылай келе, біз геометрияны оқытуда қолданылатын жобалардың ең тән түрлерін анықтадық. Біз ұсынылған классификацияны және біздің жұмысымыздың тәжірибесін ескере отырып, жоғары сынып оқушыларының басым қызметі әдісі бойынша жобалардың түрлерін қарастырдық. Олардың ішінде жобалардың келесі түрлері анықталды: зерттеу, шығармашылық, практикаға бағытталған (қолданбалы), рөлдік (ойын), танымдық-бағдарлау.

Зерттеу жобаларының әдісі орта мектеп оқушылары үшін басты орын алады және сонымен бірге үлкен қиындықтар туғызады. Ол жалпы білім берудің маңызды міндеттерінің бірі болып табылатын ғылыми әдістеме негізінде қоршаған әлемді меңгеру қабілетін дамытуға негізделген.

Математиканы оқытуда жобалық іс-әрекетті қолдану бойынша мұғалімге арналған әдістемелік ұсыныстарда осы іс-әрекетке тән сипаттамалар, принциптер, талаптар анықталды. Олар жобалық іс-әрекеттің құрылымын, жобалардың түрлерін, нәтижелерді ұсыну формаларын, сондай-ақ жоғары сынып оқушыларының жобалық іс-әрекетінің нәтижелерін бағалау критерийлерін ұсынды. Арнайы (жобалық) дағдыларды бөліп, оларды қызмет түрлері бойынша топтастырдық: ойлау әрекеті, ұйымдастыру, іздеу, ақпараттық, коммуникативтік, таныстыру, бағалау, рефлексивті, сондай-ақ құзыреттілік тобы: когнитивтік, коммуникативтік және проблемаларды шешудегі құзыреттілік.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Громыко Ю.В. Исследование и проектирование в образовании // Школьные технологии. 2005. - № 2. - 66-69 б.
2. Гузев В.В. Познавательная самостоятельность учащихся и развитие образовательной технологии. М.: НИИ школьных технологий, 2004. - 128 б.
3. Дорофеев Г.В. и др. Концепция профильного курса математики // Математика в школе. 2006. - № 7. - 14-25 б.
4. Юб.Матяш Н.В. Проектный метод обучения в системе технологического образования // Педагогика. 2000. - № 4. - 38-44 б.

## **О РОЛИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗНАНИЙ В ПОДГОТОВКЕ СОВРЕМЕННЫХ ИНЖЕНЕРНЫХ КАДРОВ И О НЕКОТОРЫХ ПРОБЛЕМАХ И ИХ РЕШЕНИЯХ В ПРОЦЕССЕ ОБУЧЕНИЯ**

**Юсупов А.И., Халдыбаева И.Т., Абдикайимова Г.А.**

*Ташкентский государственный технический университет имени И. Каримова, Ташкент*

E-mail: [ibadat.khaldybaeva@gmail.com](mailto:ibadat.khaldybaeva@gmail.com)

В эпоху глобализации техника, технологии стремительно развиваются и в производство внедряются новые, современные оборудования и передовые технологии, во всех странах мира существует большой дефицит современных, высококвалифицированных инженеров. Деятельность инженера носит творческий характер, и он должен уметь принимать новаторские и нестандартные решения по созданию новой техники и технологий, внедрению в производство, а также по организации производства.

Эти требования ставят важные задачи перед инженерным образованием. Как и страны мира, Узбекистан также уделяет особое внимание вопросу подготовки современных квалифицированных инженеров.

Исходя из анализа исследователей, современный инженер должен обладать глубокими знаниями и навыками по своей специальности, логическим математическим мышлением, а также уметь пользоваться математическим аппаратом и математическими методами в своей области, строить математические модели инженерных задач, выполнять проектно-строительные работы. Должен иметь глубокое и творческое мышление по своей специальности, способность быстро адаптироваться к производственному процессу. Для этого ему необходимо иметь достаточные математические знания[1,2].

В условиях современной глобализации большое значение имеют возросшие и ускоренные потоки информации, информационные коммуникации, высокоточные автоматические устройства, а также стремительное развитие и обновление науки, техники и технологий, математического аппарата, математических методов, математического моделирования и проектирования, получение точных и быстрых технических и технологических решений. По этой причине в подготовке инженерных кадров большое значение имеет математика и предметы цикла математики, а также качество их подготовки.

Приведем некоторые проблемы и недостатки, выявленные в ходе исследований по повышению качества и эффективности преподавания математики, что имеет большое

значение в современном инженерном образовании, а также инновационные подходы к преподаванию математических наук, результаты педагогических экспериментов.

В результате нашего исследования и анализа выявлены следующие проблемы:

-большинство студентов, обучающихся по инженерным направлениям, имеют низкий уровень математических знаний среднего образования;

-среди выпускников учебных заведений среднего образования замечена тенденция к поиску быстрого ответа задачи без понимания сути проблемы. Причиной тому послужил формат вступительных испытаний (тест, не контрольная работа) в высшие учебные заведения Узбекистана. У них не развиты способности математического доказательства, дискуссии, рассуждения, анализа, нестандартного мышления;

-существует весомая разница между технологиями обучения в среднем образовании и высшей школе, которая влечет сложности при адаптации к методам высшей школы на первом курсе обучения;

-у выпускников средних учебных заведений не сформированы достаточные навыки для самостоятельного обучения;

-не существует непрерывной связи между математикой среднего образования и курсом «Высшая математика», есть определенные разрывы;

-в процессе преподавания «Высшей математики» в инженерном образовании основное внимание уделяется привитию теоретических знаний и умений, практическому применению уделяется мало внимания. Прикладных задач как в учебниках, так и в методических пособиях для практических занятий мало;

-большинство студентов не могут применить свои математические знания для решения задач по специальности;

Анализ показал, что необходимо повышать творческую активность студентов на занятиях по предмету «Высшая математика» путем развития у них навыков по самостоятельному получению математических знаний, применению полученных знаний в своей специализации, как следствие формировать у студентов активное творческое мировоззрение.

В целях повышения качества и эффективности преподавания математики в инженерном образовании профессорами-преподавателями кафедры «Высшая математика» Ташкентского государственного технического университета имени Ислама Каримова проводятся научно-педагогические опытно-испытательные работы на основе новых подходов. В конкретных упражнениях показано применение темы, изучаемой на практических занятиях, к решению общепрофессиональных, специальных и различных инженерных задач соответствующей области образования.

В задания самостоятельной работы студентов было включено больше прикладных вопросов. Уделили большее внимание на участие студентов в различных научных конференциях с лекциями по применению математики к инженерным вопросам. На научной, методической и педагогической основе проведены эксперименты в экспериментальных и контрольных группах, результаты проанализированы. Согласно анализу, в результате обучения по новой методике показатель эффективности за один учебный год составил 1,10-1,12.

Помимо повышения эффективности преподавания «Высшей математики» на основе нового подхода, были отмечены и определенные положительные результаты.

#### **Список использованной литературы**

1. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание. Москва-1980.
2. Гнеденко Б.В. С.Х.Сирожиддинов. Университеты и научно-технический прогресс. Сборник научно-методических статей по математике. Москва-1987.

MATHEMATICAL MODELING OF UNCOMPRESSED LAMINAR SYMMETRICAL STRENGTH

Ibrokhimov A.R.

Fergana Polytechnic Institute, Fergana, Uzbekistan.

E-mail: [ibroximov-2022@mail.ru](mailto:ibroximov-2022@mail.ru)

So far, there are many cases to sharp simplify Navier-Stoks equations and find private solutions very much. These studies usually or performed based on symmetrical reviews or based on the theory of dustries and sizes.

The mathematical model of the movement of unfailed fluid in this article was collected in this article. To do this, the movement and transversal speeds and pressure of water through the Navier-Stoks equations.[1]

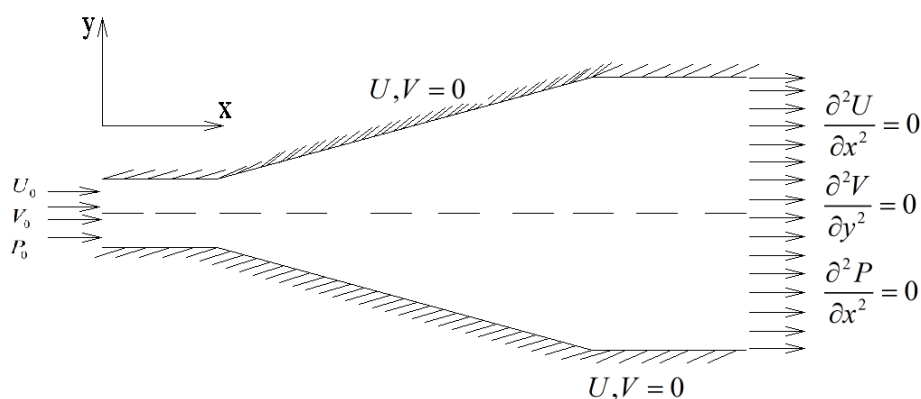


Figure 1 Diffuzion channel  
 Navier-Stoks equations:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0, & \frac{\partial P}{\partial t} + k \left( \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = \nu \left( \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \right), \\ \frac{\partial V}{\partial t} + U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = \nu \left( \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right). \end{cases} \quad (1)$$

Here  $U, V$  - The dye and transverse velocity of the flow on the channel,  $P$  -hydrostatic pressure,  $\rho$  -density of flow ( $\rho = const$ ),  $\nu$  -viscosity,  $t$  -time.

The Mac-Cormack method [2] was used to solve this (1) equation.

$$\begin{aligned} \text{Predictor} \quad \Phi_{ij}^{n+1} &= \Phi_{ij}^n - C \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Phi_{i+1,j}^n - \Phi_{ij}^n) \\ \text{Corrector} \quad \Phi_{ij}^{n+1} &= \frac{1}{2} [\Phi_{ij}^n + \Phi_{ij}^{n+1} - C \frac{\Delta t}{\Delta x} (\Phi_{ij}^{n+1} - \Phi_{i-1,j}^{n+1})] \end{aligned} \quad (2)$$

Primary and border conditions

$$\text{In the entrance} \quad \frac{U}{U_0} = 1, \quad V = 0, \quad P = 0.$$

From the condition of the wall on the wall  $U = 0, \quad V = 0, \quad P = 0.$

Extrapolation [3] was used for all speeds in the exit.  $\frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 V}{\partial y^2} = 0$ ,  $\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} = 0$ .

Analysis of the number of numbers

In Figure 2 below, there are transverse, longitudinal velocity speed and pressure graphs of the stream.

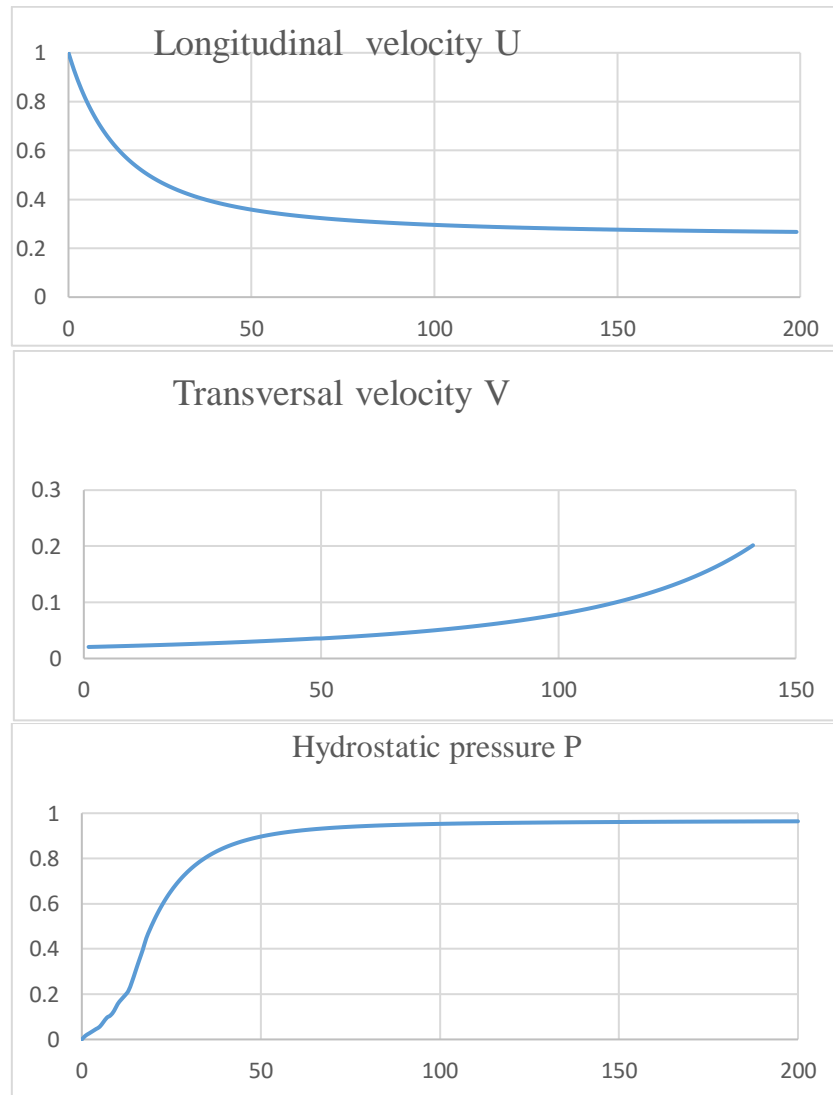


Figure 2. Scholars based on the transverse, longitudinal velocity of the stream and the number of pressure obtained by the channel

#### Conclusion

This thesis was studied in an unpleasable liquid movement in the diffusion symmetric channel. The Mac-Cormack method used in the calculation of Navier-Stoks. The graphics were built using dyable, transverse speeds and pressure using the number.

#### References

- [1]. Loitsyansky L.G. The mechanics of fluid and gas, Moscow, Science. p. 840, Механикажидкости i gaza, Moscow, Nauka, (1987)
- [2]. Андерсон Д., Таннехил Дою., Плетчер Р. Вычислительная гидромеханика и теплообмен //- М.: Мир, 1990.- Т.1- 384с.; Т.2 - 392с
- [3]. Patankar S.V. Numerical Heat Transfer and Fluid Flow. Taylor&Francis.ISBN 978-0-89116-522-4, 1980.

# BOUNDARY CONDITIONS IN THE CALCULATION OF LAYERED ORTHOTROPIC PLATES BASED ON ONE MODIFIED REFINED BENDING THEORY

Yessenbayeva G.A.<sup>1</sup>, Kasimov A.T.<sup>2</sup>, Yessenbayeva G.A.<sup>3</sup>, Kasimov B.A.<sup>4</sup>

<sup>1</sup>*Buketov Karaganda University, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*Abylkas Saginov Karaganda Technical University, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*Karaganda University of Kazpotrebsoyuz, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>4</sup>*IE "Garant", Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [esenbaevagulsima@mail.ru](mailto:esenbaevagulsima@mail.ru)

The creation of new modern technology and the improvement of technological developments made it necessary to search and create new composites, in particular multilayer ones, with a wide range of operational properties that cannot be achieved using traditional materials. Moreover, the rapid development of scientific and technological progress requires the creation and implementation of new progressive materials and structures with predetermined properties. Orthotropy is one of these properties. Orthotropic materials are more difficult to analyze than isotropic materials because their properties depend on the direction.

The use of multilayer orthotropic composite materials in modern apparatuses and devices required taking into account their structural features, the physical properties of the materials used, as well as the creation of new methods for calculating the stress-strain state of such structures. The technical, physical and mechanical properties of structures made of multilayer inhomogeneous materials differ significantly in the thickness of their packages, therefore, the study of the features of the operation of structures, in particular plates, made of multilayer inhomogeneous materials in the thickness of their package using refined models is important when designing new innovative lightweight structures from multilayer materials.

We consider a rectangular layered plate with sides with orthotropic layers and a given thickness, consisting of an arbitrary number of orthotropic layers. We consider a plate in an orthogonal coordinate system  $x_1, x_2, x_3 = z$ . The axes  $x_1$  and  $x_2$  lie on the coordinate plane and their directions coincide with the orthotropy axes of the layers. The coordinate plane is positioned arbitrarily along the height of the plate cross-section.

The material layers are numbered from the bottom surface of the plate. The total number of layers in the package is denoted by  $n$ , then we take  $k = 1, 2, \dots, n$ , where  $k$  is the number of an arbitrary layer. All layers of the plate in aggregate in thickness form a package of layers.

In the general case, we assume that the package structure is formed by layers of different thicknesses and rigidities, the physical and mechanical characteristics of which are constant in their thickness. The number and order of the layers are arbitrary.

For an arbitrary  $k$ th layer of the plate, simplified hypotheses are adopted. These hypotheses satisfy the conditions for the joint operation of the layers without separation and displacement, the conditions on the plate surface, and determine the nonlinear law of variation of transverse shear stresses and normal stresses in the thickness of the plate [1]. The given hypotheses are obtained on the basis of the hypotheses proposed by professor A.Sh. Bozhenov [2], by neglecting a number of factors that insignificantly affect the stress-strain state of plates. It is assumed that normal displacements are equal to deflections.

Factors such as transverse shear in two directions and the pressure of the layers on each other, as well as the orthotropy of the layers are taken into account using a single shear function.

Equations for the bending multilayer orthotropic plates with an asymmetric structure in thickness are obtained from the Lagrange variational principle using the relations received on the basis of the accepted hypotheses. Then, by introducing the force functions, the system of equations and the boundary conditions are transformed into a mixed form. As a result, a system of three equations of the 12th order is obtained; this system describes the bending for a multilayer plate of an asymmetric structure in thickness with orthotropic layers. The system takes into account a transverse shear, a layer pressure, and normal strains. Three functions of the coordinate surface are

unknown; these functions are the function of force  $\phi$ , the deflection function  $W$ , and the shear function  $\chi$  [1, 3].

We note that the solution of the obtained systems of equations is possible when boundary conditions are satisfied on each contour with respect to the sought functions.

The boundary conditions for various cases of fixing the edges of the plate are obtained from the contour integral of the variational equation [2].

For edges  $x_i = const$  we have

$$\begin{aligned} \phi_{,ll} \delta u_i = 0; \quad \phi_{,12} \delta u_l = 0; \quad M_{ii} \delta W_{,i} = 0; \quad (M_{ii,i} + 2M_{12,l}) \delta W = 0; \\ (Q_i'' - M'_{ii,i} - 2M'_{12,l}) \delta \chi = 0; \quad M'_{ii} \delta \chi_{,i} = 0; \quad (i = 1, 2; \quad l = 2, 1). \end{aligned} \quad (1)$$

The number of boundary conditions corresponds to the order of the system of equations.

From (1) we single out two groups of boundary conditions: the first group includes the first four, which in form correspond to the conditions of the classical theory of plate bending. They model the connections superimposed on the contour of the coordinate plane of a multilayer plate ( $z = 0$ ) and determine the nature of its fixation, that is, they describe the contour anchoring of the coordinate plane of the plates. The remaining conditions are attributed to the second group, which models the connections that prevent mutual displacements of points on the end plane of the plate ( $z \neq 0$ ) [2, 4]. The second group of equations models the type of deformation of the end surface of the plate and assumes the presence of various types of diaphragms at the end of the multilayer plate.

By combining the conditions of two groups of boundary conditions, any boundary conditions can be simulated. Here some common options for fixing the plate for the edges  $x_i = const$  are obtained.

A movable hinged support with a rigid end diaphragm is determined by the conditions

$$\phi_{,12} = \phi_{,ll} = W = M_{ii} = \chi = \chi_{,i} = 0.$$

The relations for a movable hinged support with an end diaphragm, rigid in its plane and flexible from the plane, have the form

$$\phi_{,12} = \phi_{,ll} = W = M_{ii} = \chi = 0; \quad M'_{ii} = 0.$$

The conditions for a movable pinching with an end rigid diaphragm are written as

$$\phi_{,12} = \phi_{,ll} = W_{,i} = \chi_{,i} = \chi = 0.$$

A movable pinching with a diaphragm that is rigid in its plane and flexible from the plane is determined by the following relations

$$\phi_{,12} = \phi_{,ll} = W_{,i} = \chi = 0; \quad M'_{ii} = 0.$$

In the case of a free edge of a plate with a diaphragm that is flexible in its plane and rigid from the plane, we have the following conditions

$$\phi_{,12} = \phi_{,ll} = M_{ii} = 0; \quad M_{ii,i} + 2M_{12,l} = 0; \quad Q_i'' - M'_{ii,i} - 2M'_{12,l} = 0; \quad \chi_{,i} = 0.$$

Thus, the combination of conditions from the two groups makes it possible to write down the boundary conditions on the edges of the plate for any type of contour fastening.

In this paper, we also study some options for fixing end diaphragms when performing the Kirchhoff-Love hypotheses.

## References

1. Kasimov A.T., Yessenbayeva G.A., Zholmagambetov S.R., Khabidolda O. Investigation of layered orthotropic structures based on one modified refined bending theory // Eurasian physical technical journal. – 2021. – V. 18. - №4(38). – P. 37–44.
2. Bozhenov A.Sh. Theory of multilayer inhomogeneous plates, orthotropic shells and plates: the dissertation abstract for the degree of doctor of technical sciences - Novosibirsk, 1990. - 45 p.
3. Kasimov A.T. Investigations of the stress-strain state for rectangular multilayer plates by the finite difference method // Proceedings of the University. - 2002. - № 4. - P. 73 - 75.
4. Kasimov A.T., Zholmagambetov S.R., Yessenbayeva G.A., Kasimov B.A. Numerical modeling of the stress-strain state of three-layer plates based on the non-classical theory of bending // Proceedings of the University. – 2020. - №1. – P. 89-92.

## CALCULATING EXPANSION COEFFICIENTS OF THE DEFLECTION FUNCTION FOR PLATE BENDING

Yessenbayeva G.A.<sup>1</sup>, Kasimov A.T.<sup>2</sup>, Kasimov B.A.<sup>3</sup>, Syzdykova N.K.<sup>1</sup>,

<sup>1</sup>*Buketov Karaganda University, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>2</sup>*AbylkasSaginov Karaganda Technical University, Karaganda, Kazakhstan*

<sup>3</sup>*IE "Garant", Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [esenbaevagulsima@mail.ru](mailto:esenbaevagulsima@mail.ru)

Plates are rightly considered the most universal and widespread elements in virtually all sectors of science, technology and economy. During operation, the plate as a part of a mechanism or an independent structure is subjected to various influences (friction, deformations, the effects of various loads, temperature changes, vibrations, wear, etc.) which cause, first of all, the plate bending. Therefore, knowledge of the theory for the plate bending and of classical methods for calculating them is necessary for a modern engineer.

Analytical and numerical calculations are necessary in the production of material goods in all sectors of the national economy: from the production of household goods, cars, airplanes, ships and unique equipment to a wide variety of structures and space rockets, the details of which are plates. Analytical and numerical calculations are relevant at any time, since progress does not stand still, enterprises design new devices and equipment, new structures are being built, the creation of which is impossible without clear technical studies that specify the accuracy of calculations necessary for this design.

A variety of analytical and numerical calculation methods are used to study plate bending problems. One of these methods is the Levy method.

We consider the case of the plate bending ( $0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b$ ), in which only two opposite edges have a hinge support (for example,  $x=0$  and  $x=a$ ) and the other two edges have arbitrary boundary conditions. The mathematical model of the plate is completely determined by the function of deflection (vertical displacements)  $W(x, y)$ . When calculating by the Levy method, the desired deflection function  $W(x, y)$  has the form [1]

$$W(x, y) = \sum_{n=1}^{\infty} [A_n \cdot ch\omega_n y + B_n \cdot sh\omega_n y + C_n \cdot y \cdot ch\omega_n y + D_n \cdot y \cdot sh\omega_n y + \varphi_n(y)] \sin \omega_n x, \quad (1)$$

where  $A_n, B_n, C_n, D_n$  are arbitrary constants of integration,  $\omega_n = \frac{n\pi}{a}$ ,  $\varphi_n$  is a particular integral that depends on the type of coefficients  $f_n$  and, consequently, on a given external load  $f$  [1].

To determine the four integration constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$ , the boundary conditions defined at the edges of the plate  $y=0$  and  $y=b$  are used. These boundary conditions, of course, can be different. In the general case, this leads to the solving a system of algebraic equations with respect to unknown constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$ . However, it should be noted that the order of this system can increase, for example, if the load is given in the direction of the  $y$ -axis by a discontinuous law.

Obviously, various approximate methods can be used to find the constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$ . It depends on what degree of accuracy is needed when solving a specific practical problem. In addition, it should be taken into account that the deflection function is defined as an infinite series, finding the sum of which is not always an easy task. Therefore, it is often necessary to limit ourselves to a finite number of the first terms of the series (1) for the deflection function, which naturally reduces the accuracy of the desired solution.

The calculation of the coefficients  $A_n, B_n, C_n, D_n$  in a general form in the case when one of the sides of the plate (for example, a side  $y=0$ ), parallel to the  $x$  axis, is supported by an elastic contour, and the other side is rigidly pinched, is given in [2]. The elastic contour may be, for example, a beam, bending under the action of pressures applied to it. For this case the boundary



conditions have the form

$$\left( \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \Big|_{y=0} = 0, D \left[ \frac{\partial^3 W}{\partial y^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 W}{\partial x^2 \partial y} \right] \Big|_{y=0} = \left( EJ \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} \right) \Big|_{y=0}; W \Big|_{y=b} = 0,$$

$$\frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{y=b} = 0;$$

where  $D$  is the cylindrical rigidity of the plate,  $EJ$  is the rigidity of the beam.

In the case when one of the sides of the plate parallel to the  $x$  axis is rigidly pinched, and the other side is free, under a uniformly distributed load  $f = q$  of constant intensity, integration constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$  are presented in [3].

This special case in a more general form, namely, for any type of external load  $f$  with full calculation of the integration constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$  is studied in [4], where the side  $y = 0$  is free, and the side is  $y = b$  rigidly fixed.

In a fairly widespread, but computationally simple case, when the edges of the plate parallel to the axis are rigidly pinched, the analytical expressions for the coefficients  $A_n, B_n, C_n, D_n$  have the form

$$A_n = -\varphi_n(0), \quad B_n = \frac{\xi_1(sh\omega_n b + b\omega_n ch\omega_n b) - \xi_2 bsh\omega_n b}{sh^2\omega_n b - b^2\omega_n^2},$$

$$C_n = \frac{\omega_n[\xi_1(sh\omega_n b + b\omega_n ch\omega_n b) - \xi_2 bsh\omega_n b]}{b^2\omega_n^2 - sh^2\omega_n b} - \varphi_n'(0), \quad D_n = \frac{\xi_1 b\omega_n^2 sh\omega_n b - \xi_2(sh\omega_n b - b\omega_n ch\omega_n b)}{sh^2\omega_n b - b^2\omega_n^2}$$

$$;$$

$$\xi_1 = ch\omega_n b[\varphi_n(0) + b\varphi_n'(0)] - \varphi_n(b), \quad \xi_2 = \varphi_n'(0)ch\omega_n b + \omega_n sh\omega_n b[\varphi_n(0) + b\varphi_n'(0)] - \varphi_n'(b).$$

Due to the bulkiness of formulas for the determination of the coefficients  $A_n, B_n, C_n, D_n$  in the general case, and, consequently, due to the inconvenience and complexity of further use of these formulas, it is recommended that all calculations of the constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$  be carried out for particular numerical values of a problem in each special case with given numerical parameters. This was also done when solving specific problems with the above boundary conditions. Analytical calculations are difficult, but improving the accuracy of the result obtained is an obvious fact.

Due to the clarity of the calculation algorithm, without any difficulty, Levy's solution can also be applied to the study of the bending of a plate whose sides parallel to the  $x$  axis have other boundary conditions. Levy's solution also easily applies to those cases when the sides of the plate contour parallel to the  $x$  axis are not completely rigid, but are relatively flexible beams that bend under the action of the pressures applied to them.

Finding analytical expressions for constants  $A_n, B_n, C_n, D_n$  makes it possible to obtain an analytical expression (formula) for the deflection function  $W(x, y)$ . And then the deflection function can be set with the accuracy that is necessary for solving a specific problem, only being limited by the number of members in the series (1) that will provide the required accuracy of the calculations of the object under study.

Setting the calculation accuracy necessary for the manufactured product undoubtedly entails an increase in the product quality.

In addition, this factor plays an important role in the design and calculation of titanium plates of body armor, solar panels, plates in an alkaline apparatus of water ionization, wall film heaters, Earth satellites, etc., as well as in such areas of production as instrumentation, mechanical engineering, aviation, space industry, etc.

## References

1. Zavyalov V.N., Martynov E.A., Romanovsky V.M. Fundamentals of structural mechanics of plates. - Omsk: SibADI, 2012. - 116 p.
2. Yessenbayeva G.A., Akhanov F.M., Makazhanova T.Kh. On the calculation of rectangular plates by the trigonometric series // Bulletin of the Karaganda university. Mathematics series.. - 2019. - № 2(94). – P. 115–120.
3. Timoshenko S.P., Goodier J. Theory of elasticity. - M.: Nauka, 1979. - 560 p.
4. Yessenbayeva G.A., Yesbayeva D.N., Makazhanova T.Kh. On calculation methods for the model of plates bending // Eurasian physical technical journal. – 2019. – V. 16. - №1(31). – P. 121–128.

## ЖАРТЫЛАЙ ШЕКСІЗ СЕРПІМДІЛІ ЖАЗЫҚТЫҚТЫҢ НЕГІЗГІ ТЕНДЕУІНІҢ ЖАЛПЫ АНАЛИТИКАЛЫҚ ШЕШІМІ

Ахажанов С.Б., Нурланова Б.М.

Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды қаласы,  
Қазақстан

E-mail: [stjg@mail.ru](mailto:stjg@mail.ru)

Жартылай серпімділі жазықтықтың стандарттық теңдеуі келесі түрде жазылады:

$$\nabla^2 \nabla^2 F = \frac{\partial^4 F}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x_1^2 \partial x_3^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial x_3^4} = 0 \quad (1)$$

Бұл бигармоникалық теңдеудің (1) шешімін табу үшін  $F(x_1, x_3)$  жылжу функциясы мына түрде қабылданып алынады [1]:

$$F(x_1, x_3) = \delta(x_3) \cdot W(x_1), \quad (2)$$

мұнда  $\delta(x_3)$  – таралу функциясы;  $W(x_1)$  – майысу функциясы.

Енді осы жұмыстағы шешуші теңдеуді (1) өту теңдеуін

$\frac{d^2 W(x_1)}{dx_1^2} = -\bar{k}^2 W(x_1)$ ;  $\frac{d^4 W(x_1)}{dx_1^4} = \bar{k}_o^4 W(x_1)$  және (2) қолданып келесі жалпы түрде жазамыз:

$$\delta'''(z_0) - 2 \cdot k^2 \delta''(z_0) + k_o^4 \delta(z_0) = 0$$

Осы теңдеудің жалпы шешімін былайша анықтаймыз:

$$\lambda^2 = k^2(1 \pm \sqrt{1 - \alpha}); \quad k_o^4 = \alpha \cdot (k^2)^2$$
$$\delta(z_0) = [C_1 \cos(\beta_1 z_0) + C_2 \sin(\beta_1 z_0)] e^{-\alpha_1 z_0} + [C_3 \cos(\beta_1 z_0) + C_4 \sin(\beta_1 z_0)] e^{\alpha_1 z_0} \quad (3)$$

мұнда

$$\alpha_1 = k \sqrt{\frac{\alpha + 1}{2}}, \quad \beta_1 = k \sqrt{\frac{\alpha - 1}{2}},$$
$$\alpha_2 = k \sqrt{1 - \sqrt{1 - \alpha}}, \quad \beta_2 = k \sqrt{1 + \sqrt{1 - \alpha}}$$

Жалпы шешімді (3) жартылай шексіз серпімділі жазықтыққа қолданайық ( $z_0 \rightarrow \infty$ ,  $\delta(z_0) = 0$ ):

$$\delta(z_0) = [C_1 \cos(\beta_1 z_0) + C_2 \sin(\beta_1 z_0)] e^{-\alpha_1 z_0} \quad (4)$$

Бұл (4) шешімге басқа түрде алынған нәтижелерді қолдануға болады [2]. Жылжулар және кернеулер компоненттері, ішкі күштер формулалары сәйкесінше [3] бойынша табылады. Бірақ формулаларға кіретін тұрақты белгісіздер, параметрлер және шешуші теңдеу [3] жұмыстағы әдісті қолдану арқылы келесі түрде анықталады:

- тұрақты белгісіздер

$$C_1 = \frac{1}{12\alpha_p} [2\nu\alpha_1\alpha\alpha_0 + (\alpha - \nu)\beta_0]$$

$$C_2 = -\frac{1}{12\beta_1\alpha_p} [(\alpha + \nu)\alpha_1 \cdot \beta_0 - (1 + \nu)\alpha k^2 \alpha_0]$$

$$C_0 = \frac{1}{12} \frac{Eh^2}{Eh_0^2} \beta_0; \quad A_0 = -\frac{1}{8} + \frac{1}{24} \frac{Eh^2}{Eh_0^2} \beta_0;$$

$$B_0 = \frac{1}{24} - \frac{1}{32} \frac{Eh^2}{Eh_0^2} \beta_0 - \frac{1}{12} \frac{Eh^3}{Eh_0^3} \alpha_0$$

- параметрлер

$$\alpha_0 = \frac{6(1 - \nu)}{\alpha k^2 (1 + \nu)} \alpha_p P_1, \quad \beta_0 = 12(1 - \nu) \alpha_p P_0,$$

$$P_0 = \frac{1 - \alpha\nu + \alpha_1 \frac{h_0}{h}}{(1 - \alpha\nu)n_1 k^2 - 2\alpha_1 m}, \quad P_1 = \frac{2m + n_1 k^2 \frac{h_0}{h}}{(1 - \alpha\nu)n_1 k^2 - 2\alpha_1 m},$$

$$n_1 = \alpha^2(1 - \nu) - \alpha\nu(1 + \nu) + 2\nu, \quad m = 2\alpha\alpha_1(1 + \nu) + \alpha_p(1 - \nu) \frac{Eh}{Eh_0},$$

$$\alpha_p = \alpha^2\nu + 2\alpha\nu + \nu^2\alpha + \alpha - \nu$$

- шешуші теңдеу

$$\gamma \cdot \frac{d^4 W_0(x_1)}{dx_1^4} = \frac{q(x_1)}{EJ},$$

$$\gamma = 1 - 6(1 - \nu)\alpha_p \cdot P_0 \frac{Eh^2}{Eh_0^2} - \frac{6(1 - \nu)\alpha_p \cdot P_1}{\alpha k^2 (1 + \nu)} \frac{Eh^3}{Eh_0^3}, \quad J = \frac{h_0^3}{12}$$

Осы мақаладағы шешім (4) бойынша алынған нәтижелерді шешім [4-6] салыстырғанда серпімділі негіздегі арқалықтың майысу функциясы, ішкі күштері, жылжулар мен кернеулер компоненттері мәндерінің айырмашылығы өте аз болады.

Сөйтіп, алынған нәтижелер арқылы жартылай шексіз серпімділі жазықтықтың ішкі күштерін, деформациялары мен кернеулерін нақты аналитикалық түрде анықтауға болады.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Ахажанов С.Б. Напряженно-деформированное состояние упругой полуплоскости // Математические методы и модели в строительстве, архитектуре и дизайне: Сборник статей. Самарский государственный архитектурно-строительный университет. –Самара, 2015. –С. 67-73.
2. Тұрсынов К.А., Ахажанов С.Б. Жартылай серпімділі жазықтықтағы арқалықтың иілуі // ҚарМУ хабаршысы: Математика сериясы. –2006. –№1(41). –Б. 54-59.

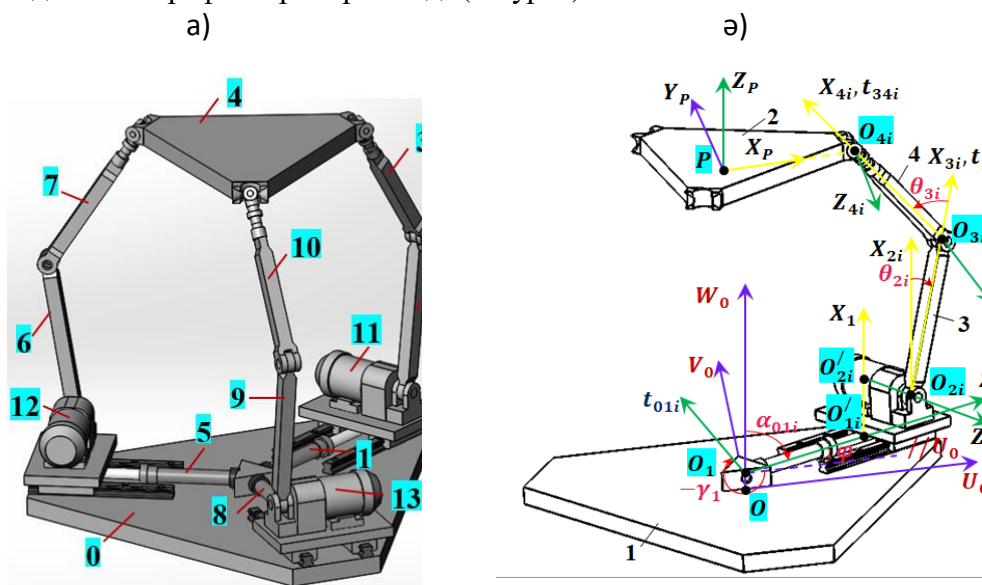
3. Ахажанов С.Б. Серпімділі негіздегі арқалықты есептеу әдісі: монография. – Қарағанды: «Полиграфист» ЖШС баспасы, 2020. - 166 бет.
4. Bogomolov A.N., Ushakov A.N. Stress-strain state of an elastic half-plane at a linear shift of a part of its boundary // Vestnik MGSU. — 2017. — Vol. 12, No. 2. — P. 184–192.
5. Moore M., Ramesh R., Hills D., et al. Half-plane partial slip contact problems with a constant normal load subject to a shear force and differential bulk tension // J. Mech. Phys. Solids. — 2018. — Vol. 118. — P. 245–253.
6. Kratochvil J., Becker W. Asymptotic analysis of stresses in an isotropic linear elastic plane or half-plane weakened by a finite number of holes // Arch. Appl. Mech. — 2012. — Vol. 82. — P. 743–754.

## ЖАҢА ТРИПОД ТҮРДЕГІ 3-PRRS ПАРАЛЛЕЛЬ МАНИПУЛЯТОРДЫҢ ЖҰМЫС АЙМАҒЫ

**Кайыров Р.А.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*  
E-mail: [kairov.rustem@mail.ru](mailto:kairov.rustem@mail.ru)

Мақалада жаңа 3-PRRS трипод түрдегі параллель манипулятордың (1-сурет) жұмыс аймағын анықтау әдісі сипатталды. Параллель манипулятордың қозғалмалы және бекітілген платформаларының арасындағы байланыс үш PRRS түрдегі тұйық кинематикалық тізбектер арқылы жасалған. Механизм 1, 5, 8 және 2, 6, 9 белсенді түйіндер арқылы қозғалысқа келтіріледі. Манипулятордың аяқтары шеңберлер бойынша, ал қозғалмалы платформаның центрі сфераға тиісті шеңбер доғасы бойынша қозғалатындығы анықталып, олардың теңдеулері алынды және графиктері көрсетілді (2-сурет).



Сурет 1. – Жаңа трипод түрдегі 3-PRRS параллель манипулятордың 3D моделі

Сфералық топсалардың координаталары келесі түрде анықталады

$$\left. \begin{aligned} U_{O_{4,i}} &= -bc\gamma_i + s_i s \gamma_i - fs \gamma_i s \theta_{2,i} - gs \gamma_i s(\theta_{23,i}) \\ V_{O_{4,i}} &= -bs \gamma_i - s_i c \gamma_i + fc \gamma_i s \theta_{2,i} + gc \gamma_i s(\theta_{23,i}) \\ W_{O_{4,i}} &= c + a + fc \theta_{2,i} + gc(\theta_{23,i}) \end{aligned} \right\}, \quad (1)$$

мұнда  $a, b, c, f, g$  – тұрақты параметрлер,  $s_i, \theta_{2,i}, \theta_{3,i}$  – қозғалтқыштардың орналасуларын анықтайтын айнымалы параметрлер,  $\theta_{23,i} = \theta_{2,i} + \theta_{3,i}, i = 1, 2, 3$ .

Айналмалы кинематикалық жұптардың шектеулеріне байланысты манипулятордың аяқтары ( $O_{2,i}, O_{3,i}, O_{4,i}$  диадалары) келесі жазықтықтар бойынша қозғалады

$$c\gamma_i \cdot U_{O_{4,i}} + s\gamma_i \cdot V_{O_{4,i}} + b_i = 0, (i = 1, 2, 3). \quad (2)$$

(2)-жазықтықтарда жататын келесі шеңберлердің теңдеулері манипулятордың аяқтарының жұмыс аймақтары болып табылады

$$\left. \begin{aligned} (U_0 - O_{2,ix})^2 + (V_0 - O_{2,iy})^2 + (W_0 - O_{2,iz})^2 &= (g_i - f_i)^2 \\ (U_0 - O_{2,ix})^2 + (V_0 - O_{2,iy})^2 + (W_0 - O_{2,iz})^2 &= (g_i + f_i)^2 \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

мұнда  $O_{2,ix}, O_{2,iy}, O_{2,iz}$  – шеңберлердің центрларының координаталары.

Қозғалмалы платформаның центрінің координаталарын келесі теңдіктер бойынша анықтауға болады

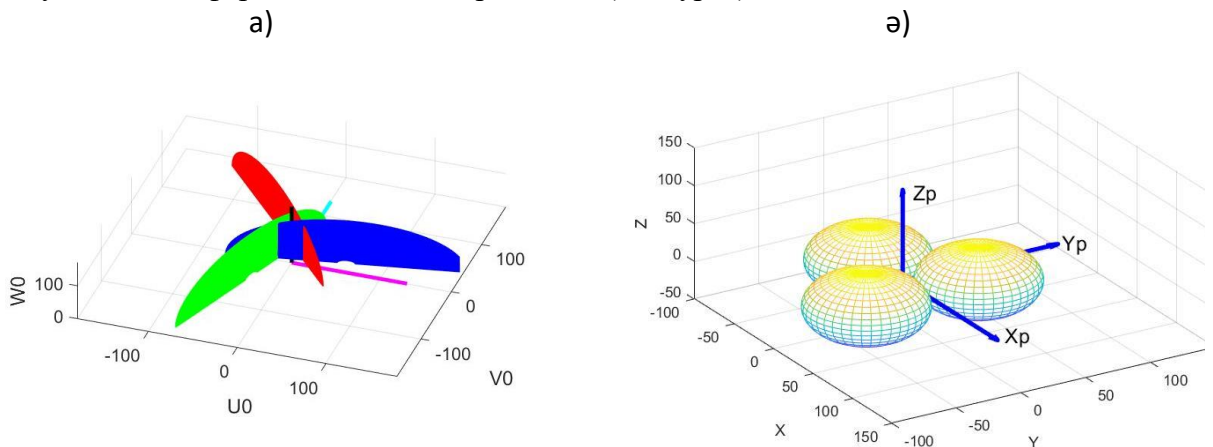
$$\left. \begin{aligned} X_P &= U_{O_{4,i}} - U_{O_{4,Pi}} \cdot s\gamma_i \cdot s\theta_{23,i} - V_{O_{4,Pi}} \cdot s\gamma_i \cdot c\theta_{23,i} - W_{O_{4,Pi}} \cdot c\gamma_i \\ Y_P &= V_{O_{4,i}} + U_{O_{4,Pi}} \cdot c\gamma_i \cdot s\theta_{23,i} + V_{O_{4,Pi}} \cdot c\gamma_i \cdot c\theta_{23,i} - W_{O_{4,Pi}} \cdot s\gamma_i \\ Z_P &= W_{O_{4,i}} + U_{O_{4,Pi}} \cdot c\theta_{23,i} - V_{O_{4,Pi}} \cdot s\theta_{23,i} \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

мұнда  $U_{O_{4,Pi}}, V_{O_{4,Pi}}, W_{O_{4,Pi}}$  – жергілікті  $O_{4,i}X_{4,i}Y_{4,i}Z_{4,i}$  координаттар жүйесіне қатысты қозғалмалы платформаның центрінің координаталары.

Жоғарыдағы (1), (2) және (4)-теңдеулерді пайдаланып бірқатар түрлендірулер жасағаннан кейін келесі теңдеулерді аламыз

$$(X_P - U_{O_{4,i}})^2 + (Y_P - V_{O_{4,i}})^2 + (Z_P - W_{O_{4,i}})^2 = h^2, \quad (5)$$

бұл үш сфераның теңдеулері абсолюттік  $O_0U_0V_0W_0$  координаттар жүйесіне қатысты қозғалмалы платформаның центрінің, яғни  $P$  нүктесінің қозғалыс теңдеулері болып табылады. Ендеше берілген параллель манипулятордың аяқтары абсолюттік координаттар жүйесіне қатысты шеңберлер бойынша (2,а-сурет), ал сфералық топсаларға  $O_{4,i}$  қатысты (5)-ші теңдеуге сәйкес сфераға тиісті шеңбер доғасы (2,ә-сурет) бойынша қозғалыс жасайды.



Сурет 2. – Параллель манипулятордың жұмыс аймағы

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Tsai L.W. Robot Analysis: The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. - John Wiley & Sons, Inc., New York /Chichester/Weinheim/ Brisbane/ Singapore /Toronto. 1999. – P. 505
2. Zhumadil Baigunchekov et. al. Kinematics of the Parallel Manipulators with Functionally Independent Drives (Part I, Part II) // Proceeding of the 11<sup>th</sup> World Congress on Mechanism and Machine Science, April 1-4, – 2004, Tianjin, China, –pp. 16647 - 1655.

3. M.A. Laribi, L. Romdhane, S. Zeghloul., “Analysis and dimensional synthesis of the DELTA robot for a prescribed workspace”, Mechanism and Machine Theory 42 (2007) 859–870.

4. Кайыров Р.А., Жаңа трипод түрдегі 3-PRRS параллель манипулятордың кинематикалық талдауы, КазҰУ хабаршысы, математика, механика, информатика сериясы, 108 том, №4, 58-71 б.

## МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ ДИНАМИКИ ЖИДКОСТЕЙ В ТЕПЛООБМЕННЫХ АППАРАТАХ

Курманова Д.Е., Джайчибеков Н.Ж.

*Евразийский национальный университет им. Л.Н. Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

E-mail: [jaich@mail.ru](mailto:jaich@mail.ru)

Для трубопроводной транспортировки нефти и нефтепродуктов используется подход, основанный на регулировании реологических свойств нефти, например, при помощи нагрева нефти с ее последующей транспортировкой по трубопроводу с повышенной теплоизоляцией (горячая перекачка нефти). В некоторых случаях увеличение вязкости нефти при понижении температуры приводит к недопустимым напряжениям на стенках трубы и остановке транспортировки. В работе [1] проведены исследования зависимости кинематической вязкости нефти и смесей нефти от температуры, а также проанализированы существующие формулы для расчета кинематической вязкости нефти в магистральных трубопроводах.

Настоящая работа посвящена исследованию гидродинамики теплоносителей в теплообменных аппаратах. В качестве теплоносителей используются вода («горячий» теплоноситель) и нефть («холодный» теплоноситель), между которыми происходит теплообмен через твердую поверхность трубопровода, являющейся границей между теплоносителями. Для численного моделирования гидродинамики теплоносителей применялись осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, замкнутые при помощи модели турбулентности.

В литературе применяются различные зависимости вязкости от температуры. В нефтяной отрасли при расчете кинематической вязкости, зависящей от температуры, применяется формула Вальтера [1]

$$\lg[\lg(\nu + 0.8)] = a + b \lg T,$$

где  $a$  и  $b$  – эмпирические коэффициенты, определяемые для данной жидкости экспериментальным путем. Коэффициенты  $a$  и  $b$  в формуле находятся из соотношений

$$a = \lg[\lg(\nu_1 + 0.8)] - b \lg T$$

$$b = \frac{\lg[\lg(\nu_1 + 0.8)] - \lg[\lg(\nu_2 + 0.8)]}{\lg T_1 - \lg T_2}$$

Здесь  $\nu_1$  и  $\nu_2$  – значения кинематической вязкости жидкости при температурах  $T_1$  и  $T_2$ .

Сравнение результатов расчетов по формуле Вальтера с экспериментальными значениями динамической вязкости для нефти показано на рис. 1.

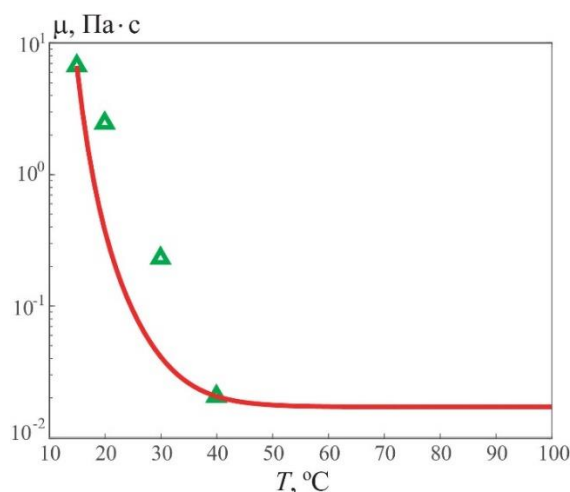


Рис. 1. Зависимость динамической вязкости нефти от температуры. Треугольные значки – экспериментальные данные [2], сплошная линия – расчеты по формуле Вальтера

В расчетах используется сетка, состоящая из 19461 ячеек, из которых 500x24 ячеек размещается в области, заполненной нефтью, 500x5 ячеек – в области из стали, а 500x13 – в области, заполненной водой. Сгущение ячеек сетки производится около стенок трубы таким образом, чтобы  $y^+ < 2$ , где  $y^+$  – безразмерная пристеночная координата.

Результаты расчетов сравниваются с данными, полученные методами вычислительной гидродинамики. Нефть считается ньютоновской жидкостью с постоянной плотностью. Расчеты проводятся при помощи численного решения осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса (Reynolds-Averaged Navier–Stokes, RANS) для вязкой несжимаемой жидкости, замкнутых при помощи модели турбулентности, учитывающей ламинарно-турбулентный переход.

Распределение усредненного по сечению давления нефти показано на рис. 2. Перепад давления по всей длине трубы составляет около  $0,52 \cdot 10^5$  Па. Из рисунка можно заметить характерное изменение кривизны линии на расстоянии порядка 3 м от входного сечения, которое обусловлено переходом ламинарного режима течения в турбулентный. Аналогичные изменения на указанном месте происходят и для других параметров потока, например для температур теплоносителей.

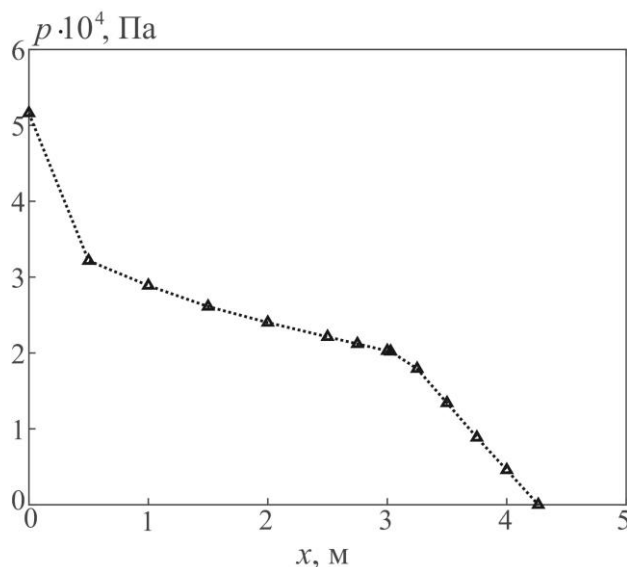


Рис. 2. Распределение усредненного по сечению давления нефти

Снижение вязкости нефти при помощи ее нагрева является одним из способов повышения энергоэффективности процесса перекачки высоковязкой нефти при добыче и транспортировке. Численное моделирование позволяет решить ряд вопросов, связанных

сповышением эффективности теплопередачи, которая остается одной из наиболее важных при проектировании теплообменных устройств нефтегазовой отрасли.

### Список использованной литературы

1. Аралов О.В., Буянов И.В., Саванин А.С., Иорданский Е.И. Исследование методов расчета кинематической вязкости нефти в магистральном нефтепроводе // Наука и технологии трубопроводного транспорта нефти и нефтепродуктов. 2017. Т. 7. № 5. С.97–105.

2. Тугунов П.И., Новоселов В.Ф., Коршак А.А., Шаммазов А.М. Типовые расчеты при проектировании и эксплуатации нефтебаз и нефтепроводов. М.: Дизайн Полиграф Сервис, 2002. 234 с.

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ СОПРЯЖЕНИЯ ПОВОРОТА С ПРЯМОУГОЛЬНЫМИ УЧАСТКАМИ РУСЛА КАРКИДОНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

Муминов О.А.<sup>1</sup>, Утбасаров Ш.Р.<sup>1</sup>, Худайкулов С.И.<sup>2</sup>

Ферганский политехнический институт<sup>1</sup>, Научно-исследовательский институт ирригационных и водных проблем<sup>2</sup>

E-mail: [o.muminov@ferpi.uz](mailto:o.muminov@ferpi.uz), [Sh.utbosarov@ferpi.uz](mailto:Sh.utbosarov@ferpi.uz), [S.I.Xudaykulov@mail.ru](mailto:S.I.Xudaykulov@mail.ru)

Приведены поперечные профили свободной поверхности на повороте с прямоугольными участками русла Каркидонского водохранилища, полученные на модели. Линия русла у внешней стенки горизонтальна, дно образует коническую поверхность;  $B = 0,46 м$ ; поперечный наклон дна  $k = 0,173$ ;  $r_0 = 7,62 м$ ; угол поворота  $\theta = 25,5^\circ$ .

Радиальный участок сопрягается с подводящим и отводящим каналом переходными участками, радиус оси которых изменяется от  $\infty$  до  $7,62 м$ . Расход  $Q = 0,099 \frac{м^3}{сек}$ , в начальном сечении  $h_{cp} = 0,061 м$ ,  $g_{cp} = 3,54 \frac{м}{сек}$ .

Рассчитать кривую свободной поверхности в сечении радиального участка поворота. Напор  $H_0$  над плоскостью сравнения принят постоянным.

В сечении 0-0 перед началом поворота при коэффициенте кинетической энергии  $\alpha = 1,1$  имеем:

$$H_0 = kr + h_0 + \frac{\alpha g_0^2}{2g} = 0,173 \cdot 7,85 + 0,061 - \frac{1,1 \cdot 3,54^2}{19,62} = 2,122 м$$

Глубины, отвечающие радиусам  $r$ , определяем по (11):

$$h = h_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 + H_0 \left[ 1 - \left( \frac{r_0}{r} \right)^2 \right] - kr \frac{r^2 - r_0^2}{r^2} = 0,061 \left( \frac{7,62}{r} \right)^2 + 2,122 \left[ 1 - \left( \frac{7,62}{r} \right)^2 \right] - 0,173 \frac{r^3 - 7,62^3}{r^2}$$

Средняя скорость на вертикали, исходя из постоянства удельной энергии при напоре  $H_0 = 2,122 м$ , равна:

$$g = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \sqrt{2g(H - h - kr)} = \frac{1}{\sqrt{1,1}} 4,43 \sqrt{2,122 - h - 0,173r}$$

Получаем глубины и средние скорости на вертикалях, приведенные в табл. 1. Расчет по формуле для радиуса поворота  $r = 7,62 м$  дает



$$tg\alpha = k = \frac{g^2}{gr_0} = \frac{3,54^2}{9,81 \cdot 7,62} = 0,168$$

и угол наклона дна в поперечном сечении  $\alpha = 9,5^\circ$  (при котором ожидается по расчету наклон свободной поверхности, близкий к наклону дна). В действительности в данном случае поворот имеет угол наклона  $\alpha = 9,8^\circ$ . По расчету скорости с увеличением  $r$  уменьшаются, в действительности наблюдается более сложная картина.

**Таблица.1 Глубины и средние скорости на вертикалях с прямоугольными участками русла Каркидонского водохранилища.**

$r, м$	7,390	7,529	7,620	7,711	7,850
$h, м$	0,0544	0,0589	0,0610	0,0628	0,0645
$h, фут$	0,178	0,193	0,200	0,206	0,212
$g, фут/с$	13,32	12,09	11,95	11,80	11,59

#### Список использованной литературы

1. Бегимов У.И. Худайкулов С.И. «Дисперс аралашмалар окимидаги кавитация ва пульсация жараёнларнинг шаклланиш конуниятини моделлаштириш ва сув омборларига қўллаш». Монография. 146 б. Бухоро 2019й.
2. Худайкулов С.И., Нишонов Ф.Х. «Математические модели гидравлического удара в гидросооружениях и производственных комплексах» Ташкент - 2017. 146с.
3. Ishankulovich K. S. et al. Modeling The Rotation Of A Turbulent Flow With A Variable Radius //International Journal of Progressive Sciences and Technologies. – 2022. – Т. 31. – №. 2. – С. 388-395.
4. Худайкулов С. И., Муминов О. А. У. моделирования максимальной скорости потока вызывающей кавитацию и резкой перестройки потока //Universum: технические науки. – 2022. – №. 2-2 (95). – С. 59-64.

### РАСЧЁТ ВИБРАЦИИ НА УЧАСТКЕ ПОВОРОТА БЫСТРОТОКАКАРКИДОНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА

Муминов О.А.<sup>1</sup>, Утбасаров Ш.Р.<sup>1</sup>, Худайкулов С.И.<sup>2</sup>

*Ферганский политехнический институт<sup>1</sup>, Фергана, Узбекистан*

*Научно-исследовательский институт ирригационных и водных проблем<sup>2</sup>, Ташкент, Узбекистан*

E-mail: [o.muminov@ferpi.uz](mailto:o.muminov@ferpi.uz), [Sh.utbosarov@ferpi.uz](mailto:Sh.utbosarov@ferpi.uz), [S.I.Xudaykulov@mail.ru](mailto:S.I.Xudaykulov@mail.ru)

Рассчитать участок поворота быстроготока Каркидонского водохранилища при следующих исходных данных.

$$B = 0,6, i = 0,039, Q = 80 \frac{м^3}{сек}, x_0 = 30м, \alpha = 82,93^\circ,$$

коэффициент шероховатости  $n = 0,014$ .

По формуле  $Q = k\sqrt{i}$ , где  $k = Q\sqrt{i} = 403,62 \frac{м^3}{сек}$ , определяем подбором глубина быстроготока при равномерном режиме:

$$h = 0,9м, g_1 = \frac{80}{6 \cdot 1,09} = 12,23 \frac{м}{сек}.$$

Уравнение оси быстроготока по формуле где:

$$a_0 = \frac{2x_0}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{2 \cdot 60}{3,14} \operatorname{tg} \frac{82,93}{2} = 33,77 \text{ м}$$

Радиус оси определяем по формуле.

$$R = \frac{\left[ 1 + \left( \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \sin \frac{\pi x}{2x_0} \right)^2 \right]^{\frac{3}{2}}}{\frac{\pi}{2x_0} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\pi x}{2x_0}}$$

Расчет сводим в табл.1.

**Таблица 1. Глубина быстроготока при равномерном режиме.**

$x$	-30	-24	-18	-12	-6	0
$R_s$		160	68,90	40,24	28,21	24,69
$y$	0	4,55	8,70	11,97	14,08	14,80
$r$	21,69	23,19	24,69	26,19	27,69	
$z$	2,25	-1,013	0	0,846	1,554	

Напор над дном в поперечном сечении 1-1

$$H_0 = \frac{\alpha v_1^2}{2g} + h = \frac{(12,23)^2}{19,62} + 1,09 = 8,71 \text{ м}$$

По формуле приняв  $z_s = 0$  и  $h = 1,09 \text{ м}$ , определяем отметки дна в сечениях с радиусами  $R_{s1}, R_{s2}$  и т. д.

При  $r_0 = R_s = 24,69 \text{ м}$  получаем отметки дна, приведенные в табл.1

Результаты проведенных исследований могут быть использованы при гидравлических расчетах гидросистем, находящихся в условиях вибрации.

### Список использованной литературы

1. Бегимов У.И. Худайкулов С.И. «Дисперс аралашмалар оқимидаги кавитация ва пульсация жараёнларнинг шаклланиш конуниятини моделлаштириш ва сув омборларига қўллаш». Монография. 146 б. Бухоро 2019й.
2. Худайкулов С.И., Нишонов Ф.Х. «Математические модели гидравлического удара в гидросооружениях и производственных комплексах» Ташкент - 2017. 146с.
3. Ishankulovich K. S. et al. Modeling The Rotation Of A Turbulent Flow With A Variable Radius //International Journal of Progressive Sciences and Technologies. – 2022. – Т. 31. – №. 2. – С. 388-395.
4. Худайкулов С. И., Муминов О. А. моделирования максимальной скорости потока вызывающей кавитацию и резкой перестройки потока //Universum: технические науки. – 2022. – №. 2-2 (95). – С. 59-64.

# ПУЛЬСИРУЮЩИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ С УПРУГИМИ СТЕНКАМИ

Наврузов К., Шарипова Ш.Б., Абдикаримов Н.И.

*Ургенчский государственный университет, Хорезм, Узбекистан*

E-mail: [qurol\\_46@mail.ru](mailto:qurol_46@mail.ru), [shshb1990@gmail.com](mailto:shshb1990@gmail.com), [nabijon.88@mail.ru](mailto:nabijon.88@mail.ru)

Сформулируем упрощенную задачу, имеющую немаловажное значение в исследованиях пульсирующего течения вязкой жидкости в трубах с упругими стенками [4-8]. Для этого считаем, что относительная амплитуда деформации стенки к радиусу слишком мало по сравнению единицы, т.е.  $\frac{\Delta R}{R} \ll 1$ . А также течение жидкости происходит в длинном трубопроводе, так что  $\varepsilon = \frac{R}{L} \ll 1$ . Тогда, пренебрегая малыми величинами, из системы уравнений для течения вязкой жидкости имеем

$$\begin{cases} \frac{\partial v_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 v_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v_x}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_r}{r} = 0. \end{cases} \quad (1)$$

Для деформации стенки трубопровода на основании принятого допущения при малых деформаций стенки достаточно использовать уравнение Лайтфута [3]

$$\rho_\omega h \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = (p - p_c) - \frac{E h u_r}{R^2(1-\nu_1^2)}, \quad (2)$$

где  $u_r$  – отношение радиальной деформации  $\Delta R$  к радиусу трубы в состояние покоя;  $p_c$  – давление окружающей среды;  $\rho_\omega$  – плотность стенки трубы;  $h$  – толщина стенки;  $E$  – модуль упругости;  $R$  – радиус срединной поверхности стенки трубы;  $\nu_1$  – коэффициент Пуассона.

Левая часть уравнения выражает инерцию стенки трубы, однако они пренебрежимо малые величины, поэтому ими пренебрегаем. Тогда (2) имеет вид

$$p - p_c = \frac{E h u_r}{R^2(1-\nu_1^2)}. \quad (3)$$

Отметим, что прилипание жидкости в стенки трубы определяются граничными условиями для компонент скоростей:

$$v_x = 0, v_r = \frac{\partial u_r}{\partial t} \text{ при } r = R. \quad (4)$$

Если деформация стенки мала, то можно считать, что

$$u_r|_{r=R+u_r} = v_r|_{r=R}. \quad (5)$$

Дифференцируя уравнения (3) по переменной  $t$ , с учетом (5), запишем

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = \frac{E h \vartheta_{r=R}}{R^2(1-\nu_1^2)} \text{ где } \bar{p} = p - p_c. \quad (6)$$

Производя интегрирование уравнения неразрывности от 0 до  $R$ , найдем

$$\frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x} = -\frac{2}{R} \vartheta_{r=R}, \quad \text{где } \bar{V}_x \text{ – средняя скорость течения.} \quad (7)$$

Тогда связь между давлением и средней скоростью описывается уравнением

$$\frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = -\frac{\bar{E} h}{2R} \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x}, \quad \text{где } \bar{p} = p - p_c, \bar{E} = \frac{E}{1-\nu_1^2}. \quad (8)$$

Таким образом, упрощенная система уравнений движения вязкой жидкости в трубах с упругими стенками примет окончательный вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial V_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V_x}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} = 0, \\ \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} = -\frac{\bar{E} h}{2R} \frac{\partial \bar{V}_x}{\partial x}. \end{cases} \quad (9)$$

Для решения упрощенной задачи при условиях, что в начальном и конечном сечениях трубы давление жидкости задается в комплексном виде, которые соответствуют рассматриваемому случаю, т.е.

$$\begin{aligned} p &= \sum_{n=1}^N p_{n0} \exp(in\omega t) \text{ при } x = 0, \\ p &= \sum_{n=1}^N p_{nL} \exp(in\omega t) \text{ при } x = L. \end{aligned} \quad (10)$$

Тогда система уравнений принимает следующий вид:

$$\frac{\partial^2 \tilde{V}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial r} - \frac{in\omega}{v} \tilde{V}_x = \frac{1}{\rho v} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x}, \quad (11)$$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{V}_r}{\partial r} + \frac{\tilde{V}_r}{r} = 0, \quad (12)$$

$$in\omega \frac{1}{a} \tilde{p} = -\frac{\partial \tilde{V}_x}{\partial x}, \quad (13)$$

$$\text{где } a = \frac{\tilde{E}h}{2R}$$

Решение системы уравнений (11),(12) и (13) с учетом граничных условий (4) запишем в виде

$$\tilde{V}(x, r) = \frac{1}{\rho(in\omega)} \left( -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right) \left( 1 - \frac{I_0\left(\sqrt{\frac{in\omega}{v}} r\right)}{I_0\left(\sqrt{\frac{in\omega}{v}} R\right)} \right). \quad (14)$$

Умножив обе части формулы (14) на  $\frac{2r}{R^2}$  и проинтегрировав от 0 до R, получим

$$\tilde{V}(x) = \frac{1}{in\omega\rho} \left( -\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} \right) \left( 1 - \frac{2J_1\left(i^{\frac{3}{2}}\alpha_n\right)}{i^{\frac{3}{2}}\alpha_n J_0\left(i^{\frac{3}{2}}\alpha_n\right)} \right). \quad (15)$$

$$\text{где } \alpha_n^2 = \frac{n\omega}{v} R^2$$

Тогда

$$\frac{\partial \tilde{p}}{\partial x} = -z\tilde{V}_x(x). \quad (16)$$

Произведя дифференцирование (16) по x и подставив в место  $\frac{\partial \tilde{V}_x(x)}{\partial x}$  его значение из уравнения (13), получаем уравнения для определения давления

$$\frac{\partial^2 \tilde{p}}{\partial x^2} - \frac{in\omega}{a} z\tilde{p} = 0. \quad (17)$$

$$\tilde{p} = \sum_{n=1}^N \tilde{p}_{n0} \text{ при } x = 0,$$

$$\tilde{p} = \sum_{n=1}^N \tilde{p}_{nL} \text{ при } x = L. \quad (18)$$

$$\tilde{p}(x) = \sum_{n=1}^N \left[ \tilde{p}_{n0} \frac{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL} + \tilde{p}_{nL} \frac{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL \frac{x}{L}}{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL} \right], \quad (19)$$

$$\tilde{V}_x(x) = \sum_{n=1}^N \left[ p_{n0} \frac{\text{ch}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL \left(1 - \frac{x}{L}\right)}{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL} - \tilde{p}_{nL} \frac{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL \frac{x}{L}}{\text{sh}\sqrt{\frac{in\omega}{a}} zL} \right] \sqrt{\frac{in\omega}{az}}. \quad (20)$$

Используя полученное решение (19) и (20) можно произвести числовые расчеты для пульсирующих течения вязкой несжимаемой жидкости в круглой цилиндрической трубе с упругими стенками.

### Список использованной литературы

1. Наврузов К. Гидродинамика пульсирующих течений в трубопроводах. Ташкент Фан. 1986, с.112
2. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. – М.: Гостехиздат, 1956. – 520 с.
3. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 877 с.
4. Громека И.С. О скорости распространения волнообразного движения жидкости в упругих трубах. Собр. соч. – М., 1952. – С. 172-183.

## ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ РОБОТОТЕХНИКИ

Сыздыққызы Д., Горбунова Н.А.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [dinarasyzdykkyzy.sd@gmail.com](mailto:dinarasyzdykkyzy.sd@gmail.com)

Писатели 50-х гг. представляли в 2000 году летательные аппараты и роботы, живущие с человеком. Мы видим, что этого ещё не случилось, но робототехника постепенно развивалась десятки лет, иногда развитие ее замедлилось, но теперь она вновь начала развиваться, как и прежде. Ежемесячно производятся тысячи различных промышленных роботов, создаются гуманоиды и андроиды, ученые всего мира работают над созданием искусственного интеллекта, и все это только начало.

Робототехника не является самостоятельной областью, это прежде всего синергия всех последних достижений технических, естественных наук и информационных технологий.

Современные высокотехнологичные науки требуют поиска новых образовательных форм, изменения педагогических методик и принципов преподавания. Соревнования по робототехнике стали уникальной образовательной технологией, направленной на поиск, подготовку и поддержку талантливых школьников [1].

В настоящее время робототехника внедряется в учебную программу уже с начальной школы. Итак, теперь нам нужно решить, чему мы хотим научить учащихся с помощью робототехники. Наша цель — научить учащихся не только программировать робота, но и учащиеся должны научиться самостоятельно, конструировать машины, автоматизировано выполняющие определенные действия.

Теперь, необходимо выделить задачи, благодаря которым, мы сможем достичь этой цели.

Задачами может быть:

- обучение информатике;
- обучение навыкам программирования;
- развитие навыков конструирования;
- знакомство с машинами и механизмами.

Обучение информатике. Компетентность в данной области знаний становится неотъемлемой частью все большего числа профессий, в том числе и напрямую не связанных с информатикой. Современное образование на сегодняшний день просто немыслимо без использования последних достижений науки и техники в области информатики. В связи с этим обучение информатике включено как стандарт в общеобразовательные курсы средней школы.

Навыки программирования. Обучение программированию позволяет учащимся переключаться из пассивных потребителей цифровых решений на сознательное использование. Знакомство с секретами программирования – это также способность понимать новые технологии и открывать их возможности.

Развитие навыков конструирования. Учащиеся занимаются конструированием робота, попутно изучая физику, работая с электроникой. Он осваивает инженерные навыки, развивает творчество и логику. Таким образом, дети учатся работать и руками, и головой, совмещая теорию и практику. Это умение может пригодиться в дальнейшем в любом направлении деятельности [2]. Использование роботов в обучении предоставляет возможности для технического творчества. Фантазию можно применить как при сборке модели, так и подключить умные машины для расширения собственных возможностей.

Оценить результаты изучения школьной дисциплины программирования и робототехники позволяют соревнования роботов. Это отдельная форма учебной деятельности, построенная на духе соперничества, стремлении показать все знания и умения, достижения поставленной цели и получения лучшего результата.

В ходе разработки роботов учащиеся создают модели с различными функциями и возможностями:

- Управление движением в разные стороны;
- Решение различных навигационных задач;
- Работа с неориентированными объектами;
- Функция выбора отдельных объектов из ряда прочих;
- Активная работа с геометрическими формами и цветами;
- Выполнение задач сортировки различных объектов по четким принципам.

Учащиеся самостоятельно выбирают функциональную специализацию и возможности своих роботов, что позволяет решить конкретную образовательную задачу. Дети получают возможность раскрывать свое техническое воображение, что способствует обмену научными идеями и решениями, поиску новых технологий [3].

Участие в школьных, городских или республиканских соревнованиях по робототехнике не только раскрывает уровень владения актуальными знаниями в данной области, но и формирует чувство ответственности и уверенности.

Подготовка к соревнованиям по робототехнике. В этот момент важна каждая деталь: разработка, моделирование и программирование модели робота, придание изобретению устойчивости с учетом основных характеристик своей разработки [4]. Учащимся приходится правильно рассчитать центр тяжести, настроить множество датчиков, подготовить программу.

Цель соревнований по робототехнике – формирование современной высокоинтеллектуальной образовательной среды. Теперь ученики общеобразовательных школ получают возможность не ограничиваться стандартными уроками в классе, но и учиться применять свои знания на практике, решать нестандартные задачи и добиваться поставленной научной цели.

Образовательная робототехника в школе как внеурочная деятельность обретет все большую значимость и актуальность в настоящее время. Восприятие феномена технологии, понимание законов техники, дает возможность школьникам соответствовать запросам времени и найти собственное место в современной жизни. Немаловажно не потерять из вида имеющийся у младшего школьника познавательный интерес к находящимся вокруг его рукотворным предметам, законам их функционирования, принципам, которые легли в основу их возникновения [5]. Учитывая вышеуказанные трудности, на сегодняшний день программа робототехники в школе доступна еще не везде. Но даже без применения специальной техники, конструкторов и настоящих роботов в школьных программах по информатике и ИКТ необходимо приступить к изучению введения в робототехнику. Безусловно, данное действие позволит ближе познакомить учеников с предметом и сможет помочь в дальнейших шагах в данной сфере знаний. При этом достаточно провести всего лишь два занятия, уже после чего дети смогут самостоятельно заниматься робототехникой.

#### **Список использованной литературы**

1. Юревич, Е. И. Основы робототехники — 2-е изд., перераб. и доп. — СПб.: БХВ-Петербург, 2005. — 416 с.
2. Василенко, Н.В. Никитан, КД. Пономарёв, В.П. Смолин, А.Ю. Основы робототехники Томск МГП "РАСКО" 1993. 470с.
3. Копосов Д. Г. Первый шаг в робототехнику: практикум для 5–6 классов. // Д. Г. Копосов, — БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012, — 286с
4. Захарова И.Г. Информационные технологии в образовании: учебное пособие. — М., 2003. — 183 с.
5. Робототехника в школе [Электронный ресурс]. URL: <http://nsportal.ru/shkola/informatika-iikt/library/2015/06/05/robototehnika>.

# ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДОВ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЭЙЛЕРА.

Шоев М.А.<sup>1</sup>, Абдухамидов С.К.<sup>2</sup>

*Ферганский политехнический институт, Фергана, Узбекистан<sup>1</sup>*  
*Институт МИСС им М.Т. Уразбоева АН РУз, Ташкент Узбекистан<sup>2</sup>*  
 E-mail: [shoyevmardonbek1@gmail.com](mailto:shoyevmardonbek1@gmail.com), [Sardor.Abdukhamidov@mail.ru](mailto:Sardor.Abdukhamidov@mail.ru)

**Введение:** В этой статье описаны и подробно изучены различные конечно-разностные схемы, с помощью которых можно решать простейшие модельные уравнения. Мы ограничимся рассмотрением уравнения Эйлера. **Уравнение Эйлера** – это уравнение гидродинамики, которое описывает движение потока идеальной жидкости и учитывает силы, воздействующие на жидкость. В модели Эйлера рассматривается идеальная жидкость, в которой отсутствуют теплопроводность (жидкость имеет постоянную температуру, не нагревается и не охлаждается) и вязкость (в жидкости не возникают силы трения. Поэтому силы, воздействующие на такую жидкость, сводятся к силам давления её собственных масс, гравитационным и инерционным силам [1].

## 1. Схема Лакса

$$\frac{u_j^{n+1} - u_j^n}{\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{u_j^{n+1} - (u_{j+1}^n + u_{j-1}^n) / 2}{\Delta t} + c \frac{u_{j+1}^n - u_{j-1}^n}{2\Delta x} = 0 \quad (2)$$

## 2. Метод Мак –Кормака

Предиктор 
$$U_j^{\overline{n+1}} = U_j^n - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_{j+1}^n - U_j^n) \quad (3)$$

Корректор 
$$U_j^{\overline{n+1}} = \frac{1}{2} \left[ U_j^n + U_j^{\overline{n+1}} - c \frac{\Delta t}{\Delta x} (U_j^{\overline{n+1}} + U_{j-1}^{\overline{n+1}}) \right] \quad (4)$$

**Математическая модель. Уравнение Эйлера[2].**

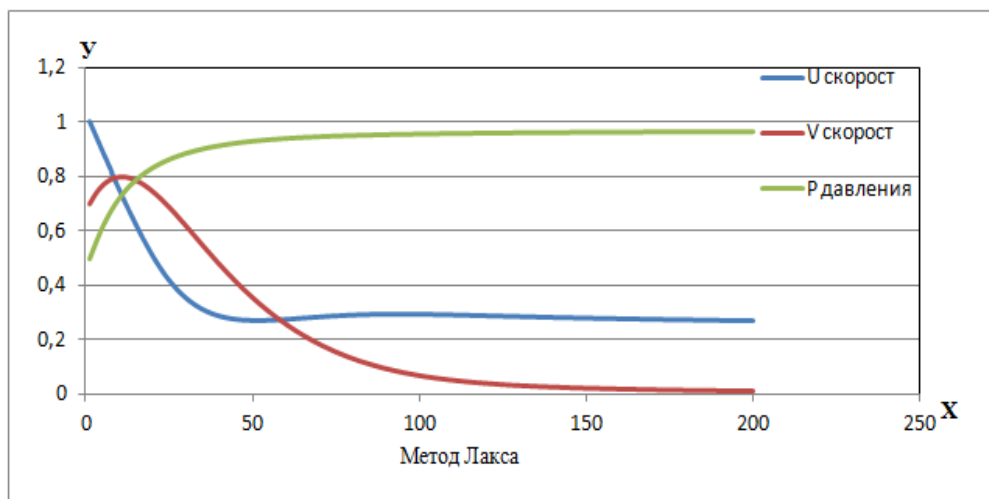
$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + V \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + u \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} = 0 \\ \frac{\partial P}{\partial t} + k \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} \right) = 0 \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Для численного решения уравнения используется следующая формула[3].

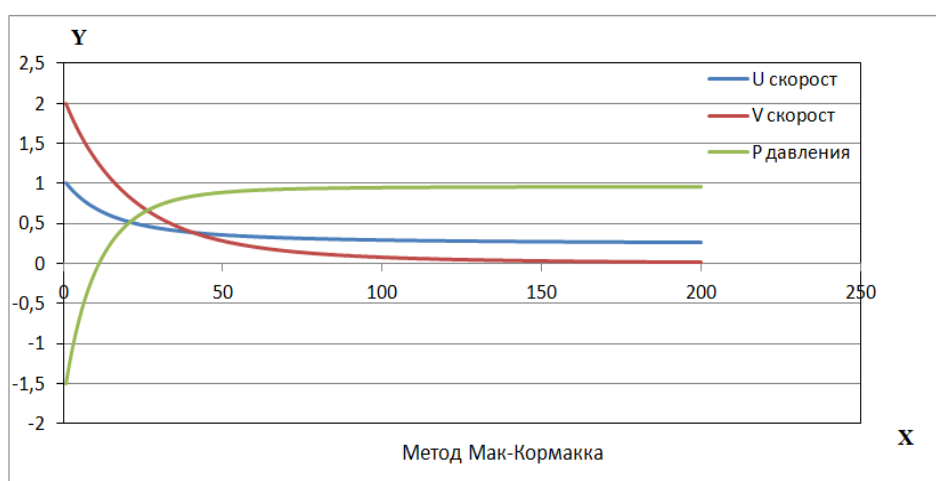
$$\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial \xi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{\partial \eta}{\partial y} \frac{\partial}{\partial \eta} \quad (6)$$

## Результаты расчетов.

На рис 1. Выведено сравнение результатов метода Лакса с методом Мак-Кормака для скорости и давления.



а)



б)

**Заключение.** Проведено сравнение результатов расчёта. Показана, что эти конечно-разностные схемы являются устойчивой конечно-разностной схемой. Эти схемы можно использовать для решения более сложных задач гидродинамики.

#### Список использованной литературы

1. Андерсон Д, Вычислительная гидромеханика и теплообмен//Москва «Мир»1990 г, 382 с.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа // Москва. Наука, 1987.-678 с.
3. Von Mises R. "BernerkungenzurHydrodynamik". Z. Angew. Math.u. Mech., 7, 425(1927)



DEVELOPMENT OF A PROJECT FOR ADVANCED TRAINING COURSES IN THE  
MS PROJECT PROGRAM

Fazylova L.S.

Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan

E-mail: [Leyla.fazylova@mail.ru](mailto:Leyla.fazylova@mail.ru)

Methods of business process analysis, project management are currently the most important tools for improving business efficiency.

Optimization of project activities in an organization is possible through the introduction of project management systems, the use of modern tools, methods of planning and project control, the application of knowledge and world experience in project management.

Effective project management is the integration of software with management procedures and organizational structure. Currently, there are hundreds of different project management automation tools on the software market. Despite the functional differences of the programs, all of them allow you to build a network schedule, calculate the start and end dates of work, determine the critical path and cost of the project [1].

Project management in Microsoft Project is based on the basic principles of project planning and management, as well as on the skillful use of standard tools and tools of the program.

This paper discusses the creation of a project for advanced training courses for employees of an educational center. Emphasis is placed on the structural planning of the project, the assessment of the cost of the project, its resources and tasks.

A work plan was drawn up in advance. According to the plan, a structured list of tasks was compiled in MS Project, indicating the duration of each task (Figure 1).

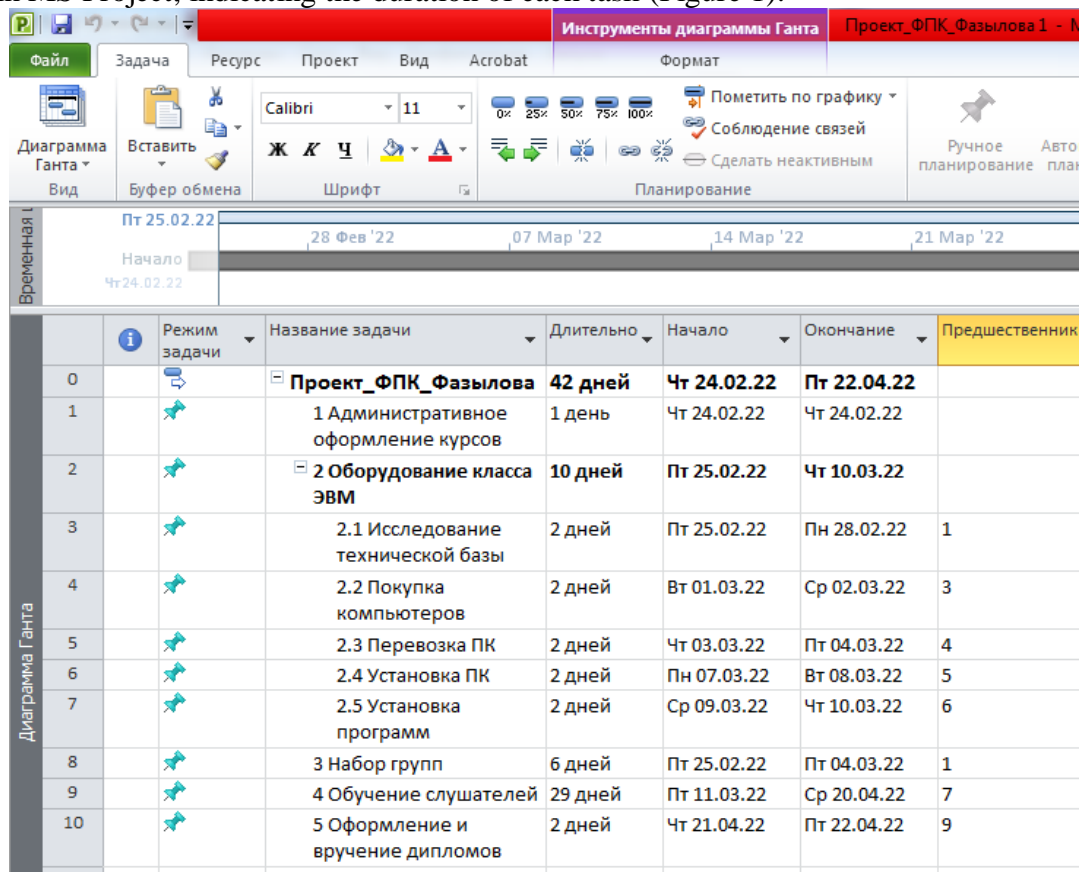


Figure 1

The duration of each task is displayed on the Gantt chart.

One of the main tasks of project planning is to estimate as accurately as possible the timing and cost of the work required to achieve the project goal. After a list of project tasks is compiled, the duration of each of them is estimated and the resources necessary for their implementation are allocated.

To compile a list of resources, you need to go to the "Resource List" tab in MS Project. Returning to the Gantt Chart tab, we assign resources for each task (Figure 2).

	Название ресурса	Тип	Единиц измерения матери	Кг не	Группа	Макс. едини	Стандартная ставка	Ставка сверхурочных	Затраты на исполъз.	Начисление	Базовый календарь
1	Директор	Трудовой		Д		100%	80,00р./ч	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
2	Менеджер	Трудовой		М		100%	18 000,00р./мес	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
3	Инженер	Трудовой		И		0%	60,00р./ч	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
4	Водитель	Трудовой		В		100%	2 000,00р./день	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
5	Программист	Трудовой		П		100%	0,00р./ч	0,00р./ч	10 000,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
6	Методист	Трудовой		М		100%	10 000,00р./мес	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
7	Преподаватель	Трудовой		П		100%	180,00р./ч	0,00р./ч	0,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
8	Бумага	Материальный пачка		Б			100,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
9	Компьютеры	Материальный шт		К			20 000,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
10	Комплектующий набор	Материальный шт		К			120,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
11	Погрузка	Трудовой		П		100%	0,00р./ч	0,00р./ч	700,00р.	Пропорциональнс	Стандартный
12	Бензин	Материальный литр		Б			25,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
13	Диск 1	Материальный шт		Д			3 000,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
14	Диск 2	Материальный шт		Д			5 000,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	
15	Корочки дипломов	Материальный шт		К			120,00р.		0,00р.	Пропорциональнс	

Figure 2

The Gantt chart shows all resource assignments.

Then the cost and terms of each task are specified. After adding these parameters, you can estimate the total cost and duration of the project. In the tab "Project Details" / "Statistics" we get information about the labor costs and the total cost of the project (Figure 3).

	Начало	Окончание
Текущее	Чт 24.02.22	Пт 22.04.22
Базовое	НД	НД
Фактическое	НД	НД
Отклонение	0д	0д

	Длительность	Трудозатраты	Затраты
Текущие	42д	488ч	230 895,00р.
Базовые	0д	0ч	0,00р.
Фактические	0д	0ч	0,00р.
Оставшиеся	42д	488ч	230 895,00р.

Процент завершения  
Длительность: 0%      Трудозатраты: 0%

Figure 3

The practice of carrying out work on the description of business processes in various companies has shown that there is a great need to use a simple and inexpensive software product that is easy to learn and allows you to quickly and efficiently simulate various aspects of the business.

## References

1. Shevtsova L.N. Project workshop: textbook / L.N. Shevtsova; Krasnoyarsk State Agrarian University. - Krasnoyarsk, 2016. - 107p.

## THE AVALANCHE EFFECT OF A NOVEL STREAM CIPHER WITH A 3D SPONGE STRUCTURE

**Ikramov A.<sup>1,2</sup>, Juraev G.<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>*Institute of Mathematics of Academy of Sciences of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

<sup>2</sup>*National University of Uzbekistan, Tashkent, Uzbekistan*

E-mail: a.ikramov@mathinst.uz

### Abstract

We develop the special stream algorithm based on the SPONGE structure in order to obtain a secure and fast symmetric encryption algorithm. We research the avalanche effect to decide the number of rounds of the algorithm. The algorithm uses a secret key of 512 or 1024 bits and produces the key stream consisting of blocks of 2048 bits each.

### Introduction

Both the Republic of Kazakhstan and the Republic of Uzbekistan does not have their own standardized stream cipher and relies on methods provided by manufacturers of hardware. Block symmetric encryption algorithms are not good with transmission of large data in real time. For example, streaming video or audio in encrypted mode is only possible with stream ciphers. Thus, the development of a new stream cipher is an actual problem for our countries.

The perfect stream cipher should act as random number generator. Pseudo-random number generators built with algorithms such as RC4 [2] are generally significantly faster than those based on block ciphers. The RC4 algorithm is widely used in various information security systems, in computer networks (for example, in the SSL protocol, for encrypting passwords, etc.). The development of a new approach to hash functions introduced with Keccak (or SHA-3) has led to an increasing interest in using SPONGE structures in other cryptographic applications [1]. The popular stream cipher RC4 was modified to use SPONGE structure and was called Spritz [2]. The resulting algorithm is more robust than the initial RC4. While non-linear operations in Keccak are simple, we focused on already established S-box used in AES.

The SPONGE structure itself represents a large array (usually 2-D or 3-D) that consumes data gradually and returns a small piece of stored information. The size of the array is designed to be so large that it is practically impossible to brute-force it. As the returning data is not enough to reconstruct the internal state the whole structure becomes practically irreversible for intruders. We continue our research of SPONGE structured stream cipher [4].

### Design of a new stream cipher

We designed our stream cipher as a SPONGE structure with internal state's shape of  $17 \times 16 \times 32$  bits. We address each bit within internal state using  $S_{i,j,t}$ , where  $i \in \{0,1,2, \dots, 16\}, j \in \{0,1,2, \dots, 15\}, t \in \{0,1,2, \dots, 31\}$ . Another representation of the same internal state is  $B_{i,j,p} \in \{0,1,2, \dots, 255\}^{17 \times 16 \times 4}$  where each number is stored in exactly one byte.

Each round consists of the following operations in the given order:

1. *Adding Input.* We use XOR (exclusive OR) to add an array of the same size as the internal state:

$$S = S \oplus Input$$

2. *Substitution.* As was mentioned above, we selected AES substitution table as Sbox for our cipher. This is the only non-linear operation of the cipher. This substitution table provides security against linear and differential cryptanalysis [8]. We previously analyzed other substitution tables [9, 10, 11].

Each byte in the internal state is replaced with its corresponding substituted value:

$$B_{i,j,p} = Sbox(B_{i,j,p})$$

3. *Multiplication* For each  $t$  we take matrix  $A_t = \{S_{i,j,t}\}_{i,j}$  and perform multiplication  $A_t = A_t \times M$ . Next, we replace old values in  $S$  with new values formed by all  $A_t$ .

We fixed matrix  $M$  such that it has non-zero determinant and used as many bits as possible.

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

4. *Rotation*. This linear operation allows to spread bytes across the internal state. We do not change  $j$  indices as operation #3 is responsible for mixture of columns.

$$B_{i+j+p \bmod 17, j, p+j \bmod 4} = B_{i,j,p}$$

5. *Additional mixing* To increase mixture of different slices (third index of the internal state) we introduce adding operation:

If  $(i + j)$  is odd, then we add to  $B_{i,j,p}$  value of  $B_{i,j,p-1}$  using XOR. We put  $B_{i,j,-1} = 0xFF$ .

If  $(i + j)$  is even, then we add to  $B_{i,j,p}$  value of  $B_{i,j,p+1}$  using XOR. We put  $B_{i,j,4} = 0x00$ .

The algorithm uses 512 or 1024 encryption key to produce the key stream. We put  $key_{j \times 4 + p}$  values into  $Input_{0,j,p}$  if key is 512 bit long. If it has 1024 bits, we put next 512 bits into  $Input_{1,j,p}$ .

If we use stream cipher in synchronized mode, other bytes of Input (starting from  $Input_{2,0,0}$ ) are filled with  $R, N$ , where  $R$  is the number of rounds from start,  $N$  is the serial number of the key block to be produced (starting with 0). When  $R = N = 0$ , we put Initialization Vector instead. The inserted data can be padded using a tweak [5].

*Output* Key stream is formed after each 6 rounds using values  $B_{i,j,p}$  where  $i \in \{0,1, \dots, 15\}$ ,  $j \in \{12,13,14,15\}$ ,  $p \in \{0,1,2,3\}$ . This produces exactly 2048 bits of key stream. If the mode is synchronized, rounds continue, and the algorithm does not reset the internal state.

### Results and discussion

Robust ciphers must meet several conditions. One of them is an avalanche effect when a change in one bit of initial data leads to change of half of bits in output in average.

To test the effect in the designed cipher we put Input to only zeros, the encryption key to zeros and run the cipher for different number of rounds. We also run cipher using the internal states that had only one bit equal to 1 for each of 8704 bits for the same number of rounds. Then we compared how many bits are different in the resulting internal states. The results of average percentages of number of bits that changed are presented in Table 1.

Table 1. Average percentage of number of bits that changed given one different bit in inputs

Number of rounds	Percentage of total bits changed, %
1	1.17
2	34.54
3	49.67
4	49.99

According to the results, 5 rounds are enough to guarantee avalanche effect. Therefore, we chose number of rounds of the algorithm equal to 6.

This work was supported in part by the project UZB-Ind-2021-98 — “Research and development of stream encryption algorithm”. We are grateful to Timur Abdullaev for his help in the development of the new stream algorithm.

## References

1. Aleksander B. Vavrenyuk, Victor V. Makarov, Victor A. Shurygin. Synchronous Stream Encryption Using an Additional Channel to Set the Key, *Procedia Computer Science*, Volume 190, 2021, Pages 797-802, ISSN 1877- 0509.
2. Ronald L. Rivest, Jacob C. N. Schuldt. Spritz — a spongy RC4-like stream cipher and hash function. *IACR Cryptol. ePrint Arch.* (2016): 856.
3. Bo Qu, Dawu Gu, Zheng Guo, Junrong Liu. Differential power analysis of stream ciphers with LFSRs. *Computers & Mathematics with Applications*. Volume 65, Issue 9, p. 1291-1299 (2013).
4. Alisher Ikramov, MirsaidAripov, GayratJuraev. SPONGE structure in the basis of a new stream cipher. Conference: Modern problems of applied mathematics and information technologies al-Khwarizmi 2021: abstracts of the international scientific conference (15-17 November, Fergana, Uzbekistan). ВГҮ Fergana. 2021. p.188
5. A. Chakraborti, N. Datta, A. Jha, C. Mancillas-Lopez, M. Nandi, Y. Sasaki. Elastic-Tweak: A Framework for Short Tweak Tweakable Block Cipher. In: Adhikari, A., Kusters, R., Preneel, B. (eds) *Progress in Cryptology INDOCRYPT 2021*. INDOCRYPT 2021. Lecture Notes in Computer Science, vol 13143. Springer, Cham. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-92518-5\\_6](https://doi.org/10.1007/978-3-030-92518-5_6).
6. D. Chung, S. Lee, D. Choi, J. Lee. Alternative Tower Field Construction for Quantum Implementation of the AES S-box. *Cryptology ePrint Archive*, Report 2020/941 (2020).
7. A. Makalesi, et al. A New Pseudo Random Number Generator Design with LFSR Based 32-Bit Floating Point with High-Speed FPGA. *Int. J. Adv. Eng. Pure Sci.* 2020, 32(3): 219-228.
8. H. Kruppa, SUA Shahy. Differential and Linear Cryptanalysis in Evaluating AES Candidate Algorithms. Technical report, National Institute of Standards and Technology. 1998.
9. Juraev G.U., Marakhimov A.R. Representation of the block data encryption algorithm in an analytical form for differential cryptanalysis. *International Journal of Innovative Research in Information Security (IJIRIS)*. 2019, Issue 03, Volume VI, p.38-42. DOI: 10.26562/IJIRIS.2019. MRIS10081.
10. Juraev G.U., Ikramov A.A., Marakhimov A.R. About differential cryptanalysis algorithm of block encryption “Kuznyechik”. *International Journal of Advanced Research in Science, Engineering and Technology (IJARSET)*. Vol. 6, Issue 2, Feb. 2019. P.8164-8169.
11. Timur Abdullaev, and GayratJuraev. Development of a method for generating substitution tables for binary and ternary number systems. *AIP Conference Proceedings* 2365, 040003 (2021); DOI: 10.1063/5.0056841 Published Online: 16 July 2021.
12. Timur Abdullaev, and GayratJuraev. Selection of the optimal type of the gamming function for symmetric encryption algorithms. *AIP Conference Proceedings* 2365, 040004 (2021); DOI: 10.1063/5.0056843 Published Online: 16 July 2021.

## MAIN FEATURES OF THE PYTHON PROGRAMMING LANGUAGE

**Seitimbetova A.B., Tohmetova K.M.**

*Karaganda Buketov University, Karaganda, Kazakhstan*

*Karaganda Technical University named after Abylkas Saginov, Karaganda, Kazakhstan*

E-mail: [s\\_b\\_aigerim@mail.ru](mailto:s_b_aigerim@mail.ru), [kuralay\\_tokhmetova@mail.ru](mailto:kuralay_tokhmetova@mail.ru)

In connection with the currently observed rapid development of personal computing, there is a gradual change in the requirements for programming languages. Interpreted languages are beginning to play an increasingly important role, as the increasing power of personal computers begins to provide sufficient speed for the execution of interpreted programs. And the only significant advantage of compiled programming languages is the high-speed code they create. When the speed of program execution is not critical, the most appropriate choice is an interpreted language, as a simpler and more flexible programming tool.

In this regard, it is of particular interest to consider the relatively new programming language Python, which was created by its author Guido van Rossum in the early 90s. The author of the

programming language, Guido van Rossum, began creating the language in December 1989 at the Center for Mathematics and Computer Science in the Netherlands. Guido van Rossum is the main author of the language, he makes all responsible decisions on the modernization, improvement, and development of the Python language. In February 1991, Guido posted the source code to the alt.sources newsgroup. The name Python itself does not come from a type of snake. Guido van Rossum says he named the Python language after the 1970s English comedy show Monty Python's Flying Circus. Although the name of the language is still more often associated with the snake than with the transfer-file icons in KDE or Microsoft Windows and even the logo on the python.org website (before version 2.5) depict snake heads. For Guido van Rossum and the development team, it was and still is an important goal to make it fun to use.

Python is a stable and widespread language. It is used in many projects and various capacities: as the main programming language or for creating extensions and integrating applications. A large number of projects have been implemented in Python, and it is also actively used to create prototypes for future programs. Python is used by many large companies. Python with the NumPy, SciPy, and Matplotlib packages is actively used as a universal environment for scientific calculations as a replacement for the common specialized commercial packages Matlab, IDL, and others. Professional 3D graphics programs such as Houdini and Nuke use Python to extend the standard features of the programs. Thus, Python is suitable for solving the lion's share of everyday tasks, whether it's backup, reading emails, or some kind of toy. The Python programming language is practically unlimited and can also be used in large projects. For example, Python is heavily used by IT giants such as Google and Yandex. In addition, the simplicity and versatility of Python make it one of the best programming languages. Python comes standard with the IDLE integrated development environment, in which editing programs will be much more convenient than in a simple text editor or terminal.

IDLE is written in Python using the Tkinter GUI toolkit, so it runs easily on any operating system for which a Python implementation exists. IDLE also has a built-in debugging system that allows you to run your program line by line, making it easier to find errors. But if for some reason IDLE does not suit you, then you can try other development environments and implementations. At the moment there are three known implementations of the Python runtime: CPython, Jython, Python.NET. As the names suggest, the first environment is implemented in C, the second in Java, and the last in .NET. The CPython runtime is usually referred to simply as Python, and when people talk about Python, this implementation is often referred to. This implementation consists of an interpreter and extension modules written in C and can be used on any platform where a standard compiler is available. There are also pre-compiled versions for various operating systems, including various versions of OSWindows and various Linux distributions. The Jython runtime is a Python implementation for running the Java Virtual Machine (JVM). Any JVM version is supported, starting from version 1.2.2. To work with Jython, an installed Java machine (Java runtime) is required. It is not necessary to be able to write Java source code, but you will have to deal with JAR files and Java applets, as well as documentation in the JavaDOC.Python.NET format - this implementation does not compile Python code into MSIL, but only provides an interpreter written in FROM#. Allows you to use .NET assemblies from Python code. The language is close to MATLAB and therefore good for programming mathematical calculations. In addition, Python can work with languages like C, C++, and Fortran, which are already widely used in scientific computing. In the IDLE integrated environment, it can be used as a calculator. Since Python is a general-purpose language, it can be used in any area of software development (client-server, Web applications).

#### Main features of Python:

In terms of functionality, Python can be called a hybrid. Its tools range between traditional scripting languages (such as Tcl, Scheme, and Perl) and software systems development languages (such as C, C++, and Java). Python provides the simplicity and ease of a scripting language, and the power usually found in compiled languages. Beyond the capabilities of other scripting languages,

this combination makes Python a convenient tool for developing large-scale projects. The following is a list of the main features that Python has in its arsenal:

#### Dynamic typing

Python itself keeps track of the types of objects used in the program, so you do not need to write long and complex declarations in the program code. Python has no concept of a type at all and no need to declare variables. Because Python code is not constrained by data types, it can automatically handle a range of objects.

#### Automatic memory management

Python automatically allocates memory for objects and frees it ("garbage collection") when the objects are no longer needed. Most objects can increase or decrease their memory footprint as needed.

#### Modular programming

To create large systems, Python provides features such as modules, classes, and exceptions. They allow you to decompose the system into components, use OOP to create reusable code, and gracefully handle events and errors that occur.

#### Built-in object types

Python exposes the most common data structures, such as lists, dictionaries, and strings, as features native to the programming language itself. These types are highly flexible and comfortable. For example, built-in objects can expand and contract as needed and can be combined with each other to represent data with a complex structure.

#### Built-in tools

To work with all these types of objects, Python has powerful and standard tools, including operations such as concatenation (joining collections), slicing (taking part in a collection), sorting, mapping, and more.

#### Utility Libraries

For more specific tasks, Python also includes a large collection of library tools that support just about everything you might need, from regular expression searching to networking. The Python library tools are where most of the work is done.

#### Third-Party Utilities

Python is an open-source software product and therefore developers can create their own precompiled tools to support tasks that cannot be solved internally.

### References

1. Tutorial Python. D. Musin. 07.09.2015 version 02 - 136 p.
2. Workshop on algorithmization and programming in Python Khakhaev I.A. Moscow ed. Alt Linux 2011.
3. S. Shaposhnikova. Fundamentals of programming in Python. Textbook. Introductory course. - version 2. - 2011. - 44 p.
4. [http://knowledge.allbest.ru/programming/2c0b65635b2bc79a5d53a89521316c27\\_0.html](http://knowledge.allbest.ru/programming/2c0b65635b2bc79a5d53a89521316c27_0.html)
5. [http://www.ibm.com/developerworks/en/library/l-python\\_part\\_1/index.html](http://www.ibm.com/developerworks/en/library/l-python_part_1/index.html)

### БІЛІМ БЕРУДЕГІ КОМПЬЮТЕРЛІК ТЕХНОЛОГИЯЛАР

**Альжапарова А.Т., Турежанова М.Ж.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [asemgul.alzhaparova@bk.ru](mailto:asemgul.alzhaparova@bk.ru)

Қоғамның қазіргі даму кезеңі оған компьютерлік технологиялардың күшті әсерімен сипатталады, олар адам қызметінің барлық салаларына еніп, қоғамда ақпараттық ағындардың таралуын қамтамасыз етеді, жаһандық ақпараттық кеңістікті құрайды. Бұл процестердің ажырамас және маңызды бөлігі білім беруді компьютерлендіру болып табылады. Компьютерлік технологиялар оқытудағы қосымша "қосымша" болуға арналмаған, бірақ оның тиімділігін едәуір арттыратын тұтас білім беру процесінің ажырамас бөлігі болып табылады.

Ақпараттық қоғамды (АҚ) құру және дамыту білім беруде ақпараттық-коммуникациялық технологияларды кеңінен қолдануды болжайды, бұл бірқатар факторлармен анықталады.

*Біріншіден*, ақпараттық-коммуникациялық технологияларды білімге енгізу адамзаттың білімі мен жинақталған технологиялық және әлеуметтік тәжірибесін ұрпақтан-ұрпаққа ғана емес, сонымен бірге бір адамнан екінші адамға беруді едәуір жылдамдатады.

*Екіншіден*, заманауи ақпараттық-коммуникациялық технологияларды оқыту мен білім беру сапасын арттыра отырып, адамға қоршаған ортаға және болып жатқан әлеуметтік өзгерістерге табысты және жылдам бейімделуге мүмкіндік береді. Бұл әр адамға бүгінгі және болашақ постиндустриалды қоғамда қажетті білім алуға мүмкіндік береді.

*Үшіншіден*, осы технологияларды білім беруге белсенді әрі тиімді енгізу АҚ талаптарына және қазіргі заманғы индустриялық қоғамның талаптары тұрғысынан дәстүрлі білім беру жүйесін реформалау процесіне жауап беретін білім беру жүйесін құрудың маңызды факторы болып табылады.

Соңғы жылдары "Ақпараттық технологиялар" термині көбінесе "компьютерлік технологиялар" терминімен синоним болып келеді, өйткені қазіргі уақытта барлық ақпараттық технологиялар компьютерді қолданумен байланысты. Алайда, "Ақпараттық технологиялар" термині әлдеқайда кең және құрамдас бөлік ретінде "компьютерлік технологияларды" қамтиды. Сонымен қатар, заманауи компьютерлік және желілік құралдарды қолдануға негізделген ақпараттық технологиялар "заманауи ақпараттық технологиялар" терминін құрайды.

Мектепке дейінгі білім беруді компьютерлендіру-соңғы онжылдықта біздің мектепке келген кең ауқымды инновациялардың бірі. Қазіргі уақытта компьютерлік техниканы білімге енгізудің келесі негізгі бағыттарын бөліп көрсету әдетке айналған:

- оқыту процесін жетілдіретін, оның сапасы мен тиімділігін арттыратын оқыту құралы ретінде компьютерлік техниканы пайдалану;

- компьютерлік технологияларды оқыту, өзін-өзі тану және шындық құралы ретінде пайдалану;

- компьютерді және басқа да қазіргі заманғы ақпараттық технологиялар құралдарын зерттеу объектілері ретінде қарау;

- білім алушының шығармашылық даму құралы ретінде жаңа ақпараттық технологиялар құралдарын пайдалану;

- компьютерлік техниканы бақылау, түзету, тестілеу және психодиагностика процестерін автоматтандыру құралы ретінде пайдалану;

- педагогикалық тәжірибені, әдістемелік және оқу әдебиеттерін беру және алу мақсатында ақпараттық технологиялар құралдарын пайдалану негізінде коммуникацияларды ұйымдастыру;

- интеллектуалды бос уақытты ұйымдастыру үшін заманауи ақпараттық технологиялар құралдарын пайдалану;

- қазіргі заманғы ақпараттық технологиялар жүйесін пайдалану негізінде оқу орны мен оқу процесін басқаруды қарқындалту және жетілдіру.

Компьютерлерді білім беруде қолдану ақпараттық білім беру технологияларының жаңа буынының пайда болуына әкелді, бұл оқыту сапасын жақсартуға, білім берудің жаңа құралдарын құруға, мұғалімдер мен оқушылардың компьютерлік технологиялармен тиімді өзара әрекеттесуіне мүмкіндік берді. Көптеген мамандардың пікірінше, компьютерлік құралдарға негізделген жаңа ақпараттық білім беру технологиялары сабақтардың тиімділігін 20-30% - ға арттыруға мүмкіндік береді. Компьютерді білім беру саласына енгізу оқытудың дәстүрлі әдістері мен технологияларын және бүкіл білім беру саласын революциялық қайта құрудың бастауы болды. Бұл кезеңде байланыс технологиялары маңызды рөл атқарды: телефон байланысы, теледидар, ғарыштық байланыс, олар негізінен оқу процесін басқаруда және қосымша оқыту жүйелерінде қолданылды.



Озық елдердің жаһандық технологияландыруының жаңа кезеңі қазіргі заманғы телекоммуникациялық желілердің пайда болуы және олардың ақпараттық технологиялармен жақындасуы, яғни акт пайда болуы болды. Олар инфосфераны құруға негіз болды, өйткені компьютерлік жүйелер мен ғаламдық телекоммуникациялық желілерді біріктіру бүкіл адамзатты байланыстыратын планетарлық инфрақұрылымды құруға және дамытуға мүмкіндік берді.

АКТ-ны сәтті іске асырудың мысалы Интернет – ғаламдық компьютерлік желінің пайда болуы, оның ақпаратты жинау мен сақтаудың шексіз мүмкіндіктері, оны әр пайдаланушыға жеке беру болды.

Көптеген мұғалімдер өздерінің әдістемелік жүйесіне заманауи ақпараттық технологияларды енгізуге дайын. Жиі пайдаланылатын бағдарламалық құралдар оқу мақсаттағы.

Бағдарламалар оқыту деп аталады, өйткені оларды құрастыру принципі оқыту сипатына ие (түсіндірмелермен, ережелермен, тапсырмаларды орындау үлгілерімен және т. б.).

Ақпараттық технологиялардың көмегімен біз дидактикалық мәселелерді шештік:

- оқытуды ұйымдастыруды жетілдіру, оқытуды дараландыруды арттыру;
- оқуға деген ынтаны күшейту;
- оқу процесін жандандыру, оқушыларды зерттеу қызметіне тарту мүмкіндігі;
- оқу процесінің икемділігін қамтамасыз ету.

АКТ білім алушыны оқыту мен тәрбиелеу процесіне белсенді әсер етеді, өйткені олар білім беру схемасы мен оқыту әдістерін өзгертеді. Сонымен қатар, АКТ-ны білім беру жүйесіне енгізу білім беру технологияларына әсер етіп қана қоймай, білім беру процесіне жаңаларын да енгізеді. Олар компьютерлер мен телекоммуникацияларды, арнайы жабдықтарды, бағдарламалық және аппараттық құралдарды, ақпаратты өңдеу жүйелерін қолданумен байланысты. Олар сонымен қатар электронды оқулықтар мен медианы қамтитын жаңа оқыту және білімді сақтау құралдарын құрумен байланысты; электронды кітапханалар мен мұрағаттар, Ғаламдық және жергілікті білім беру желілері; ақпараттық-іздірету және ақпараттық-анықтамалық жүйелер және т. б. қазіргі уақытта акт модельдері әзірленуде, ал олардың бір бөлігі білім беру жүйелерін зерттеу кезінде табысты қолданылады.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Роберт И.В. Современные информационные технологии в образовании. - М.:Школа-Пресс, 2011.
2. Инновационные технологии в образовании / Под ред. Абылгазиева И.И., Ильина И.В. / Сост. Земцов Д.И. - М.: МАКС Пресс, 2011. - 141 с.
3. Корнеев И.К., Ксандопуло Г.Н., Машурцев В.А. Информационные технологии. - М.: ТК Велби, Проспект, 2009. - 224 с.
4. Зайцева С.А., Иванов В.В. Современные информационные технологии в образовании// <http://sgpu2004.narod.ru/infotek/infotek2.htm>
5. Гордиевская С.П. Русская грамота. Звук [о], буквы О, о // Преподавание в начальной школе// <http://festival.1september.ru/articles/606542/>

### **БІЛІМ БЕРУДЕ ВИРТУАЛДЫ ШЫНДЫҚ ТЕХНОЛОГИЯСЫН ҚОЛДАНУ**

**Каменова Ш.К., Сланбекова А. Е.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [Kamenova74@mail.ru](mailto:Kamenova74@mail.ru)

Виртуалды шындық – заманауи және қарқынды дамып келе жатқан технологиялар. Олардың мақсаты – сандық құрылғылар мен бағдарламалардың көмегімен жасалған және кескін сипатына ие объектілермен адам өмірінің физикалық кеңістігін кеңейту. Технологияның қарқынды дамуы оқу үрдісіне әсер етпей қоймайды. VR (виртуалды шындық) технологиялары жаңа болмаса да, олар білім беруде салысында қолданыла бастады. Виртуалды шындық технологиясының білім беру саласында таралуының бірнеше себептері бар:

- Техникалық құрал-жабдықтардың бағасын төмендету.
- VR үшін бағдарламалық қамтамасыз ету санының жылдам өсуі.
- VR саласында жұмыс істейтін ірі компаниялар санының артуы.
- Бірқатар салаларда VR технологияларын енгізу.

Виртуалды шындық нақты әлемнен тыс оқу мен өсуге жағдай жасайды. Виртуалды шындық-бұл әлемнің кез-келген жерінде болуы мүмкін модельденген тәжірибе. Виртуалды шындық автомобиль өндірушілеріне жол сценарийлері мен автомобильдердің мінез-құлқын талдауға көмектеседі. Модельденген жағдайлар оларға жаңа модельді жасамас бұрын прототиптерге талдау жасауға және өзгерістер енгізуге мүмкіндік береді.

Виртуалды шындық нарықты толтыратын ақылды автомобильдерді дамытуда кеңінен қолданылады. Автомобильдер жасанды интеллект (AR) және виртуалды шындықты қолдана отырып, көлік жүргізуді, бұруды және тоқтатуды үйренеді.

Білім беруде жаңа тенденциялар мен технологияларды игеретін өте баяу сала болып саналғанымен, виртуалды шындық қазірдің өзінде перспективалы нәтижелер көрсетіп келеді. Ересектер үшін кез-келген салада өз қызметкерлерінің кәсіби дағдыларын қамтамасыз етеді, ал бастауыш сынып оқушылары үшін виртуалды шындық-білім беру ойындарының, экскурсиялардың және жалпы әлеммен танысудың бөлігі болып табылады.

VR қолдану арқылы сәулетшілер не салып жатқанын елестетіп қана қоймай, оның қалай сезінетінін де түсіне алады. Бұл оларға кеңістікті салынбай тұрып сезінуге және тұтынушылардың қанағаттануын қамтамасыз ету үшін нақты уақытта өзгертулер енгізуге мүмкіндік береді. Соңғы онжылдықта құрылғылардың құнының төмендеуінің арқасында технологиялар пайдаланушылардың кең ауқымы үшін қол жетімді болды. Бұл өз кезегінде әртүрлі тақырыптағы бағдарламалардың (қосымшалардың) көбеюіне әкелді. Білім берудегі қолдану туралы айтатын болсақ, виртуалды шындық үшін бұл табиғатты зерттеу, физикадан зертханалық жұмыс, динозаврларды зерттеу, планеталарды аралау, астрономия және т.б. салаларда қолданылады.

Академиялық зерттеулер аясында шындық технологияларының оқу үдерісіне әсері тақырыбы бойынша көптеген жұмыстар жүргізілді, атап айтсақ, студенттердің оқу үлгерімінің жақсарғаны, материалды түсіну, мотивация деңгейінің жоғарылауы. Оқу процесіне қатысу және пәнді оқуға деген қызығушылықтары да артып, студенттер арасындағы қарым-қатынас деңгейі артып келеді.

Виртуалды шындық технологиясы адамды виртуалды әлемге батыру мүмкіндігі оның білім берудегі дамуының негізгі бағытын анықтайды. Техникалық, экономикалық немесе физикалық себептермен нақты әлемде жасалмайтын нәрселердің барлығы виртуалды әлемде жасалуы мүмкін. Шындығында бару қиын немесе мүмкін емес жерге бару мүмкіндігі - шындық технологиясы кейбір нәрселерді жаңа қырынан аша алады. Бүгінгі таңда білім беру үрдісінде виртуалды шындық технологияларын қолдануды елестету қиын.

Сонымен, VR технологиясы көмегімен оқытудың қажеттілігін ғана емес, сонымен қатар осы технологияларды қолдана отырып, өнімдерді жасауды үйрену құзыреттілігін де атап өткен жөн. Кәсіптікке дейінгі және кәсіптік білім беру мамандарды даярлаудың осы бағыттарына міндетті түрде көңіл бөлінуі керек. Қазіргі уақытта виртуалды шындықты дамыту іс-шараның құзыреттер тізіміне енгізілген, бұл қазіргі қоғамның осы салалардағы мамандарға сұранысын көрсетеді.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Программа Unity <https://unity3d.com>
2. Леонов, А. В. 3D-виртуалды шындық жүйелері үшін аумақты құжаттау/ а. в. Леонов, А. Е. Бобков, Е. Н. Еремченко // компьютерлік және ақпараттық технологиялар хабаршысы. - 2012. - Т.9. - Б.13-17.
3. Программа Unreal Engine <https://www.unrealengine.com/en-US/what-is-unreal-engine-4>

## ОЦЕНКА РЕСУРСОВ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ СВЯЗЕЙ ТРЕХОТРАСЛЕВОЙ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ РЕСПУБЛИКИ КАЗАХСТАН

<sup>1</sup>Керимкулов С. Е., <sup>1</sup>Айткожа Ж.Ж., <sup>1,2</sup>Сланбекова А. Е., <sup>1,3</sup>Алимова Ж. С.

*Евразийский национальный университет имени Л.Н.Гумилева, Нур-Султан, Казахстан*

*Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

*Торайгыров университет, Павлодар, Казахстан*

E-mail: [SlanbekovaAE@mail.ru](mailto:SlanbekovaAE@mail.ru)

В данной работе на основе статистических данных таблицы "затраты-выпуск" мы оцениваем общую сумму единиц ресурсов национальной экономики, как распределение валовой продукции в системе путем промежуточного взаимодействия и конечного привлечения ресурсов межотраслевых связей. Решение системы модельных алгебраических уравнений Леонтьева сводится к системе разностных уравнений. Чтобы решить последнюю проблему, мы использовали имитационную модель ввода-вывода в любой логической программной среде. Были определены параметры входных данных, а валовой выпуск обеспечил сбалансированное условие роста, промежуточный и конечный спрос для национальной экономики.

Для достижения этой цели исследования - разработки математической модели, алгоритма и интеллектуальной информационной технологии и их внедрения в математическую поддержку принятия решений для повышения эффективности межотраслевых связей экономической системы - будут использоваться теория и методология модели затрат и выпуска Леонтьева [1].:

$$X = AX + F, X \geq 0, \quad (1)$$

или в виде матричного ряда для продуктивной матрицы А [2]:

$$X = (E - A)^{-1}F = F + AF + A^2F + \dots, \quad (2)$$

Если мы линеаризуем матричный ряд (2), то решение уравнения (1) может быть получено итеративно с использованием формулы дифференциально-разностного уравнения первого порядка

$$\frac{dX(t)}{dt} = F(t) - (E - A)X(t), X(0) = F(0), t = 0, 1, 2, \dots, \quad (3)$$

в котором суммарная разница в единицах ресурсов равна разнице в конечном спросе и конечном предложении для отраслевых продуктов. Поскольку экономическая система связывает между собой валовой выпуск и эффективность в целом, отраслевые продукты обеспечивают равновесный рост.

Информационной базой данных о межсекторальных связях для трехсекторной национальной экономики Республики Казахстан является таблица "затраты-выпуск" (см. таблицу 1) в стоимостном выражении в миллиардах долларов США за 2019 год, которая заимствована из отчета ОЭСР [3].

**Таблица 1.** Информационная база данных таблиц затрат и выпуска по Республике Казахстан, млрд долларов США, 2019 год.

	Производственный ресурс			У льный Ресурс	О к н ч а т е O u t p u t R e s o u r c e
	Сельскохозяй ство	Пр о д у к т о в о	У с л у г а		
Сельскохозяй ство				0	13
Производств о	1.268	1.545	.491	9.757	.060
	0.610	21.935	0.238	67.596	0.388
Услуга	2.166	17.100	7.268	104.315	0.848

Затем, в соответствии с моделью "затраты-выпуск" [1] и теорией Леонтьева [2], мы получаем числовые значения коэффициентов расхода дополнительных единиц ресурсов для создания общей единицы ресурса:

$$A = \begin{pmatrix} 0.0971 & 0.1066 & 0.0348 \\ 0.0068 & 0.2185 & 0.1047 \\ 0.0155 & 0.1104 & 0.1808 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

В нем также будут использованы методы теории динамических систем [4], модели, методы, информационные технологии и программные коды программного продукта AnyLogic с открытым исходным кодом [5].

Таким образом, в статье, основываясь на статистических данных таблицы "затраты-выпуск", оценивается совокупный объем ресурсов национальной экономики в единицах суммирования, как распределение валовой продукции в системе путем промежуточного взаимодействия и конечного привлечения ресурсов межотраслевых связей. Решение системы алгебраических уравнений модели Леонтьева сводится к системе дифференциально-разностных уравнений. Для решения последней проблемы мы использовали имитационную модель ввода-вывода в программной среде AnyLogic. Определены параметры входных данных и обеспечено условие сбалансированного роста валовой продукции, ресурсов промежуточного и конечного спроса для экономики страны.

### Список использованной литературы

- 1.1. Leontief, W.: *Quantitative input and output relations in the economic systems of the United States*. Rev. Econ. Stat. 18, 105-125 (1936).
2. Ten Raa, T.: *The Economics of Input-Output Analysis*. Cambridge University Press. Cambridge (2006).
3. OECD Homepage, <https://stats.oecd.org>, last accessed 2022/02/07.
4. Sterman, J.D. *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. McGraw-Hill Inc (2000).
5. The AnyLogic Company Homepage, [www.anylogic.com](http://www.anylogic.com), last accessed 2022/01/10.

## САЛА АРАЛЫҚ ТЕҢГЕРІЛІМ КЕСТЕСІНДЕ ГІАҒЫНДАРДЫ ТЕҢЕСТІРУІҮШІН ЖҮЙЕНІҢ ТЕХНИКАЛЫҚ ЖӘНЕ ҚҰРЫЛЫМДЫҚ КОЭФФИЦИЕНТТЕРІН ПАЙДАЛАНУ

**Керімқұл С., Айтқожа Ж., Салиева А., Адалбек А., Таберхан Р.**

*Л.Н. Гумелев атындағы ЕҰУ, Нұр-Сұлтан, Қазақстан*

[kerimkhulle@gmail.com](mailto:kerimkhulle@gmail.com)

**Абстракт.** Бұл мақалада ақшалай мәндегі (+) артық бағаланған және/немесе (–) жеткіліксіз бағаланған салааралық ағымдар, түпкілікті сұраныс бюджеттері мен жұмыспен қамту құны, 2018 жылғы Қазақстан экономикасының статистикасы бойынша "сала аралық теңгерілім" кестесінің технологиялық және құрылымдық коэффициенттері проблемасын шешуге арналған. Зерттеу бойынша, 2018 жылы сәйкес ауыл шаруашылығы секторы, өңдеу өнеркәсібі 0,1987, 1,2503-ке артық бағаланған және ал көрсетілетін қызметтер секторындағы ағымдар статистикасының мәні тиісінше және 1,449 миллиард АҚШ долларына бағаланбаған. Ал, жұмыспен қамтудың құндық ағымдары тиісінше 0,5513, 6,4375-ке бағаланбаған және 6,9787 миллиард АҚШ долларына артық бағаланған.

**Түйінді сөздер:** Техникалық коэффициенттер, құрылымдық коэффициенттер, экономикалық статистика, бағалау, теңестіру, сала аралық теңгерілім кестесі, Қазақстан.

### 1. Кіріспе

В. Леонтьев [1] әзірлеген «сала аралық теңгерілімдерді талдау», – деп аталатын экономикалық жүйенің проблемаларына құрылымдық көзқарас қазіргі заманғы деректерді өңдеу технологияларының негізін қалағаны белгілі. Бүгінгі таңда «салааралық теңгерілімдерді» талдау әдістемесі экономиканың көптеген салаларын қамтиды [2].

Қазіргі уақытта әртүрлі елдердің экономикасы бір-бірімен өте тығыз байланысты. Сондықтан өндірістік қатынастарды талдау және зерттеу мемлекеттердің экономикалық және әлеуметтік саясатының тиімділігіне әсер етеді. Классикалық өндірістік қатынастарды

талдау әдісі (В. Леонтьев әдісі) әртүрлі елдердің экономикалық құрылымдарын талдау үшін қолданылды. "Сала аралық теңгерілім" кестесі – бұл экономика құрылымын талдауда және оның құрылымдық өзгерістерін зерттеуде қолданылатын қарапайым, бірақ өте тиімді құрал.

Ел экономикасының дамуына түрлі факторлар әсер етеді. Осындай міндеттердің бірі әлеуметтік кәсіпорындардың даму проблемаларын және олардың ел экономикасына әсерін анықтау болып табылады. Мысалы, сауда орталықтарының дамуын бағалау және олардың ұтымдылығын арттыру үшін қайта құру мәселелері сала аралық теңгерілімді талдауды қолдана отырып зерттелді [3]. Ал әлеуметтік кәсіпкерліктің Чех Республикасының экономикасына әсері [4] жұмыста қарастырылған. 2008 жылғы жаһандық қаржылық дағдарыс (GFC), COVID-19 жаһандық ауруымен байланысты дағдарыстар әлем елдерінің экономикалық дамуына әсер еткені белгілі. Қаржы дағдарысы кезінде ел экономикасын белгілі бір деңгейде ұстап тұруға көп күш жұмсалады. Осы позициялардың бірі жұмыста "сала аралық теңгерілім" моделін қолдану арқылы [5] талқыланған. Бұл GFC ЖІӨ-нің 13% - ға төмендеуіне және энергия тұтынудың 16% - ға төмендеуіне әкелгенін көрсетеді. Ғылымды шараларының пакеттері экономикалық өсу мен энергияны тұтынудың тиісінше 1,83% - ға және 4,64% - ға артуына алып келгені көрсетілді.

## 2. Әдістер, модельдер, деректер

"Сала аралық теңгерілім" кестесінің шоттары мен бюджеттерінің ағындарын теңестіру әдістері, модельдері мен деректері бірінші кезекте ЭЫДҰ есептерінен Қазақстанның 2018 жылғы статистикалық деректерін пайдалана отырып құрылады [7], содан кейін "сала аралық теңгерілім" үшін математикалық бағдарламалау міндетінде модельдер пайдаланылатын болады [2], модельдер [8] және [9] ашық бастапқы жүйелік динамиканың жобалары, сонымен қатар қазіргі заманғы теориялар, әдіснамалар және ақпараттық технологиялар, олардың мәні мен мазмұны [10-11] егжей-тегжейлі сипатталған.

Бұл ретте,  $x$  – секторының өнімдерін сатып алу кезінде бір сектордың жалпы өндірісі  $Z_i$  – экономиканың басқа секторларына және  $f$  – түпкілікті сұраныс тұтынушыларына теңдеулер жүйесіне сәйкес сату арқылы таратылады делік [2]:

$$x = Zi + f, \quad (1)$$

және бұл секторды сату кезінде  $x'$  мәні – бір сектордың жалпы шығыстары  $i'Z$  – экономиканың басқа секторларына сатып алу және  $\varepsilon'$  төлеу арқылы теңдеулер жүйесіне сәйкес секторлар бойынша жұмыспен қамту арқылы бөлінеді [2]:

$$x' = i'Z + \varepsilon', \quad (2)$$

мұндағы  $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$  бүкіл экономика бойынша жалпы өнім (өндіріс),  $x_i - I$  және  $x' = [x'_1, \dots, x'_n]$

секторының жалпы өндірісі – барлық шығындар ақша түрінде өңдеу және төлем секторларында ескеріледі.

## 3. Нәтижелер

Экономикалық жүйенің кіріс параметрлерінің тізімін бөліп алынады да В. Леонтьевтің сала аралық теңгерілім моделі (1)-(2) ел экономикасының тепе-тең және өнімді өсуін қалыптастыруға олардың мәндерін теңестіру үшін қолданылады. Жұмыста 2018 жылғы Қазақстан экономикасының статистикасына сай "сала аралық теңгерілім" кестесі қолданылды. Зерттеу нәтижесінде, 2018 жылы сәйкес ауыл шаруашылығы секторы, өңдеу өнеркәсібі 0,1987, 1,2503-ке артық бағаланған және ал көрсетілетін қызметтер секторындағы ағындар статистикасының мәні тиісінше және 1,449 миллиард АҚШ долларына бағаланбаған. Ал, жұмыспен қамтудың құндық ағындары тиісінше 0,5513, 6,4375-ке бағаланбаған және 6,9787 миллиард АҚШ долларына артық бағаланғаны анықталды.

## Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Leontief, W.: Quantitative Input and Output Relations in the Economic Systems of the United States. The Review of Economics and Statistics, **18**(3), 105-125 (1936). <https://doi.org/10.2307/1927837>
2. Miller, R.E., Blair, P.D.: Input-Output Analysis: Foundations and Extensions, Second Edition, Cambridge University Press, 1-750 (2009). <https://doi.org/10.1017/CBO9780511626982>

3. Musil, T.A.: Evaluating development and community benefits of shopping malls: A case study using input/output analysis, *Journal of Financial Management of Property and Construction*, **16**(2), 111-125 (2011). <https://doi.org/10.1108/13664381111153105>
4. TauslProchazkova, P., Noskova, M.: An application of input-output analysis to social enterprises: a case of the Czech Republic, *Journal of Entrepreneurship in Emerging Economies*, **12**(4), 495-522 (2020). <https://doi.org/10.1108/JEEE-08-2019-0114>
5. Ali Bekhet, H., Yasmin, T.: Assessment of the global financial crisis effects on energy consumption and economic growth in Malaysia: An input-output analysis, *International Economics*, **140**, 49-70 (2014). <https://doi.org/10.1016/j.inteco.2014.07.003>
6. Sangalli, I.: The key role played by European partners in the German automotive value chain: A granular analysis based on the World Input Output Database, *Industria*, **41**(3), 439-478 (2020). <https://doi.org/10.1430/98069>
7. OECD Homepage, <https://stats.oecd.org>, last accessed 2022/05/17.
8. Sterman, J.D.: *Business Dynamics: Systems Thinking and Modeling for a Complex World*. McGraw-Hill Inc (2000).
9. Gnap, J., Konečný, V., Slávik, R., Beňová, D.: Possible impacts of regulating the weekly rest of road freight drivers on logistics in EU countries, *Nase More*, **65**(4), 259-265 (2018). 10.17818/NM/2018/4SI.18
10. Low, S., Ullah, F., Shirowzhan, S., Sepasgozar, S.M.E., Lee, C.L.: Smart digital marketing capabilities for sustainable property development: A case of Malaysia, *Sustainability*, **12**(13), 5402 (2020). 10.3390/su12135402
11. Balabanova, A., Petrova, S., Fomenko, V., Keschyan, N.: Labor potential of youth for the development of ecology in the digital economy, *E3S Web of Conferences*, **258**, 06048 (2021). <https://doi.org/10.1051/e3sconf/202125806048>

## **АҚПАРАТТЫҚ ҚАУІПСІЗДІКТІҢ ТӘУЕКЕЛДЕРІН БАҒАЛАУДА ОНТОЛОГИЯЛЫҚ МОДЕЛДІ ҚОЛДАНУ**

**Муратхан Р., Туткуше А.Е.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [raikhan.muratkhan@mail.ksu.kz](mailto:raikhan.muratkhan@mail.ksu.kz)

Ақпараттық қауіпсіздіктің маңызды есептерінің бірі – ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелін бағалау. Яғни қандай активтерді, қандай тәуекелдерден қорғау керек және ұсынылған контршаралар арқылы бұл тәуекелдер қаншалықты деңгейде азаяды. Бірақ та, тағы бір мәселе, ол - осы салада жұмыс істейтін барлық мамандарға түсінікті болатын домендік терминологияны енгізу қажет. Осы мәселелерді шешу үшін пәндік облыстың бірқатар моделіні көрсетілуі қажет.

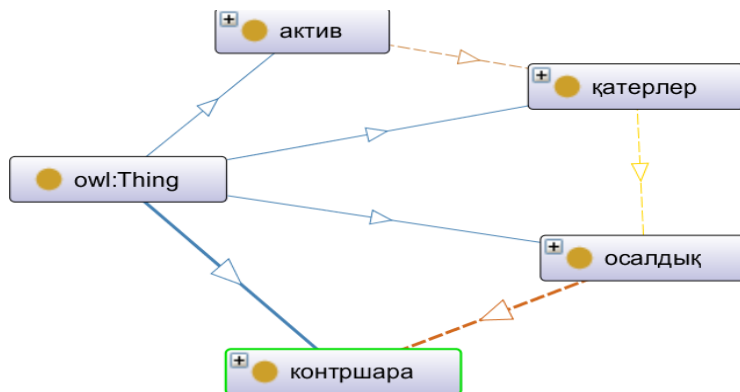
Ақпараттық жүйелердегі қауіпсіздіктің қатерлерін басқаруға арналған пәндік облыстың ISSRM – Information Systems Security Risk Management – Ақпараттық жүйелердегі қауіпсіздіктің тәуекелдерін басқару моделі қауіпсіздіктің қатерлерін басқару стандарттары және қауіпсіздіктің қатерлерін басқару әдістері арқылы құрылған. Бұл пәндік облыстың базалық моделі (жоғары деңгейлі онтология) [1, 2] жұмыстарында қарастырылған.

Бұл жұмыста ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелін басқарудың базалық онтологиясын, Қазақстан Республикасында қабылданған тәуекелдерді бағалау облысындағы стандарттардың [3, 4] талаптары және эксперттердің білімдері негізінде оны декомпозициялау және жіктеу арқылы ішкі кластарға жіктеу ұсынылады.

Онтологияны құру үшін, онтология редакторы және зерделі жүйелердің білім қорын құруға арналған фреймворкі бар, тегін Protégé (5.0.1 нұсқасы) платформасы қолданылады [5]. Protégé-Frames редакторы қолданушыға ОКВС (Open Knowledge Base Connectivity Protocol – Білім қорына қол жеткізуді программалаудың қолданбалы интерфейсі) сәйкес фреймдерге негізделген онтологияны құруға және толықтыруға мүмкіндік береді. Бұл білім қорына ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелдерін басқарудың жіктелген онтологиясын, ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелдерін бағалаудың барлық процесін (активтер реестрін құруды, қатерлерді, осалдықтарды және контршаралар әсерін идентификациялауды, тәуекелдерді есептеу және жіктеуді) орындайтын программалық өнімге экспорттауға мүмкіндік береді.

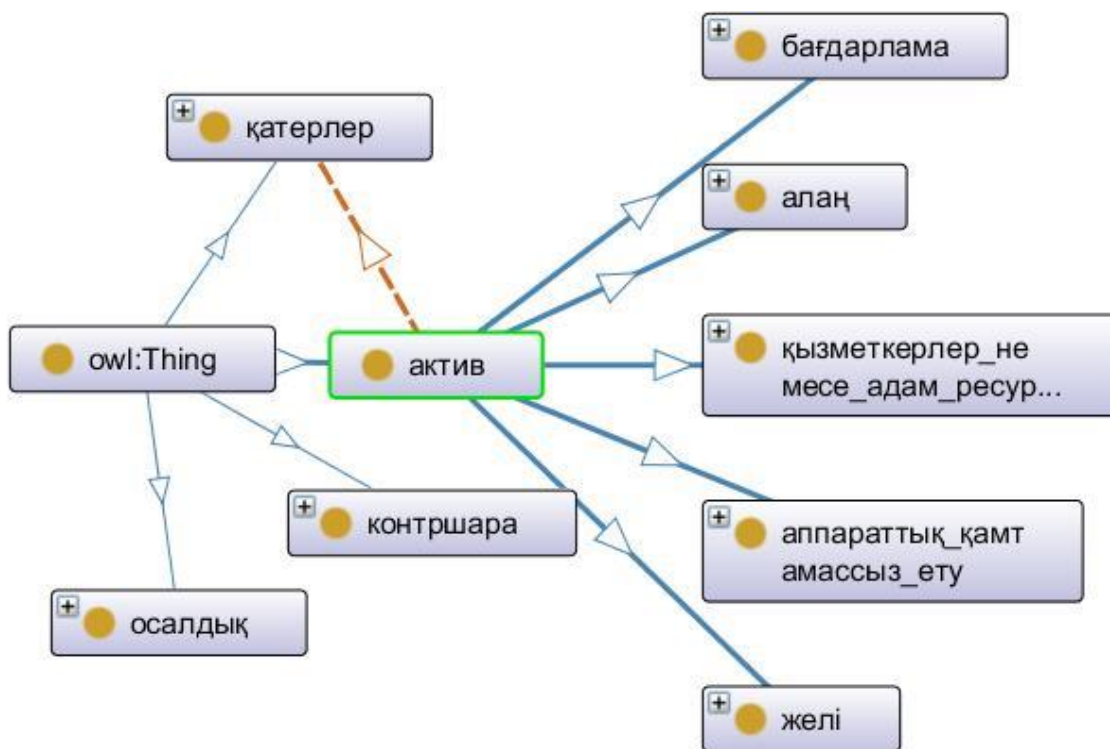
Бастапқы кезеңде ISSRM базалық онтологиясының негізгі элементтері, яғни жоғары

онтологияны құраушы актив, қатер, осалдық және контршара құрылады және олардың арасындағы қатынастар орындалады (сурет 1). Әрі қарай бірінші деңгейдің элементтерін, декомпозиция арқылы бірқатар қасиеттері және сипаттамалары бар, байланысқан және байланыспаған ішкі кластардан құрылған сәйкес графтар түрінде ашып жазамыз. Ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелдерін басқарудың пәндік облысының толығымен жіктелген онтологиясы келесі бөлімдерде қарастырылған.



Сурет 1. Түрлендірілген ISSRM онтологиялық моделінің негізгі элементтері

Кез келген актив түсінігі материалдық немесе материалдық емес актив болып саналады. Материалдық емес активтің негізгі түсініктері болып, деректер, рөлдер, программалық қамтым және репутация болып табылады (сурет 2).



Сурет 2. Жоғары деңгейлі «Актив» түсінігінің ішкі кластары

Осылайша ISSRM базалық онтологиясының негізгі элементтері, яғни жоғары онтологияны құраушы актив, қатер, осалдық және контршара түсініктерінің де ішкі класстары жіктеледі.

Ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелдерін бағалау және басқару түсініктерін ішкі деңгейлерге де жіктеуге болатын жалпыланған онтологиялық моделі құрылды. Бұл онтологиялық модель тәуекел менеджментінің негізгі концептерін, кластар арасындағы иерархиялық қатынастар түрінде сипатталады.

Ақпараттық қауіпсіздік бойынша құрылған онтология және білім қоры, кәсіпорынның ақпараттық қауіпсіздігін қамтамасыз етудегі тәуекелдерді басқаруға арналған «IT Risk Manager» программалық өнімде білім қоры ретінде қолданылады.

#### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Dubois É., Heymans P., Mayer N., Matulevičius R. A systematic approach to define the domain of information system security risk management. In: Nurcan S., Salinesi C., Souveyet C., Ralyté J. (eds.) // *Intentional Perspectives on Information Systems Engineering*. – Heidelberg: Springer, 2010. – P. 289–306.

2. Muratkhan R., Satybaldina D. Quantitative method of information security risk assessment by multicomponent threats. *Life Science Journal* №11(11). 2014. –P. 372-375. <http://www.lifesciencesite.com>. doi:10.7537/j.issn.1097-8135

3. ҚР СТ ISO/IEC 27001-2015 «Ақпараттық технология. Қауіпсіздікті қамтамасыз ету әдістері мен құралдары. Ақпараттық қауіпсіздік менеджмент жүйелері. ТАЛАПТАР».

4. ҚР СТ ISO/IEC 27002-2015 «Ақпараттық технология. Қауіпсіздікті қамтамасыз ету әдістері мен құралдары. Ақпаратты қорғауды басқару құралдары жөніндегі ережелер жинағы».

5. Protégé 5.0.1. [www.protege.stanford.edu](http://www.protege.stanford.edu).

#### **БАҒДАРЛАМАЛАУДЫ ҮЙРЕНУДІҢ ТИІМДІ ТӘСІЛДЕРІ**

**Никамбаева Н.Н., Өміржан А.Б.**

*Академик Е.А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*

E-mail: [nnnurgul1980@mail.ru](mailto:nnnurgul1980@mail.ru), [ackerbezh@bk.ru](mailto:ackerbezh@bk.ru)

Бағдарламалауды үйрену уақыт пен тәртіпті талап етеді. Бірақ, бағдарламалауды үйренуді жеңілдететін көптеген тәсілдер бар.

Бағдарламалауда бастысы – тым тез жылжымау, яғни ары қарай оқуды жалғастыру үшін, алдыңғы тақырыптарын дұрыс меңгеріп алу қажет. Себебі, көптеген бағдарламалауды үйренуді бастаған адамдар, оның негізін шала біледі де, ол тақырыптарға аса көңіл бөлмей өтіп кетеді. Бірақ, сол адамдар көбінесе нәтижеге жете алмай, бағдарламалауды үйренуді тастап кетіп жатады. Сондықтан, бағдарламалаудың базалық тақырыптарына көп көңіл бөлген дұрыс және жүйелі дайындалып, уақыт бөліп отыру қажет.

Бағдарламалауды тиімді үйренудің тәсілдері:

✓ **Мысалдың кодына көңіл бөліңіз.**

Бағдарламалауды үйреніп бастағанда міндетті түрде әр мысалға көңіл бөліп, кодты түсініп оқу керек. Тіпті кейде, бірінші мысалды қарап, оны түсінуге тырысып, содан кейін ғана мәтінді оқуға болады.

✓ **Мысалдың кодына көңіл бөліп қана қоймай, оны орындаңыз.**

Себебі, сіз мысалды оқығанда оны түсінуіңіз мүмкін, бірақ ол жадыңызда қалмауы мүмкін. Сондықтан, жадыңызда сақталу үшін оны міндетті түрде орындап, нәтижесін көріп және оны өзгертіп, орындап көріңіз. Тек осылай практика жүзінде орындалған алгоритм ғана сіздің ойыңызда қалады. Себебі, бағдарламалауда бірінші орында әрқашанда практика тұрады.

✓ **Өз кодыңызды мүмкіндігінше ерте жазыңыз.**

Бағдарламалау тілінде сізде түсінік қалыптаса бастасымен, тіпті миыңызда бәрі шатасып жатса да, өз кодыңызды жазуға тырысыңыз. Өз ойыңыздан программа құру қиынға соқса, онда кітапта берілген тапсырмаларды орындап бастаңыз. Бірден үлкен программаларды құра алмайсыз, оңай программалардан бастағаныңыз дұрыс. Бұл кішкентай программаларды ары қарай өміріңізде қолданбасаңыз да, сіз үлкен тәжірибе аласыз.

✓ **Debugger қолдануды үйреніңіз.**



Debugger сізге программаның кодын жол бойынша орындауға көмектеседі. Сіз айнаымалының мәнін бақылай аласыз және шарт орындалғанын, не орындалмағанын тексере аласыз. Debugger код нені орындап тұрғанын көрсетеді. Debugger бастапқыда қолданғаныңызда көп уақытыңызды алуы мүмкін, бірақ кодтың көлемі үлкен болғанда, оны қолдану арқылы көп уақытыңызды үнемдейсіз.

✓ **Көбірек ақпарат көздерін іздеңіз.**

Егер сіз бір тақырыпты түсінбесеңіз, басқа ақпарат көзінен сол тақырыпты іздеңіз. Ол жердегі ақпарат сізге түсініктірек болуы мүмкін. Себебі, жаңа ақпаратты әркім әртүрлі қабылдайды.

Бұл әдістер көмектеспесе, білетін маманға жүгінген дұрыс. Әдебиет таңдаған кезде сол бағдарламалау тілі бойынша атақты деген автордың кітабын алып оқыған дұрыс, жаңа бастаушы бағдарламалаушыларға арналған әдебиеттер жарамайды.

Интернетте бағдарламалауды үйренуге арналған сайттар көптеген. Солардың ең танымал деген сайттарын атап өтейін.

*Coursera.org* – әлем бойынша жетекші оқу орындарында онлайн-оқытуды өтуге мүмкіндік беретін білім беру платформасы. Теориясы тегін, ал практикалық тапсырмалар мен тесттер ақылы, бірақ қазіргі уақытта оқу мекемелерінің келісімімен пандемияға байланысты жылына бір курс тегін өтуге болады.

*Skillbox* – бұл сайтта IT саласындағы әрқашанда сұранысқа ие болатын мамандықтарды нөлден бастап үйренуге болады, бірақ ақылы. Бір жылдың көлемінде жиырмадан астам мамандықтың біреуін меңгеріп шығуға болады.

*GeekBrains* – бұл онлайн-білім беру порталында IT саласына қатысты әртүрлі деңгейдегі курстар бар. Бұл порталдың артықшылығы көптеген курстар тегін және әйгілі деген мамандардан білім алуға мүмкіндік бар.

*Stepik.org* – бұл білім беру платформасында көптеген курстар тегін және практикалық тапсырмаларды, тесттерді бірден тексеріп отыратындай сайттан кері байланыс бар. Өз бетінше білім алушылар үшін таптырмас платформа деп ойлаймыз.

*ITVDN* - өздігінен оқуға арналған бейне сабақтардан тұратын, бағдарламалауды үйренуге арналған онлайн-ресурс. Және барлығы да тегін.

*Codewars* - бұл интерактивті ресурста программалау бойынша есептер жинақталған, оларды орындай отырып, қолданушы нақты бағдарламалау тілімен жұмыс істеу дағдыларын жақсартады.

*Hexlet* - бірнеше сағаттан тұратын қысқа курстарды ұсынатын, бағдарламалауды үйрететін веб-платформа: нөлдік деңгейден бастап кәсіпқой маманға дейін.

*Codecademy* – көптеген бағдарламалау тілін үйренуге мүмкіндік беретін онлайн-платформа болып табылатын ең қуатты ресурс. Бұл курстар қысқа мерзімде жаңа тілді меңгеруге мүмкіндік береді. Бірақ, мұнда тек негізіне үйретеді, сондықтан тілдерді тереңірек үйрену үшін қосымша оқу қажет болады.

*Udemy* - бұл онлайн-ресурс басқалардан айырмашылығы оқытушы ретінде де, оқушы ретінде де болу мүмкіндігімен ерекшеленеді. Оқытушылар құрамына Марк Цукерберг (Facebook желісінің негізін қалаушы) және IT-индустриясының әлемдік титандары кіреді. Мұндағы курстар ақылы, тегін бейне дәрістер де бар.

*JavaRush*. Кез – келген мамандықты жақсы игеру немесе қосымша дағды алу - бұл онлайн ойын форматы. JavaRush жасақтаушылары осыны пайдаланып, ойын арқылы бағдарламалауды үйретеді. Фугурама әлемінің мотиваторларын жақсы көретін студенттер осындай стандартты емес көзқарасты ерекше бағалайды. Мақсаты – басты кейіпкер – Амиго роботын 1-ші деңгейден бастап 80-ші деңгейге дейін жеткізу. Осы ойын миссиясынан өту үшін және оны аяқтау үшін тапсырмаларды орындау қажет. Тапсырмаларды орындай отырып, сіз жаңа деңгейді ашу үшін қажет қара материяны аласыз. JavaRush-тің барлық курсы күрделілігі біртіндеп өсіп келе жатқан 1200-ден астам практикалық тапсырмаларын қамтиды.

*GitHub* – бұл сайтты нұсқаулық ретінде пайдаланыңыз. Git хостингінде 80-нен астам түрлі бағдарламалау тілдерін қамтитын 500-ден астам тегін бағдарламалау кітаптары бар. Модераторлар осы ресурстардың жиі жаңартылуын қамтамасыз етіп отырады.

*Udacity* – субтитрлері бар ағылшын тіліндегі бейне дәрістердің кітапханасы. Сондай-ақ, онда тест тапсырмалары және өткен материалды бекітетін үй жұмыстары бар. Ол курстар практикамен оқыту принципіне негізделген. Барлық дәрістерде студенттерге бейнематериалда айтылған ұғымдар мен идеяларды игеруге мүмкіндік беретін бекітілген тест бар.

*Нетология* – бұл сайтта курстардың кейбірі ақысыз, кейбірі ақылы. Нөлден басталатын да курстар бар. Курстар орыс тілінде оқытылады.

Бұл жерде келтірілген сайттар ақпарат көздерінің тек бір ғана бөлігі және бұл сайттардағы курстардың барлығы бірдей жақсы деген сөз емес. Сіз өзіңізге қажетті, сіздің талаптарыңызға байланысты курсты таңдап, үйренгеніңіз дұрыс. Егер сіз бағдарламалаушы мамандығын таңдаған болсаңыз, өмір бойы оқуға, біліміңізді жетілдіруге дайын болыңыз.

### Қолданылған ақпарат көздері:

1. <https://habr.com/ru/post/508076/>
2. <https://habr.com/ru/post/331530/>

## РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ПОВЫШЕНИЯ КОНТРАСТНОСТИ РЕНТГЕНОВСКОГО ИЗОБРАЖЕНИЯ ПУТЕМ СОЧЕТАНИЯ МЕТОДОВ CLANE И ГАММА-КОРРЕКЦИИ

Омарова Г.С.<sup>1</sup>, Айткожа Ж.Ж.<sup>1</sup>, Старовойтов В.В.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>*Евразийский национальный университет имени Л. Н. Гумилева, Республика Казахстан.*

<sup>2</sup>*Объединенный институт проблем информатики Национальной академии наук Беларуси, Республика Беларусь.*

E-mail:ogs12@mail.ru

### Введение

Идея методов улучшения изображений заключается в том, чтобы проявить детали объектов, которые скрыты, или просто выделить определенные особенности изображения. Один из примеров улучшения — повышение контраста изображения путем растяжения его динамического диапазона значений яркости. Термин "контраст", наблюдаемый на цифровых изображениях описывается отношением яркости темных и светлых областей, присутствующих на изображении [1]. Медицинские изображения играют важную роль в диагностике заболеваний и мониторинге эффекта выбранных методов лечения. Шумы окружающей среды, особые условия пациентов при фотографировании, условия освещения и технические ограничения устройств визуализации являются одними из причин, по которым изображениям огутомить низкое качество. Методы улучшения изображения используются для восстановления поврежденных изображений [2], а эффективный метод повышения контрастности может улучшить мелкие детали изображения, чтобы рентгенологи могли должным образом контролировать состояние здоровья пациента.

### Цель и задачи исследования

Целью данной работы является разработка методики повышения контрастности рентгеновских медицинских изображений.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

- проанализировать основные этапы гамма-коррекции и CLANE[3] для обработки рентгеновских медицинских изображений;
- разработать методику использования адаптивных методов контрастного усиления.

Объектом исследования является процесс повышения контраста рентгеновского изображения. Основная гипотеза этого исследования предполагала, что комбинация метода

адаптивного выравнивания гистограммы с гамма-коррекцией изображения дает возможность существенного улучшения контраста рентгеновских изображений.

В ходе исследования были использованы следующие методы исследования: математический аппарат теории матриц; методы теории вероятностей и математической статистики; методы теории обработки изображений; методы системного анализа; методы математического моделирования.

### **Основная часть**

В этом исследовании рассматривается эффективность комбинации разных двух методов улучшения изображения. В экспериментах были использованы несколько сотен рентгеновских снимков из базы Kaggle [4], для улучшения контраста которых применялся метод гамма-коррекции[5]. С целью достижения лучшего контраста перед применением гамма-коррекции было предложено применить адаптивное выравнивание гистограммы с ограничением контрастности[6].

Главной особенностью алгоритма адаптивного выравнивания гистограммы с ограничением контрастности (Contrast limited adaptive histogram equalization – CLAHE) является ограничение диапазона гистограммы на основе анализа значений яркости пикселей в обрабатываемом блоке, тем самым получаемое изображение выглядит более естественным и менее зашумленным [3].

Стоит отметить, что в классическом алгоритме CLAHE используется билинейная интерполяция для устранения границ между обрабатываемыми блоками.

Правильным подбором необходимых входных и выходных параметров данного преобразования получаем наиболее лучшее визуальное усиление контраста рентгеновского снимка. Выполнение метода адаптивного выравнивания гистограммы изображения обосновано выбором значений параметров `distribution` и `clipLimit`. Выбор значения параметра `distribution = 'exponential'` дает улучшение контраста объективными и субъективными оценками одновременно. Экспериментально обосновано, что предпочтительнее использовать преобразование CLAHE со значениями параметров `distribution='exponential'`, значения параметра `clipLimit` выбирать из диапазона [0,095; 0,18], в среднем около 0,16.

Выполненные эксперименты показали, что комбинация адаптивного выравнивания гистограммы с ограниченным контрастом и метода гамма-коррекции существенно повышают контраст рентгеновских изображений. Также при выполнении исследований было определено, что для объективной оценки качества рентгеновских изображений следует использовать меру NIQE. Она больше чем оценка BRISQUE коррелирует с субъективной оценкой. Функции оценки NIQE (Naturalness Image Quality Evaluator) [7] и BRISQUE (Blind/Referenceless Image Spatial Quality Evaluator) [8] используются в случаях, когда эталон изображения отсутствует.

### **Выводы и заключение**

1. В исследовании выполнен анализ возможностей методов гамма-коррекции и CLAHE для повышения контраста рентгеновских изображений. В ходе выполнения экспериментов выполнен подбор значений необходимых параметров, при которых субъективные и объективные оценки одинаково показали положительный результат улучшения качества рентгеновских изображений. Эксперименты доказали целесообразность применения комбинации метода гамма-коррекции с адаптивным выравниванием гистограммы с ограничением контраста.

2. В результате выполненных экспериментальных исследований сформулирована методика применения комбинации метода гамма-коррекции с адаптивным выравниванием гистограммы с ограничением контраста. Данная методика предусматривает выполнение повышения контраста рентгеновских изображений в два этапа. На первом этапе исходное изображение преобразовывается методом CLAHE с выбранными параметрами, второй этап улучшает полученное изображение методом гамма-коррекции. Экспериментальные результаты показали, что предлагаемая методика позволяет получить рентгеновские изображения с усиленным контрастом.

## Список использованной литературы

- 1 Гонсалес Р., Вудс Р. Цифровая обработка изображений. – Издание 3-е, исправленное и дополненное. – М.: Техносфера, 2012. – 1104 с.
- 2 Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. Цифровая обработка изображений в среде Matlab. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
- 3 Ma J., Fan X., Yang S.X., Zhang X., Zhu X. Contrast Limited Adaptive Histogram Equalization Based Fusion for Underwater Image Enhancement // Preprints [Электронный ресурс] 2017, URL: <https://www.preprints.org/manuscript/201703.0086/v1>
- 4 <https://www.kaggle.com/paultimothymooney/chest-xray-pneumonia>.
- 5 Старовойтов В.В., Голуб Ю.И. Цифровые изображения: от получения до обработки – Минск: ОИПИ НАН Беларуси, 2014. – 202 с.
- 6 Омарова Г., Старовойтов В. Увеличение контраста рентгеновских изображений на основе гамма-коррекции. «Физико-математические науки». 77,1 (апр.2022). DOI: <https://doi.org/10.51889/2022-1.1728-7901.32>.
- 7 Mittal, A., R. Soundararajan, and A. C. Bovik. "Making a Completely Blind Image Quality Analyzer." IEEE Signal Processing Letters. Vol. 22, Number 3, March 2013, pp. 209–212.
- 8 Mittal, A., A. K. Moorthy, and A. C. Bovik. "No-Reference Image Quality Assessment in the Spatial Domain." IEEE Transactions on Image Processing. Vol. 21, Number 12, December 2012, pp. 4695–4708.

## ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА "ПРИЕМНАЯ КОМИССИЯ"

Попова Н.В., Спирина Е.А., Самойлова И.А., Корощенко С.

Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан

E-mail: [dandn@mail.ru](mailto:dandn@mail.ru)

Информационная система «Приемная комиссия», является частью проекта проекта «Білімал. Электронды колледж» и предназначена для учета и анализа поступления абитуриентов во время проведения приемной кампании в колледже.

Системы обработки информации являются важной категорией управления. От них, в основном, зависит эффективность принятия решений на основе учета и анализа предоставляемой этой системой информации. Необходимость разработки данной ИС обусловлена необходимостью обработки больших и постоянно обновляющихся данных и возможностью ведения постоянного контроля и анализа хода приема абитуриентов.

В результате изучения предметной области приемной комиссии и анализа информационных потоков между участниками образовательного процесса была составлена Концептуальная модель данных. Взаимосвязи между выделенными сущностями и их атрибуты отображены с помощью ER-модели (рисунок 1).

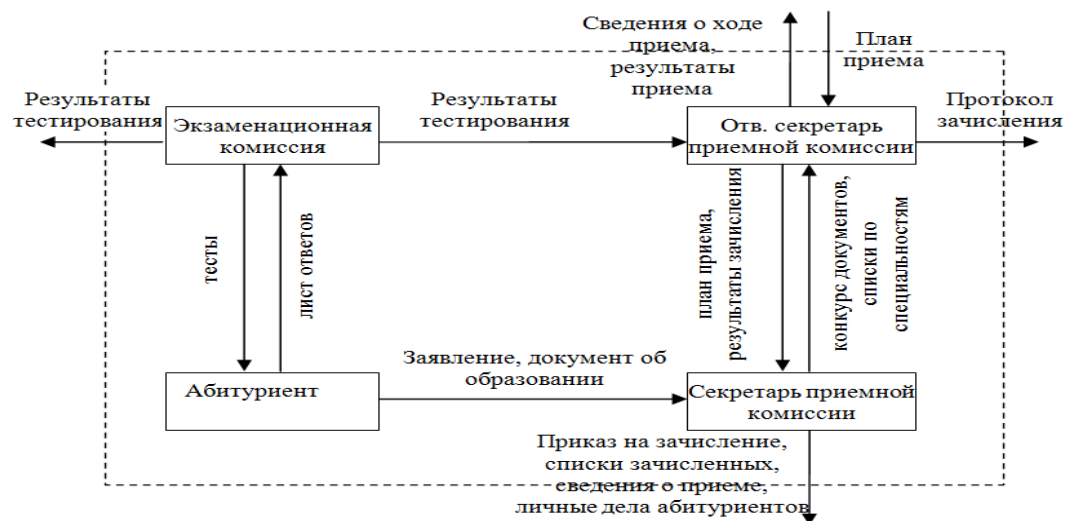


Рисунок 1. ER-модель информационной системы

На основании концептуальной и логической моделей была разработана физическая модель данных, которая представляет собой реализацию логической модели в конкретной СУБД. База данных информационной системы состоит из 8 взаимосвязанных таблиц: Абитуриенты, Специальности, НаимСпециальностей, Льготы, Национальность, Группы, Гражданство, СпецЗачисл (рисунок 2).

Разработанное приложение состоит из 17 файлов различного назначения. Программа имеет 15 различных форм и модулей.

Одной из основных задач проекта является задача «Формирование отчета «Конкурс документов» со сведениями о количестве поданных документов». Данная задача служит для формирования отчета, содержащего данные по поданным документам. Результаты решения задачи используются председателем и ответственным секретарем приемной комиссии для проведения анализа хода приема абитуриентов и принятия решений на основе этого анализа.

Меню "Отчеты" позволяет формировать отчеты по различным группам абитуриентов. Отчеты формируются по отделениям, потоку тестирования, источнику финансирования. Для ежедневного анализа при выборе пункта «Конкурс документов» в меню «Отчеты» формируется отчет о количестве поданных документов и конкурсе документов по специальностям, в разрезе по отделениям, базовому образованию, языку обучения и источнику финансирования. По каждой группе специальностей подводятся итоги.

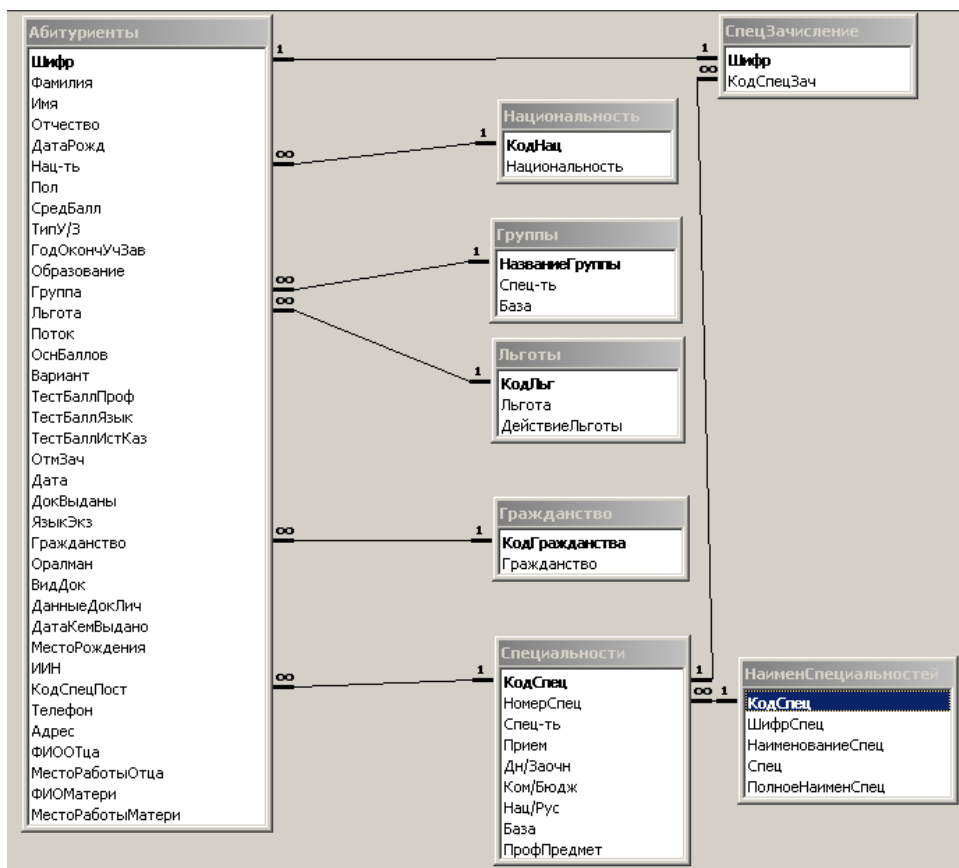


Рисунок 2. Схема данных

Разработанная информационная система «Приемная комиссия» позволяет вести в колледже оперативный учет по поступлению абитуриентов. Наличие различных отчетов облегчает процесс контроля количества поданных документов по специальностям, анализ поступивших абитуриентов. На основе выходного документа «Конкурс документов» выполняется анализ хода приема, контингента абитуриентов, делаются выводы о ходе

приема и принимаются управляющие решения, позволяющие повысить эффективность работы приемной комиссии по обеспечению набора учащихся на новый учебный год.

### Список использованной литературы

1. Бойко В.В., Савинков В.М. Проектирование информационной базы автоматизированной системы на основе СУБД. - М.: Финансы и статистика, 2018.
2. Документация СМК ТВПК. Процесс «Приемная комиссия». – Темиртау, 2015

### РАЗРАБОТКА МЕССЕНДЖЕРА СРЕДСТВАМИ ANDROID STUDIO

**Самойлова И.А., Спирина Е.А., Смирнова М.А., Попова Н.В., Пардабеков А.М.**

*Карагандинский университет им. академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [irinasam2005@mail.ru](mailto:irinasam2005@mail.ru), [sea\\_spirina@mail.ru](mailto:sea_spirina@mail.ru), [smirnova\\_marina\\_alex@mail.ru](mailto:smirnova_marina_alex@mail.ru),  
[dandn@mail.ru](mailto:dandn@mail.ru)

Разработка мобильных или веб-сервисов для будущего любого предприятия, создание мобильного приложения для компании - это способ повысить интерес аудитории и продвинуть бизнес. Разработка мессенджера для Android или iOS - явный признак того, что компания в тренде. Пользователю не всегда удобно находиться в большой версии сайта, поэтому нужна легкая и доступная альтернатива. Актуальность разработки мессенджера обусловлена тем, что количество пользователей мобильных телефонов в операционных системах Android растет с каждым днем. Люди понимают, что имеют доступ к неограниченной информации через смартфон: могут вести бухгалтерию, просматривать медиа-контент, устанавливать полезные программы и игры, а также планировать отдых. Благодаря этому рынок мобильных приложений можно назвать перспективной отраслью, в которой работает большое количество людей.

Разработанный мессенджер позволяет значительно повысить оперативность и доступность информации для потенциальных клиентов.

Мессенджер позволяет быстро обмениваться текстовыми сообщениями, изображениями и файлами в формате PDF с друзьями с помощью мобильного устройства. Пользователю предоставляется возможность зарегистрироваться в приложении двумя способами. Первый - создание учетной записи с использованием имени пользователя и пароля, второй - использование мобильного телефона. Если воспроизвести регистрацию по номеру телефона, то пользователь должен ввести свой номер телефона в соответствующую строку, после чего придет сообщение с уникальным кодом для завершения регистрации. После регистрации пользователю необходимо ввести имя и статус, а также возможность вставить фотографию в свой профиль. Можно восстановить забытый пароль, нажав на соответствующую ссылку, которая будет отправлена на почту пользователя.

Мессенджер был создан в интегрированной среде разработки – Android Studio для работы с платформой Android[1]. При написании программы был выбран язык Java по следующим причинам: в Java все является объектом. Надстройка может быть легко расширена, потому что она основана на модели объекта; в отличие от многих других языков, включая C и C ++, Java, когда она создана, она собрана не на платформе конкретной машины, а в байт-коде, независимо от платформы. Компилятор Java написан в чистом портативном формате ANSI C, который представляет собой набор POSIX; программирование на Java считается динамическим, поскольку оно предназначено для адаптации к изменяющимся условиям. Программы могут выполнять большой объем информации при ее обработке, обеспечивая ее проверку и доступ во время выполнения.

На рисунке 1 представлена реализация пользовательского интерфейса: окно входа в систему, окно регистрации, возможен вход с помощью номера мобильного телефона. Также можно использовать Firebase Authentication для входа в систему, отправив SMS-сообщение на телефон пользователя [2].

При открытии списка чатов можно увидеть не только изображение и имя пользователя, но и время последнего использования мессенджера. В личных сообщениях помимо текстовых сообщений можно отправлять изображения и PDF документы (рисунок 2).

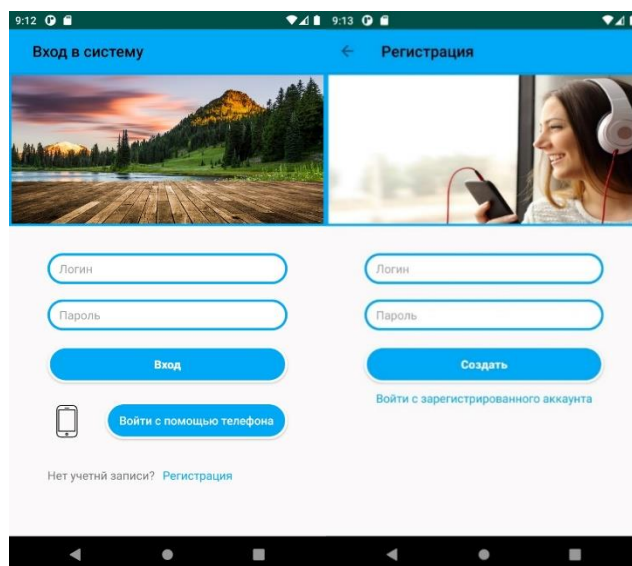


Рисунок 1. Реализация пользовательского интерфейса

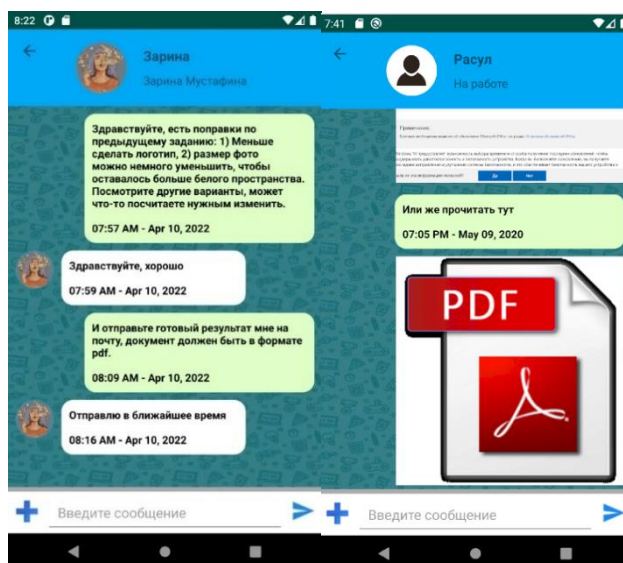


Рисунок 2. Текстовое сообщение

К особенностям созданного мессенджера относится следующее: мессенджер правильно сохраняет и восстанавливает состояние пользовательского интерфейса; при восстановлении работы устройства после выхода из спящего режима (в закрытом состоянии) его состояние должно быть одинаковым (выбранный экран, состояние управления); мессенджер не будет зависать, ломаться или иным образом не приведет к экстремному прекращению работы; мессенджер использует внутренние базы данных службы Firebase для хранения данных, полученных в сети, и отображения их в сети; мессенджер работает для устройств, начиная с версии 4.4 KitKat от операционной системы Android.

Внимательно изучая тенденции современных явлений, более известных как мобильные приложения, можно сделать вывод, что информационные технологии не стоят на месте, и с каждым годом все больше развиваются.

### Список использованной литературы

1. Android Studio - среда разработки мобильных приложений – [Электронный ресурс] – 2020. – Режим доступа: <https://arduinoplus.ru/android-studio/>.
2. Добавление Firebase в проект Android – [firebase.google.com](https://firebase.google.com/docs/android/setup) [Электронный ресурс] – 2020. – Режим доступа: <https://firebase.google.com/docs/android/setup>

## ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ДЛЯ АНАЛИЗА КАЧЕСТВА ПРОДУКЦИИ

Смирнова М.А.<sup>1</sup>, Смирнова Е.С.<sup>2</sup>

*1 Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

*2 Карагандинский технический университет имени Абылкаса Сагинова, Караганда,  
Казахстан*

E-mail: [smirnova\\_marina\\_alex@mail.ru](mailto:smirnova_marina_alex@mail.ru), [smirnliza@mail.ru](mailto:smirnliza@mail.ru)

Главным источником роста эффективности производства является постоянное повышение технического уровня и качества выпускаемой продукции. Сегодня методы и средства, обеспечивающие улучшение качества продукции, играют решающую роль в производственной деятельности. Управление качеством – методы и виды деятельности оперативного характера, которые используют для выполнения требований к качеству. Статистическое управление качеством – та часть управления качеством, в которой применяются статистические методы. Основное назначение статистических методов контроля - обеспечение производства годной продукции с наименьшими затратами.

Для определения возможности применения статистических методов контроля качества для решения конкретной производственной задачи были проведены работы по улучшению качества продукции на Производстве №1 завод РГТО.

В рамках проведенного исследования были решены следующие задачи:

- а) определена роль статистических методов в управлении качеством, их основные положения и виды инструментов по управлению качеством;
- б) описано Производство №1 по ремонту горно-транспортного оборудования, проведён анализ документации по восстановлению шестерни;
- в) изучена номенклатура ремонтируемой продукции, оценка оборудования по дефектовочным ведомостям;
- г) проведён анализ причин возникновения дефектов зубчатого колеса с использованием инструментов контроля качества;
- д) разработаны мероприятия по устранению дефектов в технологическом процессе ремонта с обоснованием экономической эффективности проекта.

Описание решения каждой задачи приведено в настоящей статье.

Статистические методы повышения качества определяются как использование собранных данных и стандартов качества для поиска новых способов улучшения продуктов и услуг. Они представляют собой формализованную совокупность методов, обычно включающих попытки сделать вывод о свойствах большого набора данных. Существует 16 наиболее распространенных статистических методов, изложенных или отдельно сгруппированных в функциональные разделы. Статистические методы делятся на три основные группы:

- а) методы анализа статистических совокупностей: сравнение средних, сравнение дисперсий, регрессионный анализ;
- б) экономико-математические методы: математическое программирование, планирование эксперимента, имитационное моделирование, метод оценки риска и последствий отказов, теория массового обслуживания, теория расписания, функционально-стоимостный анализ; методы Тагути, структурирование функции качества;



в) графические методы: диаграмма Парето, контрольная карта Шухарта, диаграмма разброса, гистограмма, стратификация (расслоение), диаграмма Исикавы (причинно-следственная диаграмма).

Для решения практической задачи на Производстве № 1 были использованы следующие методы: круговая диаграмма, диаграмма Парето, диаграмма Исикавы, контрольные карты Шухарта.

ТОО «Құрылысмет» - крупнейшее машиностроительное предприятие с полным циклом производства. В состав предприятия входит 6 производств разного типа назначения. Для данной работы было выбрано Производство №1 (площадка РГТО) по ремонту горнотранспортного оборудования (ремонт и изготовление конвейеров, редукторов, горношахтного оборудования).

На предприятии РГТО по восстановлению оборудования руководствуются документацией в соответствии с разделом 6 ГОСТ 2.602-95. Виды документов по ремонту оборудования, имеющиеся на предприятии РГТО: руководство по ремонту, технические условия на ремонт, альбомы на восстановление деталей, чертежи ремонтные, дефектовочные ведомости, акт на сдачу оборудования в ремонт и на приемку его из ремонта.

При проведении анализа данных по дефектовочным ведомостям была составлена статистика оборудования с наиболее частым проводимым ремонтом. Наиболее распространенным дефектным объектом на участке №8 является редуктор ЛКР. Исходя из данных полученных при анализе, мы сделали вывод об основной проблеме поломки редуктора: на долю шестерни приходится наибольшее количество дефектов.

Анализ круговой диаграммы показал, что самым часто встречающимся дефектом шестерни являются сломанные зубья. Диаграмма Парето позволила определить три причины наибольшего количества дефектов: 80% от всех дефектов зубьев составляют излом, абразивный износ и заедание. При работе с экспертами и построении диаграммы Исикавы были выявлены факторы, влияющие на излом, абразивный износ и заедание. Таковыми факторами оказались используемое оборудование и квалификация работников.

Дальнейший анализ причин дефектов и работа с экспертами позволили сформулировать рекомендации по улучшению качества ремонта зубьев шестерни. Суть рекомендаций – внедрение в производственный процесс метода нитроцементации в процессе ремонта зубьев.

Предметом дальнейшего исследования будет являться применение контрольных карт Шухарта для определения результативности внедрённых изменений в процесс ремонта зубьев шестерни. Контрольная карта (карта Шухарта) - это линейчатый график, построенный на основании данных измерений показателей процесса в различные периоды времени. Он позволяет отразить динамику изменений показателя и за счет этого контролировать процесс. Контрольные границы (границы регулирования), отображенные на графике, обозначают ширину разброса, образующегося в обычных условиях течения процесса. Верхняя и нижняя границы регулирования (ВКГ и НКГ) служат для предупреждения разладки процесса и определяются по специальным таблицам и формулам.

Алгоритм построения контрольной карты:

- а) определение выбранного среднего арифметического значения для каждой выборки
- б) определение общего среднего арифметического значения для всех выборок
- в) определение среднего арифметического значения размаха для всех выборок
- г) определение верхней границы регулирования (ВГРх) для X-карты
- д) определение нижней границы регулирования (НГРх) для X-карты
- е) определение центральной линии (ЦЛ)
- ж) определение верхней границы регулирования для размаха
- з) определение нижней границы регулирования для размаха
- и) определение центральной линии для размаха

Анализ контрольных карт покажет степень стабильности процесса производства после внедрения изменений. Появление отклонений будет сигнализировать о том, что некоторые

факторы, влияющие на процесс, необходимо идентифицировать, исследовать и поставить под контроль.

### **Список использованной литературы**

1. Ефимов В.В. Статистические методы в управлении качеством продукции - М.: КноРус, 2018. - 112с.
3. Костин В.Н., Тишина Н.А. Статистические методы и модели: Учебное пособие. – Оренбург: ГОУ ОГУ, 2004. – 138 с.

## **ПРИМЕНЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ПОДДЕРЖКИ МАЛОГО БИЗНЕСА**

**Смирнова М.А., Чайка О.А.**

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [smirnova\\_marina\\_alex@mail.ru](mailto:smirnova_marina_alex@mail.ru), [chaikaolga2309@gmail.com](mailto:chaikaolga2309@gmail.com)

За последние годы информационные системы стали основным направлением исследований в литературе по организации бизнеса. Они открывают большие возможности для успеха компаний; учитывая, что они обладают способностью собирать, обрабатывать, распространять и обмениваться данными комплексным и своевременным образом. Кроме того, они помогают сократить географические расстояния, позволяя сотрудникам быть более эффективными, что отражается в улучшении процессов, администрирования и управления информацией и приводит к положительному влиянию на производительность и конкурентоспособность компаний. Это создало необходимость определения их предпринимательской ценности.

Информационные системы характеризуются тем, что состоят из более мелких систем, способных функционировать либо интегрировано, либо независимо. Более того, если они способны взаимодействовать между собой, тем самым составляя информационную систему всей организации, поэтому ее можно определить как группу элементов, ориентированных на обработку, администрирование и распространение данных и информации, организованных и готовых к их последующему использованию, созданных для удовлетворения потребностей организации. Среди различных движений, которые признают важность информационных систем, мы можем найти движение, основанное на теории ресурсов и возможностей или связанное с индустрией программного обеспечения. В последнем случае были предложены различные модели управления качеством, некоторые из которых были сосредоточены на продуктах, а другие – на процессах. Это позволяет повысить производительность в отношении разработки программного обеспечения.

В данный момент достаточно простой, но эффективный метод разработки программного обеспечения для налаживания производства малого бизнеса – использование услуг веб-студий, которые создают адаптивные веб-приложения и сайты, используя самые надежные технологии в отрасли, чтобы помочь развивать предпринимательское дело с помощью созданных на заказ веб-сайтов, веб-приложений и продуктов, не беспокоясь о каких-либо технических деталях. Веб-студии создают сайты на готовых шаблонах, сайты с каталогами, интернет-магазины, целевые страницы, мобильные версии сайтов, оптовые порталы с личными кабинетами, дорабатывают уже созданные сайты в случае необходимости и сравнивают функционал. К дополнительным услугам относятся продвижение и поддержка сайтов, контекстная реклама в поисковых системах и социальных сетях, разработка логотипов и других элементов фирменного стиля, написание уникальных текстов, а также консультации в области продвижения бизнеса.

С применением информационных систем для поддержки малого бизнеса студенты образовательной программы «Информационные системы» знакомятся в ходе прохождения производственной практики. Например, в веб-студиях студенты разрабатывают сайты для предприятий малого бизнеса. Будущие специалисты предлагают как создание сайта на

готовых шаблонах, так и начальные решения. Одной из задач, поставленных перед студентами в период практики, было создание структуры будущего проекта. Для удобного понимания принципов вложенности они работают в сервисе Octopus.do. Основная идея проектирования структуры сайтов в Octopus заключается в формировании страниц из готовых блоков, которые помогут представить, какой контент они ожидают увидеть в более или менее точной позиции на странице. Практиканты легко приспосабливаются к проектированию карты сайта, так как Octopus.do позволяет работникам одного проекта оставлять комментарии, которые могут читать остальные коллеги, с которыми пользователь поделился картой. Уведомления о комментариях приходят на почту. В Octopus у команд также есть возможность работать вместе в режиме реального времени, что помогают студентам исправлять свои ошибки и редактировать малейшие недочеты.

Веб-студия, в которой студенты проходят производственную практику, бережно относится к клиентам, поэтому после создания проекта также предлагают свои услуги по обслуживанию сайта. Контент-менеджеры студий наполняют сайты необходимой информацией, актуальной на данный момент для пользователей. Например, это могут быть различные категории товаров для интернет-магазинов. Кроме этого, иногда перед студентами стоит необходимость перенести большие объемы информации с одного веб-проекта на другой. Такие задачи удобно осуществлять через импорт и экспорт файлов, который уже имеется в системе, например, «1С-Битрикс: Управление сайтом».

Кроме этого для создания и поддержки продуктов применяются кроссплатформенные ПО – системы управления контентом веб-проекта. Такие системы работают с помощью новейших алгоритмов управления:

- Компрессия страниц. Сжатие существенно увеличивает скорость работы с сайтом для посетителей и администраторов за счет уменьшения объемов передаваемых данных и изменения динамики загрузки страницы. Сначала загружается компрессированный HTML страницы, показывается клиенту и только после этого начинается загрузка изображений.

- Автоматический аудит производительности. Встроенный монитор производительности поможет разработчикам проанализировать скорость работы сайта и эффективность выбранного хостинга. Он позволяет в абсолютных величинах оценить конфигурацию проекта, сравнить ее с эталонной системой, оценить общую производительность и выявить проблемные участки.

- Поддержка серверных кластеров. Любой новый или работающий проект может быть представлен как веб-кластер взаимозаменяемых серверов, который позволяет распределить один сайт на несколько серверов, решая тем самым несколько задач: обеспечение высокой доступности сайта, его масштабирование в условиях возрастающей нагрузки, балансирование нагрузки, трафика, данных между несколькими серверами.

- Мониторинг нагрузки. Встроенная система мониторинга позволит наблюдать за состоянием сервера и не пропустить момент критической нагрузки. Система отображает параметры нагрузки сети и процессора, объем памяти и скорость работы – это позволяет определить уровень производительности сайта без запросов к серверу.

- Визуальный конфигуратор сервера. Удобный интерфейс системы позволяет легко настраивать сервер без привлечения узких специалистов. Находясь в административном разделе сайта, можно просто перетащить мышью компоненты сервера и перераспределить нагрузку.

Это создает последствия для разработчиков систем, которые должны учитывать потребности конечных пользователей и в полной мере использовать полноту, безопасность, доступность, скорость и точность информации для повышения удовлетворенности пользователей, но особенно для улучшения цели использования – полезности системы.

### **Список использованной литературы**

1. Макдональд М. Веб-разработка. Исчерпывающее руководство – СПб.: Питер, 2019 – 640 с.
2. Дунаев В. HTML, скрипты и стили. 4-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2018 – 816 с.

## ФУНКЦИЯ ЦЕННОСТИ КАНЕМАНА -ТВЕРСКИ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ ПРИ ПОТРЕБЛЕНИИ ОПЕКАЕМЫХ БЛАГ

Спанкулова Л. С.

Казахский национальный университет имени аль-Фараби, Алматы, Казахстан

E-mail: [spankulova@mail.ru](mailto:spankulova@mail.ru)

Методология исследования строится на оценке модели функции ценности Канемана - Тверски, и ее параметров:  $r$  – (reference point) точки отсчета и  $L$  (loss aversion) неприятия потерь. Предположения модели, у пациента, который думает, что здоров  $r = 0$  есть потребность в покупке  $x$ , но ему прописали лекарство по той же цене, которое должно спасти его от потери здоровья  $z$ . Если он его купит, то получит  $r - Lx$ , т.е. отрицательную величину, если же нет, то он получает  $r + x - L \cdot z$  (получает  $x$ , но теряет здоровье). Его решение будет зависеть от того, что больше, а также от таких параметров, как его неверие в то, что он потеряет здоровье  $z$  может быть случайной величиной, с его точки зрения, точки отсчета  $r$ , свойств функции полезности и пр. Подход такого типа реализован, например, у Koczeği – Rabin и Musgrove, P.

Согласно функции ценности Канемана - Тверски и ее параметров, на основе данных опроса составлена базовая модель для  $wtp$  (willingness to pay polis– готовность платить за полис):

$$WTPP = \alpha + \beta_1 + \beta_2 healthstate3 + \beta_3 healthstate4 + \beta_4 healthstate5 + \beta_5 cost + \beta_6 langkaz + \beta_7 age + \beta_8 female + \varepsilon$$

Ответы респондентов на вопрос 4 «Как бы вы оценили, состояние вашего здоровья?» были разделены на пять категорий:

- 1)  $healthstate1 = 1$  for  $Q4 \in [1,5]$  – если респондент выбрал вариант «Отличное».
- 2)  $healthstate2 = 2$  for  $Q4 \in [1,5]$  – если респондент выбрал вариант «Хорошее».
- 3)  $healthstate3 = 3$  for  $Q4 \in [1,5]$  – если респондент выбрал вариант «Удовлетворительное».
- 4)  $healthstate4 = 4$  for  $Q4 \in [1,5]$  – если респондент выбрал вариант «Плохое».
- 5)  $healthstate5 = 5$  for  $Q4 \in [1,5]$  – если респондент выбрал вариант «Очень плохое».

Ответы респондентов на вопрос 9 «Сколько в среднем тратится денег в месяц на лекарства для всех членов семьи?» были разделены на семь категорий:

- 1)  $dcost1 = 1$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «От 5 000 до 10 000 тенге».
- 2)  $dcost2 = 2$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «От 10 000 до 20 000 тенге».
- 3)  $dcost3 = 3$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «От 20 000 до 50 000 тенге».
- 4)  $dcost4 = 4$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «От 50 000 до 100 000 тенге».
- 5)  $dcost5 = 5$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «Более 100 000 тенге».
- 6)  $dcost5 = 6$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «не знаю/ отказ от ответа».
- 7)  $dcost5 = 7$  for  $Q9 \in [1,7]$  – если респондент выбрал вариант «затрудняюсь ответить».

$langkaz = \{1,$

если респондент выбрал казахский язык, 0, если респондент выбрал русский язык.

$$WTPP\ all = 5,160 + 0,268 + 0,365\ healthstate3 + 2,666\ healthstate5 + 0,013\ cost + \varepsilon$$

Ввиду наличия ответов на анкетные вопросы казахском и русском языках, мы смогли разделить эти эффекты, оценив отдачу от языка в готовности платить за лекарственный страховой полис. Разговорный язык и готовность платить за полис лекарственного страхования. Мы рассматриваем несколько возможных причин устойчивой отдачи от русского языка:  $WTPP\ kaz = 5,154 + 1,926\ healthstate5 + 0,007\ dcost + \varepsilon$

$$WTPP\ ru = 5,029 + 0,507 + 0,593\ healthstate3 + 8,207\ healthstate5 + 0,019\ dcost + \varepsilon$$

Как показали расчеты, положительное воздействие на  $WTPP\ kz$  оказывали «самооценка здоровья, ежемесячные затраты семьи на лекарственные средства. Можно это объяснить тем, что последствия пандемии COVID-19 и инфляция сказались на расходах казахстанцев на лекарства, которые увеличились на 63%. Положительное воздействие на  $WTPP\ all$  в категории, в группе all и ru положительное воздействие на  $WTPP$  оказывали, если респондент при самооценке здоровья выбирал варианты «Хорошее», «Удовлетворительное», «Очень плохое». Таким образом, разработан количественный инструмент оценки готовности платить за лекарственный страховой полис, т.е. модель функции ценности Канемана -Тверски, учитывающий экономическое и финансовое поведение населения. В ДМС на условиях софинансирования будут включены медицинские и сервисные услуги, исключенные из программы государственных гарантий и не входящие в базовую программу ОМС. В Программе государственных гарантий (ПГГ), установлен перечень видов, форм и условий бесплатной медицинской помощи. Однако, для лечения множественной хронической заболеваемости требуется внедрение новых методов оплаты медицинской помощи: добровольного медицинского страхования на условиях со-финансирования, в которую будут включены медицинские и сервисные услуги, исключенные из программы государственных гарантий и не входящие в базовую программу ОМС.

Исследование осуществлено в рамках проекта № AP09259811 грантового финансирования Комитета науки Министерства образования и науки Республики Казахстан.

#### Список использованной литературы

- Kőszegi, B., & Rabin, M. (2006). A model of reference-dependent preferences. *The Quarterly Journal of Economics*, 121(4), 1133–1165. <http://www.jstor.org/stable/25098823>
- Musgrove, P. (1996). Public and private roles in health: Theory and financing patterns. *HNP discussion paper series; World Bank, Washington, DC*. <https://openknowledge.worldbank.org/handle/10986/13656>
- Spankulova, L., & Abylay, A. (2013). Methodology of examination the effect of health on economic growth. *World Applied Sciences Journal*, 28(3), 364-366. Doi:10.5829/idosi.wasj.2013.28.03.13809
- Spankulova, L., Karatayev, M., & Clarke, M. L. (2020). Trends in socioeconomic health inequalities in Kazakhstan: National household surveys analysis. *CommunistandPost-CommunistStudies*, 53(2), 177-190. Doi:10.1525/cpcs.2020.53.2.177

#### ОРГАНИЗАЦИЯ ЭЛЕКТРОННОЙ КОММЕРЦИИ С ПОМОЩЬЮ WEB-ПРИЛОЖЕНИЙ

Спирина Е.А., Темирханов Т.Е., Самойлова И.А., Попова Н.В., Ермоленко А.  
*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*  
 E-mail: [sea\\_spirina@mail.ru](mailto:sea_spirina@mail.ru)

Человечество шагнуло на новую ступень развития, а это подразумевает под собой существенные изменения в тех областях, к которым причастен человек. Одним из таких изменений стало формирование и удачное развитие нового сектора мировой экономики - электронной коммерции. Под термином «электронная коммерция» понимают осуществление различных операций и сделок с применением новейших информационных и

коммуникационных технологий. Главными особенностями данного сектора являются высокая экономическая эффективность и глобальный характер применения.

Последствия Covid-19 повсеместно ускорили внедрение цифровых технологий. Технологии все чаще используются для работы, развлечений и поддержания связи, и уже сформировали новые цифровые привычки у людей по всему миру. Преобразование операций в соответствии с новыми цифровыми тенденциями даст возможности для стимулирования экономического роста и создания рабочих мест. Вот почему рынок электронной коммерции сейчас под самым пристальным вниманием.

Электронная коммерция включает в себя:

- электронный обмен информацией (Electronic Data Interchange, EDI);
- электронное перевод средств (Electronic Funds Transfer, EFT);
- электронную торговлю (англ. e-trade);
- электронные деньги (e-cash);
- электронный маркетинг (e-marketing);
- электронный банкинг (e-banking);
- электронные страховые услуги (e-insurance).

Как работает электронная коммерция:

- презентация товаров на торговой площадке;
- привлечение трафика на площадку;
- обработка заказов;
- проведение платежа;
- доставка и возврат товаров.

Для работы электронной коммерции необходимо создать платформу (магазин), привлечь на нее людей, воспитать менеджеров, обработать их заказы, обеспечить необходимую техническую поддержку, осуществлять платежи, доставлять товары и поддерживать систему в надлежащем виде.

Доступ к электронной коммерции сегодня возможен с любого смарт-устройства, например, по данным исследовательской компании Juniper Research, сегодня в мире к интернету подключено 7 миллиардов устройств, а к 2023 году их количество увеличится до 50 миллиардов.

Наиболее популярными видами электронной коммерции являются B2B (бизнес для бизнеса) и B2C (бизнес для клиента) [1]. Торговые интернет-площадки (виртуальные или электронные торговые площадки) заключают сделки между продавцами и покупателями, осуществляют финансовые и коммерческие сделки между компаниями, находящимися в разных географических точках [2]. Интернет предлагает возможность торговать в режиме реального времени.

Торговля в интернете может быть организована по-разному. Самый простой вариант - создать Web-витрину, которая представляет собой комбинацию таких компонентов, как каталог, навигация и POS-система. После того, как заказ оформлен пользователем, он передается менеджеру для обработки. Интернет-магазины — это относительно недорогие веб-сайты. Они сосредоточены только на заказе, а иногда и на выставлении счета. Непосредственную работу с заказом осуществляет менеджер по продажам. Степень автоматизации торгового процесса в интернет-магазинах низкая. Кроме того, как минимум необходимо общаться со складом, организовывать доставку товара покупателям и принимать оплату. Также необходимо изучать спрос, проводить рекламные мероприятия и т.д.

Интернет-магазин предлагает гораздо больше возможностей, чем Web-витрина. Однако этот вариант более затратен в реализации. Система интернет-магазина берет на себя множество других задач. Например, осуществляется динамическая обработка информации, что дает возможность работать с базами данных и взаимодействовать с каждым из зарегистрированных покупателей индивидуально. Реально организовать выполнение всего торгового цикла.

Система онлайн-торговли также предоставляет возможность ведения полного торгового цикла, но в отличие от интернет-магазина она интегрирована с системой автоматизации всех видов деятельности компании.

Программное обеспечение интернет-магазина может предоставить многочисленные возможности для онлайн-торговли. При создании интернет-магазина необходимо позаботиться об уровне обслуживания покупателей. Потенциальному покупателю очень легко уйти из интернет-магазина, если уровень обслуживания в нем низкий. Поэтому каталог продукции должен быть четко структурирован, информативен и содержать дополнительную справочную информацию.

Сайт должен выполнять функцию информационной поддержки потребителей. Потенциальный покупатель должен найти ответ на все вопросы о покупке на сайте интернет-магазина. Они могут относиться к обслуживанию клиентов, функциям оплаты и т.д.

Виртуальной корзиной должно быть удобно пользоваться, находить нужные покупателям товары и упрощать регистрацию. Товар, выбранный покупателем в каталоге, должен попасть в виртуальную корзину, удаление товара из которой (и, соответственно, перерасчет общей стоимости покупки) возможно в любой момент. Необходимо обеспечить постоянное отображение содержимого корзины для пользователя.

Регистрация пользователя может осуществляться как до выбора товара, так и после должна быть возможность совершения покупки без регистрации, что экономит время и обеспечивает анонимность. При этом необходимо предусмотреть специальную систему обслуживания для зарегистрированных клиентов (например, накопительные скидки). В любом случае необходимо обеспечить безопасность персональных данных, предоставляемых покупателями, для этого используются безопасные способы передачи данных.

Обработка заказа начинается с проверки наличия товара на складе и его резервирования. При отсутствии части товара клиент получает предупреждение о возможности задержки исполнения заказа. Если покупатель выбрал в качестве способа оплаты предоплату банковской картой и электронными деньгами, будет инициирован запрос в платежную систему. После подтверждения оплаты заказ забирается и доставляется покупателю. В личном кабинете на сайте интернет-магазина часто реализована функция информирования покупателя о статусе обработки заказа.

С помощью Web-приложений может быть реализована функция сбора маркетинговой информации. Владельцы интернет-магазинов могут получать полную информацию о посетителях сайта и строить на ее основе маркетинговую систему. Программное обеспечение интернет-магазина позволяет быстро собрать большой объем статистических данных для анализа.

#### **Список использованной литературы**

- 1 Что такое B2C. [Электронный ресурс] URL: <https://secretmag.ru/enciklopediya/chto-takoe-b2c-obuyasnyаем-prostymi-slovami.htm>
- 2 Понятие и классификация торговых интернет-площадок. [Электронный ресурс] URL: [https://studref.com/492239/ekonomika/torgovye\\_internet\\_ploschadki](https://studref.com/492239/ekonomika/torgovye_internet_ploschadki)

### **МӘДЕНИ ОРЫНДАРДЫ ТОЛЫҚТЫРЫЛҒАН ШЫНАЙЫЛЫҚ ЭЛЕМЕНТЕРІМЕН БАҒДАРЛАУҒА АРНАЛҒАН МОБИЛЬДІ ҚОСЫМША ҚҰРУ**

**Талипова М.Ж., Бекбауова А.У.**

*Қ.Жұбанов атындағы Ақтөбе өңірлік университеті, Ақтөбе, Қазақстан*

E-mail: [mira\\_talipova@mail.ru](mailto:mira_talipova@mail.ru), [mirra478@mail.ru](mailto:mirra478@mail.ru)

Қазіргі жаһандық дамыған заманда ақпараттық технологиялардың алатын орны ерекше. Бұрын тек ойдан шығарылған фильмдерде ғана көруге болатын құбылыстар, бүгінде адамзаттың ажырамас бөлігіне айналуда. Цифрлық революция өзінің үстемдігін

жалғастыруда және ең озық технологиялардың бірі толықтырылған шынайылықты (augmented reality (AR)) қалыптастырды.

Нақты, физикалық әлемнің көрінісінің элементтерінің компьютер жасаған кірістер арқылы күшейтілуі толықтырылған шынайылық деп аталады. Толықтырылған шынайылықтың алғашқы тұжырымдамасы Фрэнк Л.Баумның 1901 жылы жазылған романында пайда болды, онда электронды көзілдірік жиынтығы адамдарға деректерді көрсетті; ол "кейіпкер маркері" деп аталды.

«Толықтырылған шынайылық» технологиясының көптеген анықтамасы бар. Орыс тілінде синонимі болып табылатын "кеңейтілген шындық" термині де қолданылады. Жиі кездесетін "Виртуалды шынайылық" термині адамды қоршаған әлемнен келетін барлық аудио-визуалды ақпаратпен алмастыратын толық жасанды ортаны құруды білдіреді. Толықтырылған шынайылық жағдайында қоршаған ортадан алынған ақпарат тек ішінара виртуалды мазмұнмен толықтырылған болып есептеледі [1].

Толықтырылған шынайылық қазіргі кезде көптеген салаларда, атап айтқанда медицинада, әскери техникада, ойын индустриясында, полиграфияда және т.б. қолданылады.

Толықтырылған шынайылықты жүзеге асыру механизмдеріне тоқталып кететін болсақ [2]:

1. *Маркерге байланыстыру* – бұл физикалық түпнұсқаға камераны апарған кезде объект толықтырылған шындықта пайда болатын механика. Толықтырылған шынайылық мазмұны камераның көру өрісінде белгілі бір триггер пайда болған кезде басталады. Маркер қызметін келесі құралдар атқара алады: суреттер, логотиптер, фотосуреттер.

2. *Жазықтыққа байланыстыру* – бұл толықтырылған шынайылықтағы объект сканерлеу нәтижесінде құрылғы таңдаған белгілі бір нүктеге байланған кеңістікте пайда болатын механика. Көлденең және тік жазықтықтар да танылады. Мұндай механика маркерді құрылғының көз алдында ұстау қажет болмаған кезде қолданылады.

3. *Геолокацияға байланыстыру* – бұл толықтырылған шынайылықтағы объект қаланың белгілі бір нүктесінде пайда болатын механика. Бұл жағдайда маркер – геолокация-координаттар.

4. *Порталдар* – бұл кеңейтілген шындықта 360° режиміндегі кеңістік пайда болатын механика. Кеңістік фото, видео материалдар, сондай-ақ диаграммада көрсетілген болуы мүмкін.

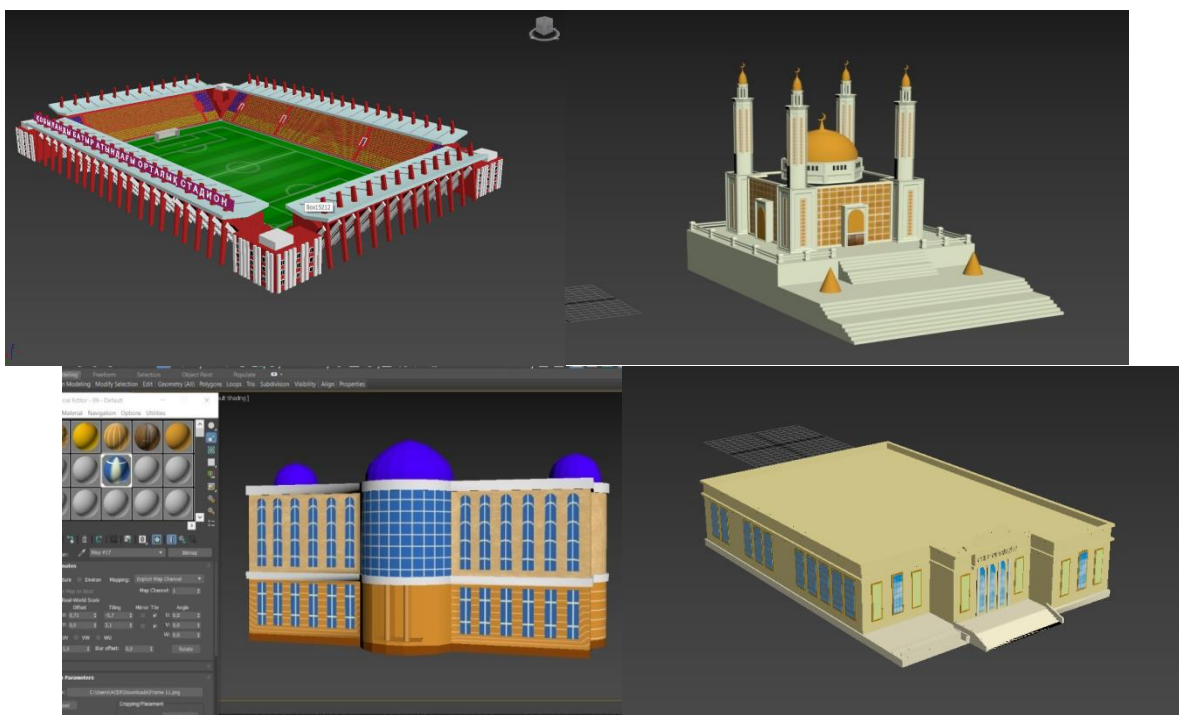
5. *Физикалық объектімен өзара әрекеттесу* – бұл физикалық түпнұсқада толықтырылған шынайылықтың қосымша элементтері пайда болатын механика. Мұндай механикадағы триггер – физикалық объект. Ол үшін 3D кеңістікте физикалық объектінің сандық көшірмесі жасалады.

6. *Нақты кейіпкерлердің интеграциясы* – нақты объект толықтырылған шынайылыққа орналастырылған механика. Бұл әсерге 2D бейне, 4D түсіру жолдарымен қол жеткізуге болады.

Толықтырылған шынайылық негізіндегі жобаны құру үшін Unity бағдарламасының кең көлемді мүмкіндіктері пайдаланылады. Атап айтқанда ең негізгі компонент AR камера болып табылады. AR технологиясы негізінде объектілерді көру үшін Vuforia бағдарламасы қолданылады.

Мәдени орындарды толықтырылған шынайылық элементтерімен бағдарлауға арналған қосымша құру үшін, мысал ретінде Ақтөбе қаласының бірнеше мәдени орындары таңдап алынды, атап айтсақ Қобыланды батыр атындағы орталық стадион, Өнер орталығы, Нұр-ғасыр мешіті және Ақтөбе облыстық тарихи-өлкетану мұражайы. Алдымен осы ғимараттардың 1-суретте көрсетілген 3ds Max ортасында 3D модельдері дайындалып алынды (1 сурет).





1-сурет. Мәдени орындардың 3D модельдері

Ары қарай Unity Hub платформасында толықтырылған шынайылық қосымшасы құрылды. Толықтырылған шынайылыққа жоғарыда аталған объектілер енгізілді. Vuforia ресми сайтынан метка құрылып, оның рейтингісі анықталып, содан соң метка жүктеп алынды. Сол жүктелген метканың үстіне 2-суретте көрсетілгендей объектілерді қою мысалы келтірілді (2 сурет).



2-сурет. Метканың үстіне объектіні қою

Дайындалған қосымшаны арк форматында сақтап, ұялы телефоннан ашып көруімізге болады. Жалпы қосымшаның жұмысқа жарамдылығы Android құрылғысымен сыналды.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Кравцов А.А. Исследование и разработка информационной системы с технологией интерактивной визуализации средствами дополненной реальности // Автореферат на соискание ученой степени к. т. н., Краснодар, 2016.
2. Иванова А. Технологии виртуальной и дополненной реальности: возможности и препятствия применения // Стратегические решения и риск-менеджмент. – 2018. – Вып. 3 (108). – ISSN 2618-947X.

**КОМПЬЮТЕРЛІК КӨРУ**  
**Тогисова А.Б., Анарметова М.Т.**

*Академик Е. А. Бөкетов атындағы Қарағанды университеті, Қарағанды, Қазақстан*  
E-mail: [togissovakerke@mail.ru](mailto:togissovakerke@mail.ru)

Computer vision – бұл компьютер кескіндерді және бейне ағынды өндеуге болатын технологиялардың, әдістердің және алгоритмдердің жиынтығы, мысалы, бейнекамералардан, сканерлерден, үш өлшемді мәліметтерден және т.б.

Компьютерлік көру (Computer Vision, CV), оның ішінде машиналық көру (Machine Vision, MV) – бұл компьютерлік құралдардың көмегімен қозғалмайтын және қозғалатын объектілердің кескіндерін автоматты түрде түсіру және өндеу.

Computer vision (компьютерлік көру) пайдалану не бейнеленгенін анықтауға, осы суреттерді жіктеуге және оларды талдауға мүмкіндік береді. Мұндай әдістер әртүрлі салаларда қолданылады: медицинада пациенттердің кескіндеріндегі ісіктерді диагностикалау және анықтау, ұшқышсыз авиацияда, Instagram және Snapchat желілердегі фильтрлерде.

Бұлтты технологиялардың дамуымен, есептеу және қолданбалы аумақтарды виртуалдандыру, компьютерлік көруді дамыту жаңа серпін алды. Grand View Research1 американдық зерттеу және консалтингтік компаниясының маркетингтік есебіне сәйкес, компьютерлік көрудің ғаламдық нарығы 2019 жылы 10,6 миллиард долларға бағаланды және 2020 жылдан 2027 жылға дейін жыл сайын 7,6%-ға өседі.

Ең жиі қолданылатын терең оқыту моделі конволюционды нейрондық желі деп аталатын жасанды нейрондық желі моделі болып табылады. Кескінді анықтау, жіктеу және талдау үшін қолданылатын ең сәтті модельдер - AlexNet, ResNets, EfficientNets, YOLO, R-CNN, LambdaNetworks, VGG.

Халықаралық деңгейде компьютерлік көруді дамыту және қолдану бойынша көшбасшылар Google, Facebook, Microsoft, Amazon, NVIDIA және т.б.

Негізгі қолданылатын салалары: Бейнебақылау және қауіпсіздік, бейнені тану, ауыл шаруашылығы, роботтарды жасау, өндіріс сапасын бақылау, автономды көліктер, диагностика үшін медициналық кескінді өндеу, жалған фотосуреттерді анықтау, жарнаманы жаңарту және теңшеу фотосуреттер мен бейнелердегі сүзгілер.

Компьютерлік көру үш негізгі кезеңнен тұрады:

1. Суретті алу. Кескіндерді, тіпті үлкенін де талдау үшін бейне, фото немесе 3D технологиялары арқылы нақты уақыт режимінде түсіруге болады.

2. Кескінді өндеу. Терең оқыту моделі осы процестің көп бөлігін автоматтандырады, бірақ модельдер алдымен мыңдаған таңбаланған немесе алдын ала анықталған кескіндерді алу арқылы.

3. Суретті түсіну. Соңғы кезең - объектіні анықтау немесе классификациялау кезінде түсіндіру кезеңі.

Компьютерлік көрудің әдеттегі міндеттері – объектілерді анықтау, бақылау және жіктеу.

Анықтаудың мақсаты - кескіннен нысанды табу. Ол үшін біз шекараларды (контурларды), арнайы нүктелерді (мысалы, бұрыштарды), түс туралы ақпаратты және т.б. қолдана аламыз.

Бақылау сыртқы бақылау камераларымен жұмыс жасауда қолданылады. Сонымен қатар, сіз контурларды, арнайы нүктелер мен түс туралы ақпаратты қолдана аласыз немесе ағымдағы кадрдан фонды алып тастай аласыз (камера тұрақты болған жағдайда).

Жіктеуді орындау үшін Сіз анықталған нысанды тануыңыз керек. Тану үшін Сіз шаблонмен пиксельдік салыстыруды жасай аласыз, контурларды немесе арнайы нүктелерді салыстыра аласыз, оқытылған классификаторды іздей аласыз (мысалы, Хаар каскадтарын қолдана отырып) және т.б. жақында объектілерді тану үшін терең конвульсиялық нейрондық желілер жиі қолданылады.

Компьютерлік көруді әзірлеушілер көбінесе Python немесе C++ тілдерін, сондай-ақ арнайы кітапханаларды пайдаланады: OpenCV, Scikit-learn, SciPy, NumPy, Matplotlib, Tensorflow, Caffe, Catboost және т.б.

Компьютерлік көру жүйелерін тиімді іске асыруға мүмкіндік беретін бірқатар кең таралған бағдарламалық платформалар бар:

PCL – 2D және 3D кескіндерін өңдеуге арналған ашық платформа болып табылады. Ол әртүрлі бағыттағы көптеген іске асырылған алгоритмдерді қамтиды: сипаттамаларды бағалау, бетті қайта құру, көріністі қалпына келтіру, суреттердегі сәйкестіктерді іздеу және т.б.

ROS – бұл салада қолданылатын алгоритмдердің кең жиынтығын қамтитын мамандандырылған робототехниканы басқару платформасы.

CUDA – графикалық процессорлармен жұмыс істеу үшін арнайы әзірленген NVIDIA компаниясының жеке бағдарламалық жасақтамасы. Параллельді есептеулер үшін жоғары тиімді архитектураны жүзеге асырады.

OpenCV (Open Source Computer Vision Library) – компьютерлік көру алгоритмдерімен, машиналық оқытумен және кескіндерді өңдеумен жұмыс істеуге арналған ашық кітапхана. C++ тілінде жазылған, бірақ сонымен бірге Python, JavaScript, Ruby және басқа бағдарламалау тілдері үшін қол жетімді. Windows, Linux және MacOS, iOS және Android жүйелерінде жұмыс істейді.

OpenCV (ағылшын тіліндегі Open Source Computer Vision Library кітапханасынан алынған) – ашық компьютерлік көру кітапханасы. C/C++ тілінде енгізілген, сонымен қатар Python, Java, Ruby және т.б.

OpenCV келесі салаларда қолданылады:

- робототехникада – роботты кеңістікте бағдарлау, объектілерді тану және олармен әрекеттесу үшін;

- медициналық технологиялар - дәл диагностикалық әдістерді жасау, мысалы, МРТ көмегімен органның 3D визуализациясы;

- өнеркәсіптік технологиялар – сапаны автоматтандырылған бақылауға, затбелгілерді оқуға, өнімді сұрыптауға және т.б.;

- қауіпсіздік – күдікті әрекеттерге жауап беретін, биометрияны оқу және танитын «ақылды» бейнебақылау камераларын құру;

- мобильді фотосурет - сұлулық сүзгілерін, бетті өзгертетін қосымшаларды жасау;

- көлікте – автопилоттарды әзірлеу үшін.

OpenCV құрылымы әртүрлі мақсаттарға арналған бірнеше модульдерден тұрады:

- математикалық функциялар мен есептеулерді, алгебра және деректер құрылымдарын сақтау;

- машиналық оқыту үшін үлгілерді сақтау;

- суреттерді немесе бейнелерді енгізу және шығару, файлға оқу және жазу;

- кескінді өңдеу;

- примитивтерді тану;

- объектілерді - адамдарды, заттарды анықтау (детекторлау);

- бейнедегі қозғалыстарды қадағалау және талдау;

- үш өлшемді ақпаратты өңдеу;

- кітапхана жұмысын жеделдету;

- ескірген немесе әлі дайын емес кодты сақтау және т.б.

### **Қолданылған әдебиеттер тізімі**

1. Дэвид Форсайт, Жан Понс. Компьютерное зрение. Современный подход = Computer Vision: A Modern Approach. — М.: «Вильямс», 2004.

2. Л. Шапиро, Дж. Стокман. Компьютерное зрение = Computer Vision. — М.: Бинوم. Лаборатория знаний, 2006.

3. OpenCV и Java/Windows. Основы. URL: <https://habr.com/ru/sandbox/131116/>

## BEAUTIFULSOUP ПАКЕТІНІҢ КӨМЕГІМЕН ДЕРЕКТЕРДІ ТАЛДАУҒА АРНАЛҒАН АҚПАРАТТЫ ЖИНАУ

Турсынғалиева Г.Н., Жанат А.

*Карагандинский университет имени академика Е.А. Букетова, Караганда, Казахстан*

E-mail: [gulim\\_tursyngali@mail.ru](mailto:gulim_tursyngali@mail.ru), [janatavdulazim@mail.ru](mailto:janatavdulazim@mail.ru)

Кез келген үлкен деректерді талдаудың мақсаты – зерттелетін жағдайды толық түсіну, тенденцияларды, оның ішінде жоспардан теріс ауытқуларды анықтау, болжау және ұсыныстаралу. Осы мақсатқа жету үшін деректерді талдаудың келесі міндеттері қойылады:

- ақпарат жинау,
- ақпаратты құрылымдау,
- заңдылықтарды анықтау, талдау,
- болжау және ұсыныстар алу.

Талдау жасап, әдемі графиктерді құрастырмас бұрын, ақпаратты жинау алғашқы сатылардың бірі екендігі анық.

Жұмыстың мақсаты – COVID-19 коронавирусының таралуы жайлы болжамдарды талдау үшін қажетті деректерді интернет көзінен BeautifulSoup пакеті арқылы алу.

Кәзіргі таңда веб-сайттардан ақпаратты жинаудың түрлі тәсілдері өтек көп. Солардың бірі – сайтты парсингтеу. Бұл веб-сайттардан ақпаратты алу әдісі және бірінші кезекте құрылымдалмаған деректерді - HTML пішіміндегі - вебтегі құрылымдық деректерге: дерекқорларға немесе электрондық кестелерге түрлендіруге бағытталған. Веб-сайтты парсингтеу HTTP арқылы немесе веб-шолғыш арқылы Интернетке тікелей кіруді қамтиды. Веб-деректерді шығара алатын әртүрлі тілдерде көптеген кітапханалар мен фреймворктар бар болса да, Python көптеген веб-скрапинг мүмкіндіктеріне байланысты көп қолданылады.

Қажетті ақпаратты жинау үшін Python-ды пайдаланып, келесі әрекеттерді орындалады:

- Деректерді шығарғымыз келетін беттің URL мекенжайын алу;
- Беттің HTML мазмұнын көшіру немесе жүктеу;
- HTML мазмұнын талдау және қажетті деректерді алу.

Бұл реттілік қалаған беттің URL-мекенжайына өтуге, HTML мазмұнын алуға және қажетті деректерді талдауға көмектеседі. Бірақ кейде деректерді алу үшін алдымен сайтқа кіріп, содан кейін белгілі бір мекенжайға өту керек. Бұл жағдайда сайтқа кіру үшін тағы бір қадам қосылады.

HTML мазмұнын талдау және қажетті деректерді алу үшін BeautifulSoup кітапханасы пайдаланылды. Бұл - HTML және XML құжаттарын парсингтеуге арналған Python пакеті. Ал, дұрыс парсингтеу үшін сайттардың құрылымын түсіну керек. Олардың барлығы дерлік HTML тілі арқылы жасалған.

Қазіргі таңда COVID-19 коронавирусының таралуы жайлы болжамдар өте көп жасалуда. Бұл болжамдарды жасамас бұрын, қажетті ақпаратты интернет көзінен жинау қажет. Алдымен, болжам мен талдау үшін инфекциялар, өлім және сауығулар туралы тарихи деректер керек. COVID-19 вирусы туралы деректер Worldometer ақпараттық сайтында (<https://www.worldometers.info/coronavirus/countries-where-coronavirus-has-spread/> ) еркін қол жетімді.

Ақпаратты сайттан алмас бұрын Python программалау ортасына «requests», «bs4» и «texttable кітапханалары орнатылды.

Қажетті кітапханаларды орнатқан соң, келесі қадам - BeautifulSoup пакеті арқылы қажетті кодты жазып, әртүрлі елдердегі жаңа коронавирустың (COVID-19) расталған, өлім-жітім, сауығып кеткен және белсенді жағдайлары туралы соңғы деректерді алу үшін, ең алдымен, файлдың жоғарғы жағында requests мен BeautifulSoup кітапханалары импортталады. Бұдан кейін url айнымалысы ақпарат келетін беттің мекенжайын сақтайды. Бұл айнымалы мән requests.get() функциясына жіберіледі де, нәтиже жауап айнымалысына

тағайындалады. Әрі қарай, жауап мәтінін soup айнымалысына орналастыру үшін BeautifulSoup() конструкторын қолданылды. Пішім ретінде lxml таңдалынып, айнымалы шығарылды.

Деректерді оқи алатын форматта көрсету үшін texttable кітапханасын қолданылды.

Әр мемлекеттің коронавирус жайлы ақпараты жүктелді. Осы ақпаратты пайдаланып әрі қарай талдаулар жасап, оны визуалдауға болады.

Нәтижесінде BeautifulSoup requests қосымшасының көмегімен жұмыс істелініп, қажетті сайттарға html сұраулары ұйымдастырылды. BeautifulSoup арқылы алынған ақпарат өңделініп, Қазақстандағы коронавирус бойынша статистика, болжамдар жасалынды. Парсерлер интернеттен беттерді жүктеп алып, оларды құрамдас бөліктерге талдап берді: тақырып, сурет, мәтін... Оның көмегімен сайттан гигабайттық пайдалы ақпарат жүктелініп алынды.

BeautifulSoup - Python-дағы бірнеше скрапингке арналған кітапханалардың бірі. Онымен жұмысты істеу өте жеңіл болғандықтан, сценарийлерді интернеттен деректерді жинау және құрастыру үшін пайдалануға болады, ал нәтиже деректерді талдау және басқа сценарийлер үшін пайдаланылуы мүмкін.

### Қолданылған әдебиеттер тізімі

1. Программирование на Python : научное издание / М. МакГрат. - М. : ЭКСМО, 2020. - 192 с.
2. Аубакиров, Г. Д. Языки программирования Python: учеб. пособие для организаций техн. и проф. образования / Г. Д. Аубакиров, А. Г. Хмыров. - 2-е изд. - Астана : Фолиант, 2011. - 203 с.
3. Лутц, М. Программирование на Python. Т.2/М.Лутц. –М.:Символ,2016.- 992 с
4. <https://python-scripts.com/beautifulsoup-html-parsing>
5. <https://dvmn.org/encyclopedia/modules/bs4-tutorial/>

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ OLAP-ТЕХНОЛОГИЙ В БИЗНЕСЕ

**Шаяхметова Б.К.<sup>1</sup>, Омарова Ш.Е.<sup>2</sup>, Дрозд В.Г.<sup>2</sup>, Улаков Н.С.<sup>2</sup>, Есмагамбетов Т.У.<sup>2</sup>**

*1 Карагандинский университет им. Е. А. Букетова, Караганда, Казахстан*

*2 Карагандинский университет Казпотребсоюза, Караганда, Казахстан*

E-mail: [sheo\\_1953@mail.ru](mailto:sheo_1953@mail.ru), [vgdrozd@mail.ru](mailto:vgdrozd@mail.ru), [nazar-123@mail.ru](mailto:nazar-123@mail.ru), [timur198300@mail.ru](mailto:timur198300@mail.ru)

Современные социально-экономические условия трансформации общества определили стремительный переход к новой информационной ступени развития, обусловленной проникновением информационных технологий во все сферы человеческой деятельности.

Формирование и развитие информационного общества, его гуманизация нашли свое отражение в различных сферах и прежде всего, в экономических информационных системах.

Развитие промышленных предприятий, связанных с созданием и реализацией продукции и услуг, невозможно без использования информационных технологий. В настоящее время очень много информации опубликовано о OLAP технологиях. Информационные системы масштаба предприятия содержат приложения предназначенные для комплексного многомерного анализа данных, их динамики, тенденций и т.д. Такой анализ в конечном итоге призван содействовать принятию решений. Часто такие эти системы называются системами поддержки принятия решений.

Системы поддержки принятия решений обычно обладают средствами предоставления пользователю агрегатных данных для различных выборок из исходного набора в удобном виде для восприятия и анализа. Как правило, такие агрегатные функции составляют многомерный (не реляционный) набор данных, оси которого содержат параметры, а ячейки – зависящие от них агрегатные данные – причем хранятся такие данные могут и в реляционных таблицах [1].

Реализацией этих положений является многомерное представление информации в специальных базах данных OLAP и доступ к таким базам обеспечивается через клиентское приложение. Основным объектом OLAP-технологий и баз OLAP является куб - информация, сохраненная в специальном формате многомерных данных.

Сама технология комплексного многомерного анализа данных получила название OLAP (On-Line Analytical Processing), где OLAP – это ключевой компонент организации хранилищ данных. Концепция OLAP была описана в 1993 году Эдгаром Коддом, известным исследователем баз данных и автором реляционной модели данных [2].

Успешно развивающиеся технологии хранилищ данных (ХД) и средств Business Intelligence (BI) – весьма полезные инструменты поддержки современного бизнеса. Однако большинству традиционных BI-приложений свойственны некоторые ограничения. Технология, на основе которой они реализуются, была разработана для анализа небольших выборок данных. Со временем круг пользователей расширился, но ориентация на небольшие объемы данных при этом сохранялась. Наконец, появились технологии, предназначенные для обработки постоянно растущих огромных объемов данных, содержащихся в хранилищах.

Такие технологии, как многомерный OLAP, реляционный OLAP и гибридный HОLAP, обеспечивают новые подходы к анализу больших баз данных. С другой стороны, они накладывают ограничения на количество пользователей. Для того, чтобы снять эти ограничения, следующее поколение BI-средств использует аналитические методы в сочетании с технологией Internet/Intranet [3].

Многоуровневая OLAP пирамида хорошо визуализирует передачу информации по всем ступеням иерархии системы. Из производственной зоны (АСУТП) информация поступает к MES-системам, проходит стадию обработки, а затем уже обработанная информация поступает в ERP-системы, и далее – на уровень высшего менеджмента предприятия (OLAP):

I-уровень: АСУТП – автоматизированные системы управления технологическими процессами;

II-уровень: MES – исполнительная система производства. Системы такого класса решают задачи синхронизации, координируют, анализируют и оптимизируют выпуск продукции в рамках какого-либо производства в режиме реального времени.

III-уровень: ERP – система планирования ресурсов предприятия. Основное назначение этой системы – управление финансовой и хозяйственной деятельностью предприятия. ERP-система работает на самом верхнем уровне в иерархической лестнице систем управления, она затрагивает основные аспекты всех элементов производственной и торговой деятельности предприятия.

IV-уровень: OLAP – оперативный многомерный анализ данных. Аналитическая обработка в реальном времени, включающая составление и динамическую публикацию отчетов и документов. Используется аналитиками для быстрой обработки сложных запросов к базе данных. Служит для подготовки бизнес-отчетов по продажам, маркетингу, в целях управления (способ анализа информации в базе данных с целью отыскивания аномалий и трендов без выявления смыслового значения записей) [4].

Большинство современных OLAP-продуктов нельзя однозначно отнести ни к средствам разработки, ни к готовым приложениям. С одной стороны, их использование не требует длительного изучения теории и практики построения аналитических приложений. Но, с другой стороны, они не являются готовым решением аналитических задач компании, поскольку требуют определенной настройки на источники данных, алгоритмы анализа и формы представления итоговой информации. Эта двойственность приводит к многовариантности внедрения, которое может осуществляться как системным интегратором, так и квалифицированными специалистами заказчика.

Программные продукты этого класса получили широкое распространение во всем мире, причем используются они в компаниях самых разных отраслей и видов деятельности. На наш взгляд, в Казахстане (с учетом сложности аналитических задач) наиболее перспективными для широкого использования OLAP-технологий являются телекоммуникационные и торговые компании. В этих отраслях средние и крупные компании, как правило, имеют территориально распределенную организационную

структуру, широкую номенклатуру продукции и услуг, а также большое количество контрагентов.

### **Список использованной литературы**

1. Трофимов С.П., Пономарева О.А. Формализация OLAP-кубов и реляционных связей в базах данных с помощью алгебры множеств // Компьютерный анализ изображений: Интеллектуальные решения в промышленных сетях . 2016. Екатеринбург, 2016. С. 230 – 233.

2. Шмелева Д.В. и др. Реляционная OLAP система архивных методанных на базе СПО (свободного программного обеспечения) // Научный альманах. 2017. № 5-3. С. 143 – 146.

3. Наумов В.Н., Лычагина Е.Б., Шарабабаева Л.Ю. Использование BI-систем для обеспечения информационно-аналитической деятельности органов государственной власти // Управленческое консультирование. 2016. № 3(87). С. 144 – 153.

4. Артюшина Е.А., Сальников И.И. Технологии in-memory для хранения, обработки и анализа больших объемов, структурированных и слабоструктурированных данных // XXI век: итоги прошлого и проблемы настоящего плюс. 2018. Т. 7. № 4. С. 147 – 152.

## МАЗМҰНЫ - СОДЕРЖАНИЕ - CONTENT

### Пленарлық баяндамалар - Пленарные доклады - Plenary Talks

4

#### **1-СЕКЦИЯ**

АЛГЕБРА, МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЛОГИКА ЖӘНЕ ГЕОМЕТРИЯ

АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ГЕОМЕТРИЯ

#### **SECTION-1**

ALGEBRA, MATHEMATICAL LOGIC AND GEOMETRY

<b>Baissalov Y., Tussupov J.</b>	5
<i>Formulas over minimal structures</i>	
<b>Baizhanov B.S.</b>	5
<i>Some properties of countable models of small ordered theories</i>	
<b>Alexandre V. Borovik</b>	5
<i>Permutation groups of finite Morley rank</i>	
<b>Gregory L. Cherlin</b>	6
<i>Simple groups of finite Morley rank</i>	
<b>Sergey S. Goncharov</b>	6
<i>The computability over abstract models</i>	
<b>Bruno Poizat</b>	7
<i>Frobenius groups of finite Morley rank</i>	
<b>Sudoplatov S.V.</b>	8
<i>Families of elementary theories and their basic characteristics</i>	
<b>Verbovskiy V., Yershigeshova A.</b>	10
<i>On non-essentiality of an <math>\omega</math>-stable expansion of <math>(\mathbb{Z}, &lt;, +)</math></i>	
<b>Frank Olaf Wagner, Arturo Rodriguez Fanlo</b>	11
<i>Rough approximate subgroups</i>	
<b>Boris Zilber</b>	11
<i>On Model Theory beyond first order</i>	
<b>Кулнешов Б.Ш.</b>	11
<i>Об алгебрах бинарных формул для слабо циклически минимальных теорий с тривиальным определимым замыканием</i>	

#### **2-СЕКЦИЯ**

ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

#### **SECTION-2**

THEORY OF FUNCTIONS AND FUNCTIONAL ANALYSIS

<b>Kopezhanova A.N., Nursultanov E.D.</b>	14
<i>Interpolation properties of anisotropic Lorentz spaces</i>	
<b>Nursultanov E.D.</b>	15
<i>On the convolution operator in Lebesgue and Morrey spaces</i>	
<b>Бокаев Н. А., Әбек А.Н.</b>	15
<i>О вложении пространства обобщенных дробно-максимальных функций в перестановочно-инвариантное пространство</i>	
<b>Джумабаева Д.Г. Нурсултанов Е.Д.</b>	17
<i>Об интерполяции анизотропных пространств типа Морри</i>	



### 3- СЕКЦИЯ

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

SECTION-3

DIFFERENTIAL EQUATIONNS AND THEIR APPLICATIONS

<b>Асанова А.Т.</b>	19
<i>Интегралдық-дифференциалдық теңдеулердің жаңа жалпы шешімі туралы</i>	
<b>Бекмаганбет К.А., Төлеміс А.Ә., Чечкин Г.А.</b>	21
<i>Перфорацияланған облыста Гинзбург-Ландау комплексті теңдеуінің траекториялық аттракторларын орташалау</i>	
<b>Бекмаганбет К.А., Төлеубай А. М., Чечкин Г. А.</b>	23
<i>Шеттік шарттарында тез өзгеретін мүшелері бар перфорацияланған облыста Навье-Стокс жүйесінің аттракторларын орташалауы</i>	
<b>Есбаев А.Н., Оспанов К.Н.</b>	25
<i>Условия коэрцитивной разрешимости одного класса дифференциальных уравнений второго порядка в <math>L_1(\mathbb{R})</math></i>	
<b>Кангужин Б.Е., Кошанов Б.Д., Султангазиева Ж.Б., Кунтуарова А.Д.</b>	26
<i>Критерии единственности решения нелокальной по времени задачи для дифференциально-операторного уравнения <math>l(\cdot)</math> – а с оператором Трикоми А</i>	
<b>Оспанов М.Н.</b>	28
<i>Коэрцитивная разрешимость одного псевдопараболического уравнения третьего порядка</i>	
<b>Сарсенби А.А.</b>	29
<i>Разрешимость смешанных задач для уравнения теплопроводности с инволюцией</i>	
<b>Турметов Б.Х.</b>	30
<i>О собственных функциях и собственных значениях нелокального оператора Лапласа</i>	
<b>Юлдашев Т.К.</b>	32
<i>Обратная задача для интегро-дифференциального уравнения с финальными условиями в конце отрезка и двумя функциями переопределения</i>	

## 1-СЕКЦИЯ

АЛГЕБРА, МАТЕМАТИКАЛЫҚ ЛОГИКА ЖӘНЕ ГЕОМЕТРИЯ

АЛГЕБРА, МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЛОГИКА И ГЕОМЕТРИЯ

## SECTION-1

ALGEBRA, MATHEMATICAL LOGIC AND GEOMETRY

<b>Lutsak S., Voronina O.</b>	35
<i>On some properties of topological quasivarieties generated by certain finite modular lattices</i>	
<b>Markhabatov N.D.</b>	36
<i>On smoothly approximable acyclic graphs</i>	
<b>Mussina N.M., Mukhambet M.M.</b>	37
<i>Perfect Jonsson varieties and quasivarieties</i>	
<b>Tungushbayeva I.O., Ilyasov A.D.</b>	38
<i>The properties of existentially prime subclasses of perfect Jonsson theories</i>	
<b>Tungushbayeva I.O., Rzabayev A.A.</b>	39
<i>The connection of AP and JEP-theories in the language of <math>\exists</math>-formulas</i>	
<b>Yarullina A.R., Kaliolla D.Ye.</b>	40
<i>The perfect Jonsson s-acts</i>	
<b>Yeshkeyev A.R., Kassymetova M.T., Zhumabekova G.E.</b>	42
<i>The property of non-multidimensionality for J-beautiful pairs in admissible enrichments</i>	
<b>Yeshkeyev A.R., Tungushbayeva I.O., Omarova M.T.</b>	44
<i>Forcing companions of mutually consistent theories in permissible enrichments</i>	
<b>Yeshkeyev A.R., Popova N.V.</b>	46
<i>Holographicness in perfect Jonsson theories</i>	
<b>Yeshkeyev A.R., Ulbrikht O.I., Issayeva A.K.</b>	47
<i>Description of "small" definable sets</i>	
<b>Zhangazinova D. M., Naurazbekova A. S., Kozybaev D. Kh.</b>	48
<i>Affine automorphisms of the universal multiplicative enveloping algebra of the two-dimensional left-symmetric algebra with zero multiplication</i>	
<b>Башеева А.О., Султанкулов К.Д., Швидефски М.В.</b>	50
<i>Квазимногообразие <math>SP(L_6)</math>. I. конечная базисуемость</i>	
<b>Бекенов М., Касатова А., Нуракунов А.</b>	51
<i>Свойства формульно-определимых квазимногообразий</i>	
<b>Ибраев Ш.Ш., Сейтмуратов А.Ж.</b>	52
<i>Когомологии алгебры Ли типа <math>A_2</math> и их приложения</i>	
<b>Керімбаев Р.Қ.</b>	54
<i>Келлер көпмүшелерінің алгебралық көпбейнесі</i>	
<b>Нечёсов А.В.</b>	56
<i>Семантическое программирование и полиномиально вычислимые представления</i>	
<b>Хисамиев Н.Г., Тусупов Д.А., Тыныбекова С.Д.</b>	56
<i>Критерий вычислимости <math>p_\omega</math>-разложимой абелевой группы без кручения</i>	

**2-СЕКЦИЯ****ФУНКЦИЈАЛАР ТЕОРИЯСЫ МЕН ФУНКЦИОНАЛДЫҚ ТАЛДАУ****ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ****SECTION-2****THEORY OF FUNCTIONS AND FUNCTIONAL ANALYSIS**

<b>Bimendina A.U.</b> <i>The coefficient condition for belonging a function in the Lorentz space</i>	59
<b>Yerkinbayev N.M.</b> <i>Boundary conjugation problem for piecewise analytic functions in Besov spaces</i>	60
<b>Tulenov K. S.</b> <i>Boundedness of the higher dimensional Hilbert operator in rearrangement invariant quasi-Banach spaces</i>	61
<b>Turdebek N. Bekjan</b> <i>On jointly concavity of some trace functions</i>	61
<b>Акишев Г., Мырзагалиева А.Х.</b> <i>Оценки наилучших <math>m</math>-членных приближений на классах функций с ограниченной смешанной производной в пространстве Лоренца</i>	62
<b>Балгимбаева Ш.А., Жанабиллова А.К.</b> <i>Теорема вложения типа Соболева для некоторых функциональных пространств, ассоциированных с пространствами Морри на многомерном торе</i>	63
<b>Байдаулет А.Т., Сулейменов К.М.</b> <i>О вложении в пространство Лоренца (далекий случай)</i>	64
<b>Басаров С. Ж., Тлеуханова Н.Т.</b> <i>Новые кубатурные формулы для пространств Соболева <math>W_q^\alpha</math> с доминирующей смешанной производной</i>	66
<b>Бахтигареева Э. Г., Гольдман М. Л., Каршыгина Г. Ж.</b> <i>Взаимные накрывания конусов монотонных функций и оценки их интегральных мажорант</i>	67
<b>Дәуітбек Д., Төленов Қ.С.</b> <i>Назаров-Подкорытов леммасының коммутативті емес аналогы</i>	69
<b>Канкенова А.М., Нурсултанов Е.Д.</b> <i>Об операторе свертки в локальном пространстве Морри</i>	70
<b>Кошкарлова Б.С., Мурат Г., Кусаинова Л.К.</b> <i>Об одной секториальной форме в <math>L_2</math></i>	72
<b>Матин Д.Т.</b> <i>Об условиях компактности коммутатора для потенциала Рисса в локальных пространствах типа Морри.</i>	74
<b>Мұхамбетжан М.А., Тургумбаев М.Ж., Сулейменова З.Р</b> <i>Об условиях принадлежности пространству Лоренца суммы рядов по системе Уолша с монотонными коэффициентами</i>	75
<b>Тлеуханова Н.Т., Баширова А.Н.</b> <i>Мультипликаторы кратных рядов Фурье-Хаара в анизотропных пространствах Лоренца</i>	77

### 3- СЕКЦИЯ

ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫҚ ТЕҢДЕУЛЕР ЖӘНЕ ОЛАРДЫҢ ҚОЛДАНЫЛУЫ

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ

### SECTION-3

DIFFERENTIAL EQUATIONS AND THEIR APPLICATIONS

<b>Abdikalikova G.A.</b> <i>On solvability of a nonlocal boundary value problem</i>	80
<b>Aikyn Y., Shaimardanuly Y., Tokmagambetov N.S., Seitzhan N.S.</b> <i>The Bessel equation on <math>h</math>-calculus</i>	82
<b>Ashurov R.R.I., Fayziev Yu.E., Tokhtaeva N., Khushvaktov N.Kh.</b> <i>On the non-local problems for a Barenblatt - Zheltov - Kochina type time-fractional equations with Hilfer derivative</i>	83
<b>Babajanov B.A., Abdikarimov F.B.</b> <i>Solitary and periodic wave solutions of the loaded non-linear Klein-Gordon equation</i>	84
<b>Babajanov B.A., Azamatov A.Sh.</b> <i>Integration of the Каур-Boussinesq type system via inverse scattering method</i>	86
<b>Babajanov B.A., Atajonov D.O.</b> <i>On the periodic Camassa-Holm equation with a source</i>	87
<b>Babajanov B.A., Ruzmetov M.M., Yakubov H.E.</b> <i>Integration of the finite complex Toda chain with a self-consistent source</i>	88
<b>Bakirova E.A., Kadirbayeva Zh.M.</b> <i>A problem for loaded differential equations with piecewise constant argument of generalized type</i>	89
<b>Baltaeva I., Khajibaeva S., Otaboyeva D.</b> <i>Integration of the loaded sine-Gordon equation with source of the integral type</i>	90
<b>Fayziev Yu.E.</b> <i>Forward and inverse problems for the Barenblatt-Zheltov-Kochina type equation with the initial condition given by a fractional derivative</i>	92
<b>Imanberdiyev K.B., Ayazbayeva A.M.</b> <i>On stabilization problem for a loaded heat equation: the two-dimensional case</i>	93
<b>Kadirbayeva Zh.M., Bakirova E.A.</b> <i>A nonlocal problem for essentially loaded differential equations with integral conditions</i>	94
<b>Khasanov M., Baltaeva I., Saparbaeva D.</b> <i>A generalized <math>(G' / G)</math> - expansion method for the loaded modified Burgers-KdV equation</i>	96
<b>Matyakubov M. M., Xayitova S. O.</b> <i>Integration of the type loaded second-order Korteweg-de Vriesequation with a free term independent of the spatial variable</i>	97
<b>Zhumatov S.S.</b> <i>On an absolute stability of control systems with tachometric feedback taking into account external load</i>	99
<b>Абдрахман Н.М.</b> <i>Решение задач в экономике преобразованием Лапласа</i>	101
<b>Айтенова Г.М., Сартабанов Ж.А.</b> <i>Ограниченное на полуоси многопериодическое решение одного линейного интегро-дифференциального уравнения с конечной эрмитарностью</i>	103
<b>Апаков Ю.П., Мамажонов С.М.</b> <i>Краевая задача для уравнения четвертого порядка содержащее второй производной по времени</i>	104
<b>Аттаев А.Х.</b> <i>О некоторых краевых и внутренне-краевых задачах для гиперболических уравнений</i>	106

<b>Балтаева У., Саидмуратова Г., Юлдашева Г.У., Султонбоева З.Б.</b>	107
<i>Об одной краевой задаче для нагруженного уравнения с вырожденным гиперболического части области</i>	
<b>Бекиев А.Б.</b>	108
<i>Разрешимость одной краевой задачи для уравнения четвертого порядка</i>	
<b>Гималтдинова А.А.</b>	109
<i>О задаче Дирихле для трехмерного уравнения смешанного типа с тремя плоскостями изменения типа в прямоугольном параллелепипеде</i>	
<b>Джамалов С.З., Сипатдинова Б.К.</b>	110
<i>Об одной линейной обратной задачи для трёхмерного уравнения смешанного типа второго рода с полунелокальной краевой условие в призматической неограниченной области</i>	
<b>Джамалов С.З., Туракулов Х.Ш.</b>	111
<i>Об одной линейной обратной задаче для трёхмерного уравнения Трикоми с нелокальной краевой условие в призматической неограниченной области</i>	
<b>Дженалиев М.Т., Касымбекова А.С., Қалибекова А.Қ.</b>	113
<i>Начально-граничная задача для уравнения типа Буссинеска в усеченном конусе</i>	
<b>Дженалиев М.Т., Ергалиев М.Г.</b>	115
<i>Об одной коэффициентной обратной задаче и связанной с ней начально-граничной задаче для нагруженного уравнения Бюргерса</i>	
<b>Иманбаев Н.С.</b>	116
<i>О собственных значениях нагруженного дифференциального оператора первого порядка на отрезке</i>	
<b>Искаков С.А., Омаров М.Т., Танин А.О.</b>	117
<i>Вольтерра ерекше интегралдық теңдеудің сипаттаушы теңдеуі жайында</i>	
<b>Искакова Н.Б., Темешева С.М., Байбакты Б.</b>	119
<i>О разрешимости нелинейной краевой задачи для дифференциального уравнения с запаздыванием</i>	
<b>Искакова Н.Б., Рысбек А.С., Серік А.М.</b>	119
<i>О линейной краевой задаче для дифференциального уравнения второго порядка с запаздыванием</i>	
<b>Искакова Н.Б., Рысбек А.С., Нурылда А.М.</b>	120
<i>О разрешимости периодической краевой задачи для нагруженного дифференциального уравнения</i>	
<b>Искакова Н.Б., Темешева С., Тыныштықбай А.Қ.</b>	121
<i>О разрешимости нелокальной краевой задачи для системы гиперболических уравнений со смешанными производными с постоянным запаздыванием по времени</i>	
<b>Исломов Б.И., Ахмадов И.А.</b>	122
<i>Разрешимость и существование собственных значений краевой задачи для уравнения параболо-гиперболического типа с оператором Герасимова-Капуто</i>	
<b>Каюмов Ш., Бекчонов Ш.Э.</b>	124
<i>Многопараметрические математические модели задачи фильтрации флюидов в трехслойной пористой среде</i>	
<b>Космакова М.Т., Ахманова Д.М., Жумагулова Э.К.</b>	125
<i>Бөлшектік жүктелген жылу өткізгіштік шеттік есебі үшін шешімділік шарттары</i>	
<b>Космакова М.Т., Ижанова К.А., Газизова Д.К.</b>	127
<i>О разрешимости нагруженной задачи теплопроводности с нагрузкой в виде дробного интеграла</i>	
<b>Мамадалиев Н.А., Абдуалимова А.М.</b>	128
<i>Об одном способе управления пучками траекторий</i>	

<b>Мамадалиев Н.А., Мустапокулов Х.Я., Абдуалимова А.М.</b>	130
<i>Достаточное условие для инвариантности многозначного отображения в задаче теплопроводности</i>	
<b>Муминов З.М., Номонова С.О.</b>	132
<i>Одна краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нехарактеристической линией изменения типа</i>	
<b>Муминов З.М., Самижоновна С.А.</b>	133
<i>О задаче Коши для уравнения параболо-гиперболического типа</i>	
<b>Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.</b>	134
<i>Разрешимость смешанных задач для волнового уравнения с инволюцией</i>	
<b>Мусирепова Е., Сарсенби А.А., Сарсенби А.А.</b>	135
<i>Разрешимость смешанных задач для уравнения теплопроводности с инволюцией</i>	
<b>Носирова Д.А.</b>	136
<i>Краевая задача с условиями Геллерстедта на параллельных характеристиках для нагруженного уравнения параболо-гиперболического типа второго рода</i>	
<b>Орумбаева Н.Т., Токмагамбетова Т.Д.</b>	137
<i>Решение нелокальной краевой задачи для дифференциального уравнения четвертого порядка</i>	
<b>Псху А.В.</b>	138
<i>Краевая задача для уравнения в частных производных с дробной производной Лиувилля в нецилиндрической области</i>	
<b>Расулов М.С.</b>	139
<i>Нелинейная логистическая модель со свободной границей</i>	
<b>Рахмонов Ф. Д.</b>	140
<i>Смешанная задача для интегро-дифференциального уравнения типа Бенни-Люк высокого порядка с вырожденным ядром</i>	
<b>Рысбайулы Б., Адамов А.А., Букенов М.</b>	141
<i>Метод расчета коэффициента диффузии почвенной влаги и изучение его свойств</i>	
<b>Рыскан А.Р., Танкаева Р.М., Сейсенханкызы С.</b>	142
<i>Задача Дирихле для четырехмерного вырождающегося эллиптического уравнения</i>	
<b>Сейтмуратов А.Ж., Медеубаев Н.К., Ибраев Ш.Ш.</b>	143
<i>Общая постановка краевой задачи интегродифференциальных уравнений при граничных условиях с учетом физической нелинейности</i>	
<b>Сиверина А.С.</b>	145
<i>Оптимальная фильтрация в непрерывных стохастических системах с коррелируемыми шумами</i>	
<b>Темешева С. М., Абдимананова П.Б., Жумагазыкызы А.</b>	146
<i>О применении семейства краевых задач для систем интегро-дифференциальных уравнений</i>	
<b>Тлеулесова А.Б., Оразбекова А.С., Калпаков Е.Н.</b>	147
<i>Об одном решении краевой задачи с импульсным воздействием</i>	
<b>Умаров Р.А.</b>	149
<i>О существовании решения второй краевой задаче для неоднородного уравнения третьего порядка с кратными характеристиками</i>	
<b>Уринов А.К., Каримов К.Т.</b>	151
<i>Задача Трикоми-Неймана для трехмерного уравнения смешанного типа с сингулярными коэффициентами</i>	
<b>Усманов К.И., Шадибеков К.М.</b>	153
<i>О разрешимости многоточечной краевой задачи для функционально-дифференциальных уравнений</i>	

<b>Утебаев Д., Нуруллаев Ж.А.</b>	155
<i>О сходимости разностных схем повышенной точности для уравнения ионно-звуковых волн в замагниченной плазме</i>	
<b>Файзиев А.К.</b>	157
<i>Нелокальная краевая задача для нелинейной импульсной интегро-дифференциальной системы с максимумами</i>	
<b>Хайруллин Е.М., Тулешева Г.А., Шакуликова А.Т., Лукпанова Л.Х.</b>	158
<i>Многомерная краевая задача для интегро-дифференциальных уравнений тепло- и массообмена</i>	
<b>Хасанов А.Б., Собиров Ш.К.</b>	160
<i>Решение задачи Коши для нагруженного уравнения МКдФ с самосогласованным источником в случае движущихся собственных значений</i>	
<b>Хасанов М.М., Расулова С.И.</b>	161
<i>Периодические решения уравнения модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза возникающего в артериальной механике</i>	
<b>Хасанов А., Мавлонов М.</b>	163
<i>Система дифференциальных уравнений гипергеометрической функции <math>F_{20}^{(4)}(x, y, z, t)</math> и её линейно независимые решения</i>	
<b>Холбеков Ж.А., Мирзакулова М.Й.</b>	164
<i>Об одной краевой задаче для нагруженного парабола-гиперболического уравнения с тремя линиями изменения типа, когда нагруженная часть содержит интегральный оператор дробного порядка</i>	
<b>Хоитметов У.</b>	166
<i>Интегрирование нагруженного уравнения Хироты в классе быстроубывающих функций</i>	
<b>Хубиев К.У.</b>	168
<i>О задаче со смещением для характеристически нагруженного уравнения гипербола-параболического типа</i>	
<b>Яхшимуратов А.Б., Матёкубов О.М., Хусаинов И.И.</b>	169
<i>Вычисление второго регуляризованного следа для системы Дирака методом Лакса</i>	
<b>4-СЕКЦИЯ</b>	
БІЛІМ БЕРУДІҢ ҚАЗІРГІ МӘСЕЛЕСІ	
АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ОБРАЗОВАНИЯ	
<b>SECTION-4</b>	
ACTUAL PROBLEMS OF EDUCATION	
<b>Orazgaliyeva M.A.</b>	171
<i>Using the capabilities of special computer programs in teaching percentages</i>	
<b>Orazgaliyeva M.A., Zhaksylyk M.G.</b>	172
<i>Theoretical foundations of using the possibilities of information technologies in mathematics lessons</i>	
<b>Seitimbetova A.B., Issayeva A.K.</b>	173
<i>The use of information and communication technologies In the educational process</i>	
<b>Seitimbetova A.B., Shegebaeva G.E.</b>	175
<i>Significance and role of distance education</i>	
<b>Syzdykova N.K., Yessenbayeva G.A.</b>	176
<i>Improving lessons through the use modern mechnology "designer"</i>	
<b>Shulgina-Tarachshuk A.S.</b>	178
<i>Information technologies in education</i>	
<b>Shulgina-Tarachshuk A.S., Turdybekova K.K.</b>	179
<i>Problem of learning in education</i>	
<b>Алибиев Д.Б., Ерхан А.Б.</b>	180
<i>Інклюзивті білім беруді дамыту</i>	

<b>Алибиев Д.Б., Ерхан А.Б.</b>	182
<i>Инклюзивті оқу үрдісінде компьютерлік және ақпараттық технологиялар</i>	
<b>Алибиев Д.Б., Мурат А.М.</b>	184
<i>Цифрлық технологиялар гасырындағы білім берудің өзекті мәселелері</i>	
<b>Алиева Д.Г., Исаева А.К., Сергазы Г.</b>	186
<i>Мәселелік оқыту технологиясы</i>	
<b>Әбілғазы Ж.М.</b>	187
<i>Мектеп курсындағы интегралды есептеу</i>	
<b>Байболова М.Т.</b>	189
<i>Мектептегі ғылыми зерттеу жұмысы</i>	
<b>Базылжанова А.С.</b>	190
<i>Жоғары математикадағы пәнаралық байланыс</i>	
<b>Бекбауова А.У., Талипова М.Ж.</b>	192
<i>Математика пәнін stem технологиясы арқылы оқыту мәселелері</i>	
<b>Гаджалиева С.Д.</b>	194
<i>Применение информационно-коммуникационных технологий в учебном процессе</i>	
<b>Ермакова Ю.Ю.</b>	196
<i>Влияние электронных образовательных сайтов на качество обучения предмету геометрия</i>	
<b>Есмаганбетов А.М.</b>	197
<i>Математика сабақтарында оқушыларға экономикалық білім беру</i>	
<b>Есматова А.С., Джандигулов А.Р.</b>	199
<i>Организация проектного обучения в школе на примере математического моделирования электроэнергетических задач</i>	
<b>Жетпісов Қ., Мусабеков А.К.</b>	201
<i>Криптографияның математикалық негіздері</i>	
<b>Кервенев Қ.Е., Естаев Д.Е., Жанузакова Д.Б.</b>	202
<i>Экологиялық үдерістерді модельдеу мен талдаудың негізгі әдістері</i>	
<b>Қайратқызы А., Горбунова Н.А.</b>	204
<i>Оқу мен жазу арқылы сын тұрғысынан ойлауды дамыту</i>	
<b>Қосыбаева У.А., Қауымбек И.С., Смаилова А.С., Оразбекова Р.А.</b>	206
<i>Математика оқулықтары мен қосымша оқыту құралдарының арасындағы тақырыптық байланыс</i>	
<b>Қосыбаева У.А., Ахманова Д.М., Шаматаева Н.К., Бейсенова Д.Р.</b>	208
<i>5-7 сыныптарда алгебра курсының оқытудың кейбір ерекшеліктері</i>	
<b>Майрамбаева А.Х.</b>	209
<i>Математика сабақтарында алгоритмдік ойлауды дамыту</i>	
<b>Марчук Н.А., Гульманов Н.К.</b>	210
<i>Актуальные проблемы современного образования</i>	
<b>Мусайбеков Р.К., Сулейменов К.М.</b>	212
<i>О критическом и развивающем анализе как составных частях исследовательского подхода</i>	
<b>Нурбекова Б.Ж., Нурбекова Ж.К., Найманова Д.С.</b>	214
<i>Вызовы и тренды образования в свете цифровых научно-технологических прорывов</i>	
<b>Солтан Н., Башеева А.О.</b>	216
<i>5-ші сынып оқушыларының бөлшек сандары меңгеруін зерттеу</i>	
<b>Смирнова М.А.</b>	217
<i>Особенности визуализации преподавания на английском языке дисциплины information and communication technologies</i>	
<b>Тагаева С.К., Горбунова Н.А.</b>	219
<i>Методика применения технологий геймификации в школьном образовании</i>	



<b>Турдыбекова К.М., Турдыбеков М.К., Таращук Н.О.</b>	221
<i>Инновационный аспект в развитии высшего образования</i>	
<b>Узакова А.</b>	223
<i>Болашақ информатика мұғалімдерінің оқыту мазмұнын болашақ білім таксономиясына(holopiq) динамикалық бейімдеудің мәселелері</i>	
<b>Шаугенбай А.Б.</b>	224
<i>Математиканы тереңдете оқытатын сыныптарда геометрияны оқуда оқушылардың жобалық әрекетін қалыптастыру әдістемесі</i>	
<b>Юсупов А.И., Халдыбаева И.Т., Абдикайимова Г.А.</b>	226
<i>О роли математических знаний в подготовке современных инженерных кадров и о некоторых проблемах и их решениях в процессе обучения</i>	

**5-СЕКЦИЯ**  
**МЕХАНИКА ЖӘНЕ РОБОТОТЕХНИКА**  
**МЕХАНИКА И РОБОТОТЕХНИКА**  
**SECTION-5**  
**MECHANICS AND ROBOTICS**

<b>Ibrokhirov A.R.</b>	228
<i>Mathematical modeling of uncompressed laminar symmetrical strength</i>	
<b>Yessenbayeva G.A., Kasimov A.T., Yessenbayeva G.A., Kasimov B.A.</b>	230
<i>Boundary conditions in the calculation of layered orthotropic plates based on one modified refined bending theory</i>	
<b>Yessenbayeva G.A., Kasimov A.T., Kasimov B.A., Syzdykova N.K.</b>	232
<i>Calculating expansion coefficients of the deflection function for plate bending</i>	
<b>Ахажанов С.Б., Нурланова Б.М.</b>	234
<i>Жартылай шексіз серпімділі жазықтықтың негізгі теңдеуінің жалпы аналитикалық шешімі</i>	
<b>Кайыров Р.А.</b>	236
<i>Жаңа трипод түрдегі 3-PRRS параллель манипулятордың жұмыс аймағы</i>	
<b>Курманова Д.Е., Джайчибеков Н.Ж.</b>	238
<i>Моделирование и расчет динамики жидкостей в теплообменных аппаратах</i>	
<b>Муминов О.А., Утбасаров Ш.Р., Худайкулов С.И.</b>	240
<i>Определение сопряжения поворота с прямоугольными участками русла каркидонского водохранилища</i>	
<b>Муминов О.А., Утбасаров Ш.Р., Худайкулов С.И.</b>	241
<i>Расчёт вибрации на участке поворота быстрого тока каркидонского водохранилища</i>	
<b>Наврузов К., Шарипова Ш.Б., Абдикаримов Н.И.</b>	243
<i>Пульсирующие течения вязкой несжимаемой жидкости в круглой цилиндрической трубе с упругими стенками</i>	
<b>Сыздыққызы Д., Горбунова Н.А.</b>	245
<i>Цели и задачи робототехники</i>	
<b>Шоев М.А., Абдухамидов С.К.</b>	247
<i>Использование методов конечных разностей для уравнения эйлера</i>	

**6- СЕКЦИЯ**  
**АҚПАРАТТЫҚ ТЕХНОЛОГИЯЛАР**  
**ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**  
**SECTION-6**  
**INFORMATION TECHNOLOGIES**

<b>Fazylova L.S.</b>	249
<i>Development of a project for advanced training courses in the MS Project program</i>	
<b>Ikramov A., Juraev G.</b>	251
<i>The avalanche effect of a novel stream cipher with a 3d sponge structure</i>	

<b>Seitimbetova A.B., Tohmetova K.M.</b>	253
<i>Main features of the python programming language</i>	
<b>Альжанарова А.Т., Турежанова М.Ж.</b>	255
<i>Білім берудегі компьютерлік технологиялар</i>	
<b>Каменова Ш.К., Сланбекова А. Е.</b>	257
<i>Білім беруде виртуалды шындық технологиясын қолдану</i>	
<b>Керімқұлов С. Е., Айтқожа Ж.Ж., Сланбекова А. Е., Алимова Ж. С.</b>	259
<i>Оценка ресурсов межотраслевых связей трехотраслевой модели экономики</i>	
<b>Керімқұл С., Айтқожа Ж., Салиева А., Адалбек А., Таберхан Р.</b>	260
<i>Сала аралық теңгерілім кестесіндегі ағындарды теңестіруі үшін жүйенің техникалық және құрылымдық</i>	
<b>Муратхан Р., Тутқуше А.Е.</b>	262
<i>Ақпараттық қауіпсіздіктің тәуекелдерін бағалауда онтологиялық моделді қолдану</i>	
<b>Никамбаева Н.Н., Өміржан А.Б.</b>	264
<i>Бағдарламалауды үйренудің тиімді тәсілдері</i>	
<b>Омарова Г.С., Айтқожа Ж.Ж., Старовойтов В.В.</b>	266
<i>Разработка методики повышения контрастности рентгеновского изображения путем сочетания методов clahe и гамма-коррекции</i>	
<b>Попова Н.В., Спирина Е.А., Самойлова И.А., Корощенко С.</b>	268
<i>Информационная система "приемная комиссия"</i>	
<b>Самойлова И.А., Спирина Е.А., Смирнова М.А., Попова Н.В., Пардабеков А.М.</b>	270
<i>Разработка мессенджера средствами Android Studio</i>	
<b>Смирнова М.А., Смирнова Е.С.</b>	272
<i>Использование статистических методов для анализа качества продукции</i>	
<b>Смирнова М.А., Чайка О.А</b>	274
<i>Применение информационных систем для поддержки малого бизнеса</i>	
<b>Спанкулова Л. С.</b>	276
<i>Функция ценности Канемана -Тверски для моделирования экономического поведения населения</i>	
<b>Спирина Е.А., Темирханов Т.Е., Самойлова И.А., Попова Н.В., Ермоленко А.</b>	277
<i>Организация электронной коммерции с помощью web-приложений</i>	
<b>Талипова М.Ж., Бекбауова А.У.</b>	279
<i>Мәдени орындарды толықтырылған шынайылық элементтерімен</i>	
<b>Тогисова А.Б., Анарметова М.Т.</b>	282
<i>Компьютерлік көру</i>	
<b>Турсынғалиева Г.Н., Жанат А.</b>	284
<i>Beautifulsoup пакетінің көмегімен деректерді талдауға</i>	
<b>Шаяхметова Б.К., Омарова Ш.Е., Дрозд В.Г., Улаков Н.С., Есмагамбетов Т.У.</b>	285
<i>Использование OLAP-технологий в бизнесе</i>	

*Профессор Т.Г. Мұстафиннің  
80 жылдығына арналған*  
**«МАТЕМАТИКА, МЕХАНИКА ЖӘНЕ ИНФОРМАТИКАНЫҢ ӨЗЕКТИ  
МӘСЕЛЕЛЕРІ»**

*Халықаралық ғылыми конференцияның*

**МАТЕРИАЛДАРЫ  
(8-9 қыркүйек 2022 жыл)**

**PROCEEDINGS**

*of the International scientific conference*  
**«ACTUAL PROBLEMS OF MATHEMATICS, MECHANICS AND INFORMATICS»**  
*dedicated to the 80th anniversary of Professor T.G. Mustafin*  
**(September, 8-9 2022)**

**МАТЕРИАЛЫ**

*Международной научной конференции*  
**«АКТУАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ МАТЕМАТИКИ, МЕХАНИКИ И ИНФОРМАТИКИ»,**  
*посвященной 80-летию профессора Т.Г. Мустафина*  
**(8-9 сентября 2022 года)**

*Жауапты шығарушылар - Ответственные исполнители: Мусина Н.М., Токмагамбетова Т.Д.,  
Тунгушбаева И.О., Исаева А.К., Попова Н.В., Кайыров Р.А.*  
*Responsible performers: Mussina N. M., Tokmagambetova T. D., Tungushbayeva I. O., Issayeva A. K.,  
Popova N. V., Kaiyrov R. A.*